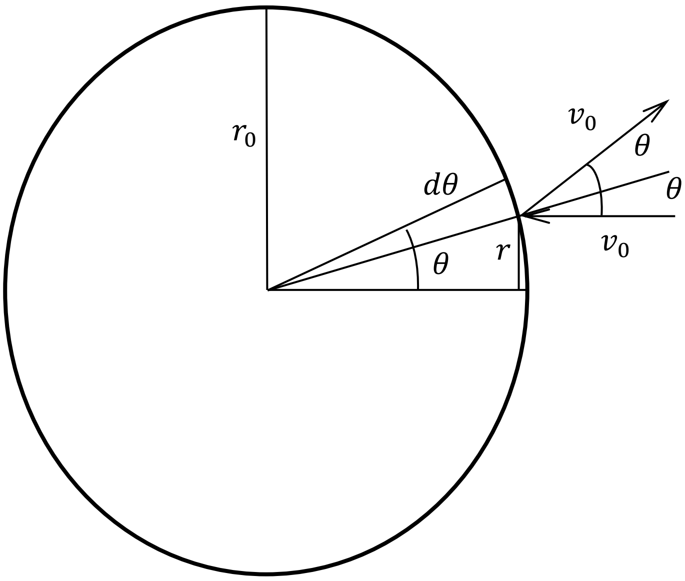
МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА
ПРОЛЕТНО НАЦИОНАЛНО СЪСТЕЗАНИЕ ПО ФИЗИКА
7 МАРТ 2026 г., София
Решения на Специалната тема (седма състезателна група)

Задача 1. Международна космическа станция (ISS)

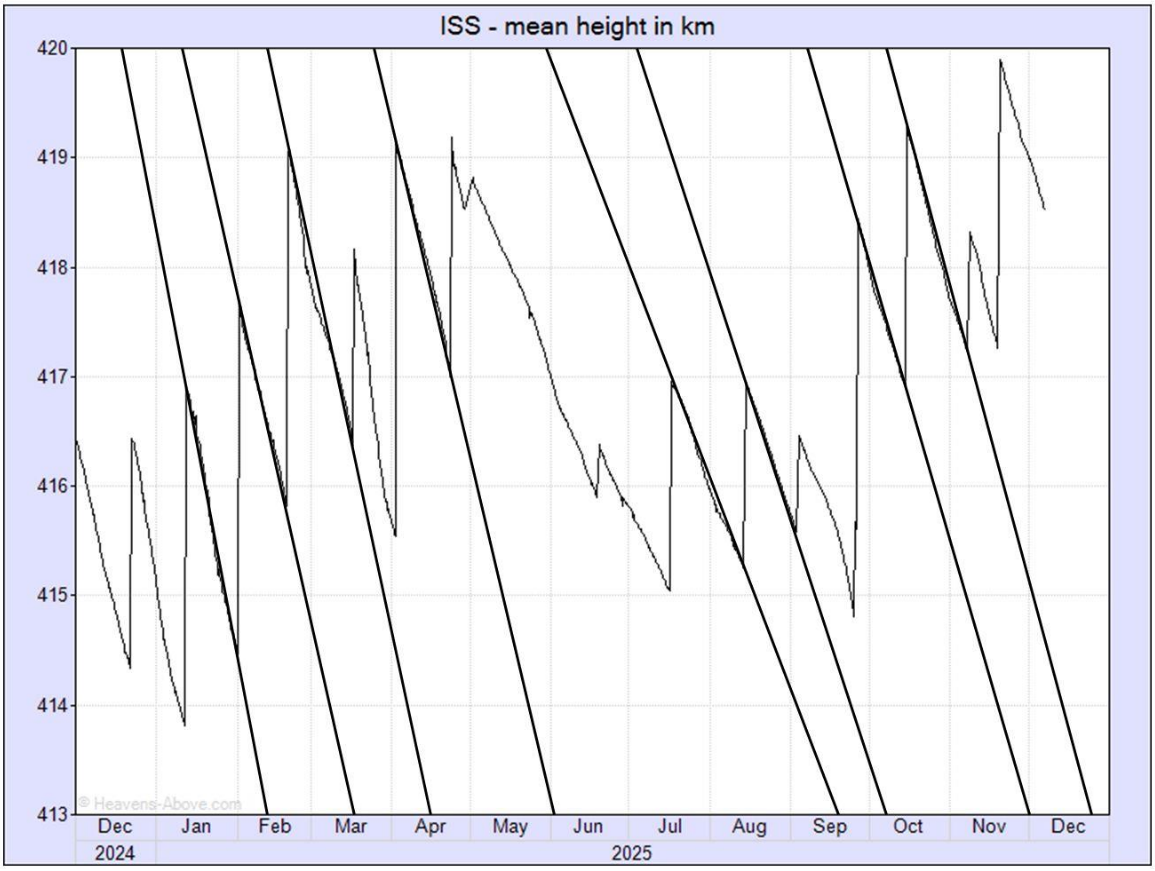
а) При движение по кръгова орбита пълната механична енергия на спътника е $E = E_{kin} + E_{pot} = \frac{mv^2}{2} - \frac{\gamma Mm}{r}$. **[0,2 т.]** Тъй като при движение по окръжност $\frac{mv^2}{r} = \frac{\gamma Mm}{r^2}$, **[0,2 т.]** (1) то $E = \frac{mv^2}{2} - \frac{\gamma Mm}{r} = -\frac{\gamma Mm}{2r}$. **[0,2 т.]** Производната ѝ по времето е $\frac{dE}{dt} = \frac{\gamma Mm}{2r^2}\frac{dr}{dt} = \frac{\gamma MmB}{2r^2}$. **[0,2 т.]** (2) Тъй като $\frac{dE}{dt} = P = -F_{\text{т}}.v$ **[0,2 т.]** и използвайки, че $|F_{\text{т}}| = \alpha v^n$, то $\frac{dE}{dt} = \frac{\gamma MmB}{2r^2} = -\alpha v^{n+1}$. **[0,2 т.]** (3) Тъй като от (1) $r = \frac{\gamma M}{v^2}$, замествайки в (3), за получава $\frac{\gamma MmB}{2(\frac{\gamma M}{v^2})^2} = \frac{v^4 mB}{2\gamma M} = -\alpha v^{n+1}$. **[0,2 т.]** За да е изпълнено за всяко v (и съответно r) следва, че $n = 3$ **[0,3 т.]** и $\alpha = -\frac{mB}{2\gamma M}$. **[0,3 т.]**



б) Тъй като $v_0 \gg v_{\text{м}}$, то в система, свързана с топката, всички молекули се движат упоредно със скорост v_0 спрямо топката. **[0,1 т.]** Нека една молекула удари топката в точка, намираща се на разстояние r от диаметъра, успореден на скоростта на молекулата. Скоростта на молекулата ще сключва ъгъл θ с нормалата в тази точка, като $r = r_0 \sin\theta$. **[0,1 т.]** (4) Тъй като ударът е идеално еластичен, молекулата ще отскочи под ъгъл 2θ спрямо същия диаметър. **[0,1 т.]** Тази молекула ще предаде импулс на топката с проекция по същия диаметър $\Delta p = m_{\text{м}} v_0 - m_{\text{м}} v_0 \cos 2\theta = m_{\text{м}} v_0 2(\sin\theta)^2$. **[0,2 т.]** Нека отчетем предадения на топката импулс ΔP с проекция по този диаметър (предаденият импулс, перпендикулярен на диаметъра, е нула от съображения за симетрия) от молекулите, ударили се в точки, намиращи се в кръгова ивица между ъгли θ и $\theta + \Delta\theta$ спрямо диаметъра за интервал от време Δt: $\Delta P = N.\Delta p = n\Delta V.\Delta p = \frac{\rho \Delta V.\Delta p}{m_{\text{м}}} = \frac{\rho \Delta S \Delta l.\Delta p}{m_{\text{м}}} = \frac{\rho \Delta S v_0 \Delta t.\Delta p}{m_{\text{м}}} = \frac{\rho 2\pi r \Delta r v_0 \Delta t.\Delta p}{m_{\text{м}}} = \frac{\rho 2\pi r \Delta r v_0 \Delta t. m_{\text{м}} v_0 2(\sin\theta)^2}{m_{\text{м}}} = \rho 2\pi r \Delta r v_0 \Delta t. v_0 2(\sin\theta)^2 = \rho 2\pi r_0 \sin\theta\, \Delta r v_0 \Delta t. v_0 2(\sin\theta)^2$. **[0,5 т.]** (5) От (3) следва, че $\Delta r = r_0 \cos\theta\, \Delta\theta$. Замествайки в (5), $\Delta P = \rho 2\pi r_0 \sin\theta\, r_0 \cos\theta\, \Delta\theta v_0 \Delta t. v_0 2(\sin\theta)^2 = 4\pi\rho {v_0}^2 {r_0}^2 \Delta t (\sin\theta)^3 \cos\theta \Delta\theta$. **[0,3 т.]** Интегрирайки по θ от 0 до $\frac{\pi}{2}$, получаваме че сумарният импулс ще бъде $P = 4\pi\rho {v_0}^2 {r_0}^2 \Delta t \int_0^{\frac{\pi}{2}} (\sin\theta)^3 \cos\theta d\theta$. **[0,2 т.]** Интегралът $\int_0^{\frac{\pi}{2}} (\sin\theta)^3 \cos\theta d\theta = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (\sin\theta)^3 d(\sin\theta) = \left.\frac{(\sin\theta)^4}{4}\right|_0^{\frac{\pi}{2}} = \frac{1}{4}$. **[0,1 т.]** Следователно $F_{\text{т}} = \frac{P}{\Delta t} = \pi\rho {v_0}^2 {r_0}^2 = \rho S {v_0}^2$ (6) ($S = \pi {r_0}^2$ е напречното сечение на топката). **[0,4 т.]**

в) От (1) следва, че $v(r_1) = \sqrt{\frac{\gamma M}{r_1}}$ (7) и $v(r_2) = \sqrt{\frac{\gamma M}{r_2}}$. (8) При движението по елиптичната орбита за точките на апогея и перигея от ЗЗМИ следва, че $v_1 r_1 = v_2 r_2$, **[0,2 т.]** откъдето $v_2 = v_1 \frac{r_1}{r_2}$. (9) От ЗЗМЕ следва, че $\frac{m{v_1}^2}{2} - \frac{\gamma M m}{r_1} = \frac{m{v_2}^2}{2} - \frac{\gamma M m}{r_2}$. **[0,2 т.]** След преобразования се достига до ${v_1}^2 - {v_2}^2 = 2\gamma M\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)$. **[0,2 т.]** (10) Използвайки (9), (10) се преобразува до ${v_1}^2 - {v_1}^2\left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 = 2\gamma M\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)$ и след рационализиране $v_1 = \sqrt{\frac{2\gamma M r_2}{r_1(r_1+r_2)}}$. **[0,2 т.]** (11) Използвайки (9) и (11), $v_2 = \sqrt{\frac{2\gamma M r_1}{r_2(r_1+r_2)}}$. (12) Тъй като $r_2 - r_1 = h \ll r_1, r_2$, $v_1 = \sqrt{\frac{2\gamma M r_2}{r_1(r_1+r_2)}} = \sqrt{\frac{2\gamma M(r_1+h)}{r_1(r_1+r_1+h)}} = \sqrt{\frac{\gamma M\left(1+\frac{h}{r_1}\right)}{r_1\left(1+\frac{h}{2r_1}\right)}} \approx \sqrt{\frac{\gamma M}{r_1}}\left(1+\frac{h}{2r_1}\right)\left(1-\frac{h}{4r_1}\right) \approx v(r_1)\left(1+\frac{h}{4r_1}\right)$. **[0,3 т.]** Следователно $\Delta v_1 = v_1 - v(r_1) = v(r_1)\frac{h}{4r_1} = \sqrt{\frac{\gamma M}{r_1}}\frac{h}{4r_1}$. **[0,3 т.]** (13) Аналогично $v_2 = \sqrt{\frac{2\gamma M r_1}{r_2(r_1+r_2)}} = \sqrt{\frac{2\gamma M(r_2-h)}{r_2(r_2-h+r_2)}} = \sqrt{\frac{\gamma M\left(1-\frac{h}{r_2}\right)}{r_2\left(1-\frac{h}{2r_2}\right)}} \approx \sqrt{\frac{\gamma M}{r_2}}\left(1-\frac{h}{2r_2}\right)\left(1+\frac{h}{4r_2}\right) \approx v(r_2)\left(1-\frac{h}{4r_2}\right)$. **[0,3 т.]** Следователно $\Delta v_2 = v(r_1) - v_1 = v(r_2)\frac{h}{4r_2} = \sqrt{\frac{\gamma M}{r_2}}\frac{h}{4r_2}$. **[0,3 т.]** (15)

г) Апроксимирайки $H(t)$ между две включвания на двигателите с прави линии, определяме наклона на тези прави (виж фигурата). За $\Delta H = 7$ km, **[0,2 т.]** получаваме интервали време (в месеци) съответно (отляво надясно) 1.7, 2.2, 2.1, 2.3, 3.6, 3.1, 2.8, 2.7 месеца. **[0,3 т.]** Средното е 2.56 месеца. **[0,1 т.]** Съответно $\frac{dH}{dt} \approx 2.7$ км/месец. $\approx 1{,}0.10^{-3}$ m/s. **[0,4 т.]**

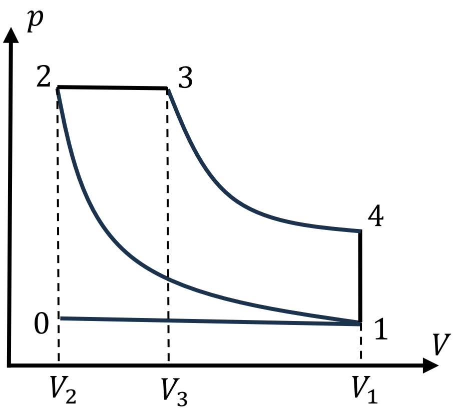


д) Скоростта на промяната на механичната енергия е равна на мощността на силата на триене, $\frac{dE}{dt} = P_{\text{т}} = F_{\text{т}}v$. Използвайки (2) и (6), $\frac{\gamma Mm}{2r^2}\frac{dr}{dt} = -\rho S v^2 v = -\rho S v^3$. **[0,2 т.]** Така $S = -\frac{\gamma Mm}{2r^2\rho v^3}\frac{dr}{dt}$. **[0,2 т.]** След заместване на скоростта с (7), $S = -\frac{\gamma Mm}{2r^2\rho\left(\frac{\gamma M}{r}\right)^{\frac{3}{2}}}\frac{dr}{dt} = -\frac{m}{2\rho(r\gamma M)^{\frac{1}{2}}}\frac{dr}{dt}$. **[0,4 т.]** (16) От силата на тежестта следва $mg = \frac{\gamma Mm}{{R_3}^2}$, откъдето $\gamma M = g{R_3}^2$. **[0,2 т.]** Замествайки в (16), $S = -\frac{m}{2\rho R_3\sqrt{gr}}\frac{dr}{dt}$. **[0,5 т.]** След заместване с дадените и получените стойности, $S = \frac{450.10^3}{2.3.10^{-12}.6{,}4.10^6\sqrt{9{,}81.6{,}8.10^6}}1{,}0.10^{-3} \approx 1400\ \text{m}^2$. **[0,5 т.]**

е) Тъй като $r_1 \approx r_2$, то и $\Delta v_1 \approx \Delta v_2 = \sqrt{\frac{\gamma M}{r_1}\frac{h}{4r_1}} = \sqrt{\frac{g}{r_1}\frac{R_3 h}{4r_1}}$. Замествайки, $\Delta v_1 \approx \Delta v_2 \approx \sqrt{\frac{9{,}81}{6{,}8.10^6}\frac{6{,}4.10^6.3.10^3}{4.6{,}8.10^6}} \approx 0{,}85\ \text{m/s}$. **[0,5 т.]**

ж) Тъй като $\Delta p = m\Delta v = F_{\text{р}}t_{\text{д}}$, то $t_{\text{д}} = \frac{m\Delta v}{F_{\text{р}}} \approx 128\ \text{s}$. **[0,5 т.]**

<u>Задача 2.</u> Дизелов двигател



а) **Вариант 1:**

Нека разглеждаме 1 mol идеален газ. Нека при процеса 2-3 газът получава топлина Q_{23}. Коефициентът на полезно действие ще бъде $\eta = \frac{A_{12}+A_{23}+A_{34}}{Q_{23}}$. **[0,2 т.]** (1) От първия принцип на ТД следва, че топлината $Q_{23} = U_3 - U_2 + p_2(V_3 - V_2)$. **[0,2 т.]** От уравнението за идеалния газ $p_2(V_3 - V_2) = R(T_3 - T_2)$. **[0,2 т.]** За идеален газ $U_3 = C_V T_3$ **[0,2 т.]** и $U_2 = C_V T_2$. **[0,2 т.]** От уравнението на Майер $C_p = C_V + R$. **[0,2 т.]** Следователно $Q_{23} = C_p(T_3 - T_2)$. **[0,2 т.]** (2) От първия принцип на ТД следва, че работата $A_{12} = U_1 - U_2 = C_V(T_1 - T_2)$, (3) **[0,3 т.]** $A_{23} = p_2(V_3 - V_2) = R(T_3 - T_2)$ **[0,3 т.]** (4) и $A_{34} = U_3 - U_4 = C_V(T_3 - T_4)$. **[0,3 т.]** (5) Замествайки (2), (3), (4) и (5) в (1), $\eta = \frac{C_V(T_1-T_2)+R(T_3-T_2)+C_V(T_3-T_4)}{C_p(T_3-T_2)} = \frac{(C_V+R)(T_3-T_2)+C_V(T_1-T_4)}{C_p(T_3-T_2)} = 1 - \frac{C_V}{C_p}\frac{(T_4-T_1)}{(T_3-T_2)}$. **[0,5 т.]** (6)

Изразът (6) може да се представи така: $\eta = 1 - \frac{1}{\gamma}\frac{T_1}{T_2}\frac{\left(\frac{T_4}{T_1}-1\right)}{\left(\frac{T_3}{T_2}-1\right)}$. **[0,3 т.]** (7) От изобарния процес 2-3 следва, че $\frac{T_3}{T_2} = \frac{V_3}{V_2} = \alpha$. **[0,3 т.]** (8) От друга страна $\frac{T_4}{T_1} = \frac{T_4}{T_3}\frac{T_3}{T_2}\frac{T_2}{T_1}$. **[0,3 т.]** (9) От уравнението за адиабатния процес $TV^{\gamma-1} = const.$, **[0,3 т.]** (10) прилагайки го за процеса 3-4 $\frac{T_4}{T_3} = \left(\frac{V_3}{V_4}\right)^{\gamma-1} = \left(\frac{V_3}{V_2}\frac{V_2}{V_4}\right)^{\gamma-1} = \left(\frac{V_3}{V_2}\right)^{\gamma-1}\left(\frac{V_2}{V_4}\right)^{\gamma-1} = \frac{\alpha^{\gamma-1}}{r^{\gamma-1}}$. **[0,3 т.]** (11) Отново прилагайки (10) за процеса 1-2, $\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1} = r^{\gamma-1}$. **[0,2 т.]** (12) Замествайки (11), (8) и (12) в (9) и после (9) и (8) в (7) се получава $\eta = 1 - \frac{1}{\gamma}\frac{1}{r^{\gamma-1}}\frac{\left(\frac{\alpha^{\gamma-1}}{r^{\gamma-1}}\alpha r^{\gamma-1}-1\right)}{(\alpha-1)}$, $\eta = 1 - \frac{1}{\gamma r^{\gamma-1}}\frac{(\alpha^{\gamma}-1)}{(\alpha-1)}$. (13) **[0,5 т.]**

Вариант 2:

Коефициентът на полезно действие е $\eta = 1 - \frac{Q_-}{Q_+} = 1 + \frac{Q_{41}}{Q_{23}}$. Процес 2-3 е изобарен и следователно $Q_{23} = nc_p(T_3 - T_2) = \frac{c_p}{R}(p_3V_3 - p_2V_2) = \frac{c_p}{R}(\alpha - 1)pV$, където $p_2 = p_3 = p$

и $V_2 = V, V_3 = \alpha V$. Процес 4-1 е изохорен, откъдето $Q_{41} = nc_v(T_1 - T_4) = \frac{c_v}{R}(p_1 - p_4)V_1 = \frac{c_v}{R}r(p_1 - p_4)V$. Оттук следва

$$\eta = 1 + \frac{Q_{41}}{Q_{23}} = 1 - \frac{r(p_4 - p_1)c_v}{(\alpha - 1)pc_p} = 1 - \frac{r}{\gamma(\alpha - 1)}\left(\frac{p_4}{p} - \frac{p_1}{p}\right)$$

където $\frac{c_p}{c_v} = \gamma$. Понеже 1-2 и 3-4 за адиабатни, то $p_1V_1^\gamma = p_1(rV)^\gamma = p_2V_2^\gamma = pV^\gamma$ $\Rightarrow \frac{p_1}{p} = \frac{1}{r^\gamma}$ и $p_3V_3^\gamma = p(\alpha V)^\gamma = p_4V_4^\gamma = p_4(rV)^\gamma \Rightarrow \frac{p_4}{p} = \frac{\alpha^\gamma}{p^\gamma}$. Така финално

$$\eta = 1 - \frac{1}{\gamma r^{\gamma-1}}\frac{\alpha^\gamma - 1}{\alpha - 1}$$

б) Замествайки в (13) с дадените стойности $\gamma = 1.4$, $r = 20$ и $\alpha = 2.0$, $\eta = 1 - \frac{1}{1{,}4.20^{1{,}4-1}}\frac{(2^{1{,}4}-1)}{(2-1)} \approx 65\%$. **[0.4 т.]**

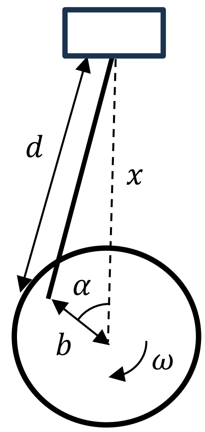
в) Химическата реакция е $\mathrm{k_1C_{16}H_{34} + k_2O_2 \rightarrow k_3CO_2 + k_4H_2O}$. След изравняване се получава $\mathrm{2C_{16}H_{34} + 49O_2 \rightarrow 32CO_2 + 34H_2O}$. Следователно за изгарянето на 1 mol $C_{16}H_{34}$ са необходими 24,5 mol O_2. **[0.4 т.]**

г) Ъгловата скорост е $\omega =$ 3000 rpm = 50 об/s. Всеки цилиндър се пълни веднъж на всеки два оборота, затова имаме общо 100 пълнения на цилиндри за 1 s. **[0.3 т.]** При всяко пълнене в един цилиндър влиза въздух с обем $V_1 - V_2 = V_1 - \frac{V_1}{r}$ = 0,475 L. **[0.3 т.]** Общо за всички цилиндри ще е необходим 47,5 l въздух. Парциалното налягане на кислорода ще бъде $p_{O_2} = \frac{p_0}{5}$ = 2,0.10^4 Pa. **[0.3 т.]** Използвайки уравнението на идеалния газ броят молове кислород за 1 s ще бъде $n = \frac{p_{O_2}V}{RT} = \frac{2{,}0.10^4\,\mathrm{Pa}.47{,}5.10^{-3}\,\mathrm{m^3}}{8{,}314\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{mol.K}}.300\mathrm{K}} \approx$ 0,381 mol. **[0.3 т.]** Броят необходими молове хексадекан ще бъдат 0,381 mol/24,5 = 1,56.10^{-2} mol. **[0.3 т.]** Съответно масата ще бъде $m = \mu n =$ 226,4 g/mol. 1,56.10^{-2} mol = 3,53 g, **[0.3 т.]** а обемът $V = \frac{m}{\rho} = \frac{3{,}53\ \mathrm{g}}{0{,}773\ \mathrm{g/cm^3}}$ = 4,55 mL. **[0.3 т.]** Максималната консумация ще бъде $q =$ 4,55 mL/s = 4,55.10^{-6} m^3/s = 16,4 L/h. **[0.3 т.]**

д) $P_{max} = \frac{A}{t} = \frac{\eta Q}{t} = \frac{\eta\lambda m}{t}$. **[0.1 т.]** Замествайки $P_{max} =$ 0,65.45 MJ/kg .3,53 g/s ≈ 103 kW ≈ 140 к.с. **[0.3 т.]**

е) Разходът на гориво е $\frac{\Delta V}{\Delta x} = \frac{\Delta V}{\Delta x}\frac{\Delta t}{\Delta t} = \frac{\Delta V}{v\Delta t} = \frac{q}{2v}$ **[0.2 т.]** $= \frac{16{,}4\ \mathrm{L/h}}{2.120\ \mathrm{km/h}} \approx$ 6,83 L/100 km. **[0.2 т.]**

ж) **Вариант 1:**

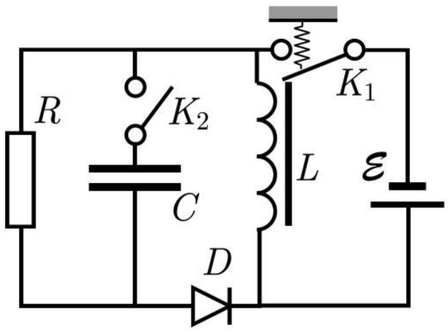


Нека разстоянието от буталото до оста на вала е x, а ъгълът между вертикалата и радиуса към точката на окачване на мотовилката е α. От косинусовата теорема следва $d^2 = b^2 + x^2 - 2bx\cos\alpha$. **[0.1 т.]** Решавайки спрямо x, $x = b\cos\alpha + \sqrt{b^2\cos^2\alpha + d^2 - b^2}$. **[0.2 т.]** За околност около "горната мъртва точка" $\alpha \ll 1$ може да се използват приближените формули $\cos\alpha \approx 1 - \frac{\alpha^2}{2}$ и $\cos^2\alpha \approx 1 - \alpha^2$. Тогава $x \approx b\left(1 - \frac{\alpha^2}{2}\right) + \sqrt{b^2(1 - \alpha^2) + d^2 - b^2}$. След преобразуване $x \approx b\left(1 - \frac{\alpha^2}{2}\right) + d\sqrt{1 - \frac{b^2}{d^2}\alpha^2} \approx b\left(1 - \frac{\alpha^2}{2}\right) + d - \frac{b^2}{2d}\alpha^2 = b + d - \frac{b}{2}\left(1 + \frac{b}{d}\right)\alpha^2$. **[0.3 т.]** Тогава скоростта на буталото ще бъде $v = \frac{dx}{dt} = -\frac{b}{2}\left(1 + \frac{b}{d}\right)2\alpha\frac{d\alpha}{dt} = -b\left(1 + \frac{b}{d}\right)\alpha\omega$, **[0.2 т.]** а ускорението $a = \frac{dv}{dt} = -b\left(1 + \frac{b}{d}\right)\omega\frac{d\alpha}{dt} = -b\left(1 + \frac{b}{d}\right)\omega^2$. **[0.2 т.]**

Вариант 2:

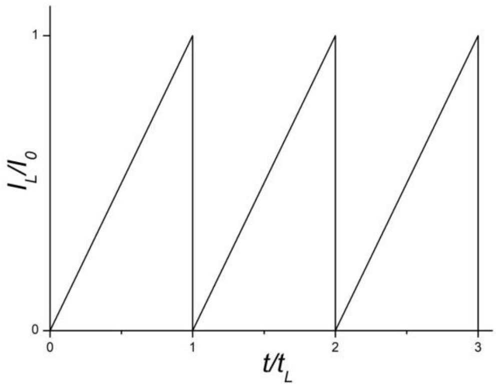
В позиция на горна мъртва точка, точката на окачване M лежи между буталото P и оста на вала O. Точка M се върти около неподвижната O и се движи с ускорение $a_M = -\omega^2 b$. В същия момент т. P също е неподвижна и следователно мотовилката се върти около нея с ъглова скорост ω', за която $\omega b = \omega' d$, т.е. $\omega' = \frac{b}{d}\omega$. Тогава относителното ускорение на т. M спрямо т. P е $a'_M = \omega'^2 d = \frac{\omega^2 b^2}{d} = a_M - a_P$, откъдето $a_P = -\left(1 + \frac{b}{d}\right)\omega^2 b$.

<u>Задача 3.</u> Преобразувател на постоянно напрежение



а) При първоначално ключ K_2 отворен и $I_L = 0$, диодът е запушен и схемата съдържа ефективно само източник на напрежение и намотка. **[0.2 т.]** Тогава $E = L\frac{dI_L}{dt}$. **[0.3 т.]** Следователно $I_L = \frac{E}{L}t + C$ $(C = 0)$. Така $I_0 = \frac{E}{L}\tau_L$ и $\tau_L = \frac{LI_0}{E}$. **[0.5 т.]**

б) Когато токът през намотката $I_L = I_0$, ключът K_1 се отваря, диодът се отпушва (защото $R.I_0 \gg U_0$) и схемата съдържа ефективно само намотка и резистор. **[0.5 т.]** Тогава $RI = -L\frac{dI}{dt}$, (1) откъдето $I(t) = I_0 e^{-\frac{R}{L}t}$. (2) **[0.5 т.]** При даденото неравенство $\frac{L}{R} \ll \tau_K$ токът успява да стане нула преди ключът K_1 да се затвори отново. И тъй като $\tau_K \ll \tau_L$ графиката изглежда така. **[0.5 т.]**



в) Максималното напрежение U_{max} върху резистора е $U_{max} = R.I_0$ (тъй като $R.I_0 \gg U_0$) **[0.5 т.]**

г) Тъй като $R.I_0 \gg U_0$, падът на напрежението върху диода може да се пренебрегне при определяне на зависимостта на тока от времето, виж (1). (1) може да се преобразува така, $R\frac{dq}{dt} = -L\frac{dI}{dt}$, **[0.2 т.]** (3) където dq е протеклият заряд през резистора за време dt. Интегрирайки (3), с точност до знак пълният заряд, протекъл през резистора до пълното спиране на тока, е $q = \frac{L.I_0}{R}$. **[0.3 т.]** (Същият резултат може да се получи от (2) и така: $q = \int_0^\infty I(t)dt = \frac{L.I_0}{R}$). Тъй като този заряд преминава и през диода, върху който има пад на напрежение U_0, електричните сили извършват работа $A = qU_0$, **[0.5 т.]** която се превръща във топлина. Тъй като този процес се повтаря с период τ_L, средната топлинна мощност P, отделяна на диода, е $P = \frac{A}{\tau_L} = \frac{qU_0}{\tau_L} = \frac{L.I_0.U_0}{R.\frac{LI_0}{E}} = \frac{E.U_0}{R}$. **[0.5 т.]**

д) Когато диодът е запушен, се образува RC верига, отделена от останалата част на схемата. В нея $U_C = \frac{q}{C} = -RI = -R\frac{dq}{dt}$. (4) от (4) следва, че при зареден кондензатор до някакъв начален заряд q_m, $q(t) = q_m e^{-\frac{t}{RC}}$, а напрежението върху кондензатора, $U(t) = U_m e^{-\frac{t}{RC}}$. (5) Тъй като $RC \gg \tau_L$, кондензаторът почти няма да се разрежда за характерното време τ_L на повторението на процесите в схемата. **[0.2 т.]** Нека разгледаме ситуацията, когато ключът K_1 се отвори. Заради посоката на тока в намотката, диодът се отпушва. Тогава се образува трептящ кръг, съдържащ упоредно свързани намотка, кондензатор и резистор. Тъй като $RC \gg \tau_L \gg \tau_K > \pi\sqrt{LC}$, токът през резистора е пренебрежим в сравнение с токовете през намотката и кондензатора. **[0.2 т.]** Затова трептящия кръг ще има период $T = 2\pi\sqrt{LC}$. **[0.3 т.]** Тъй като $\tau_K > \pi\sqrt{LC}$, т.е. $\tau_K > \frac{T}{2}$, енергията от намотката ще успее да се прехвърли в кондензатора преди ключът K_1 отново да се затвори. **[0.2 т.]** Обаче, ще се осъществи само един полупериод, защото след един полупериод диодът ще се запуши отново. **[0.3 т.]** Така за един полупериод енергията от намотката се прехвърля в кондензатора, която в стационарно състояние след запушване на диода, се отделя на резистора. **[0.3 т.]** Следователно $\frac{1}{2}LI_0{}^2 = \frac{U_{av}{}^2\tau_L}{R}$, **[0.5 т.]** откъдето $U_{av} = \sqrt{\frac{LI_0{}^2R}{2\tau_L}} = \sqrt{\frac{LI_0{}^2RE}{2LI_0}} = \sqrt{\frac{I_0RE}{2}}$. **[0.5 т.]**

е) Тъй като през по-голямата част от времето диодът е запушен, топлината се отделя върху резистора основно през този интервал от време. **[0.2 т.]** От (5) следва, $U(t) = U_m e^{-\frac{t}{RC}}$. За интервал от време τ_L, $U(\tau_L) = U_m e^{-\frac{\tau_L}{RC}} \approx U_m\left(1 - \frac{\tau_L}{RC}\right)$. **[0.3 т.]** Тогава промяната на напрежението върху кондензатора $2u = U_m - U(\tau_L) = U_m\frac{\tau_L}{RC}$, откъдето $u = \frac{U_m\tau_L}{2RC} \approx \frac{U_{av}\tau_L}{2RC}$. **[0.5 т.]** След заместване, $u = \frac{\sqrt{\frac{I_0RE}{2}}\cdot\frac{LI_0}{E}}{2RC} = \frac{LI_0}{2C}\sqrt{\frac{I_0}{2RE}}$. **[0.5 т.]**

ж) Използвайки дадените стойности, $\tau_L = 40$ ms, $U_{max} = 5$ kV, $P = 50$ μW, $U_{av} \approx 112$ V, $u \approx 4{,}5$ V. **[1.5 т.]**