МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА
ПРОЛЕТНО НАЦИОНАЛНО СЪСТЕЗАНИЕ ПО ФИЗИКА
София, 06 – 08.03.2026 г.
Тема 9.клас (Трета възрастова група)
Решения и указания

Задача 1.

А. При затискането на пипетата в горната й половина се намира въздух с налягане, равно на атмосферното P_a **[0,25 т.]**. При изваждането й от живака външното налягане $P_a < P-$ налягането, което оказват стълбчето живак с височина $(1/2)l$ и въздухът в пипетата. **[0,5 т.]** Живак ще изтича от пипетата докато двете налягания се изравнят, т.е. когато се достигне равенството $P_a = P_1$.**[0,5 т.]** Като отчетем, че $P_a = \rho gH$ **[0,5 т.]** и $P_1 = \rho gx + P_2$ **[0,5 т.]**, получаваме

(1) $\rho gH = \rho gx + P_2$. **[0,5 т.]**

Налягането P_2 е крайното налягане на въздуха в пипетата, което той достига след изотермно разширение:

$$P_2(l-x)s = P_a(1/2)ls\text{, } \textbf{[0,5 т.]}$$

т.е. определяме

$$P_2 = \frac{\rho g}{2}\frac{Hl}{(l-x)}\text{. } \textbf{[0,5 т.]}$$

След като заместим в (1), намираме уравнението, което трябва да удовлетворява x :

$$2x^2 - 2(H+l)x + Hl = 0\text{. } \textbf{[0,5 т.]}$$

Неговите решения са

$$x_{1,2} = \frac{1}{2}\left[(H+l) \pm \sqrt{H^2+l^2}\right]\text{, } \textbf{[0,5 т.]}$$

като и двете са положителни. От друга страна трябва да бъде изпълнено условието

$$x_{1,2} < \frac{1}{2}l\text{, } \textbf{[0,5 т.]}$$

което води до неравенството

$$H \pm \sqrt{H^2+l^2} < 0\text{. } \textbf{[0,25 т.]}$$

Тогава дължината на стълбчето живак, останало в пипетата, е

$$x = \frac{1}{2}\left[(H+l) - \sqrt{H^2+l^2}\right]\text{. } \textbf{[0,5 т.]}$$

Б. а) Газът върши работа при адиабатния и изотермния процес. Тогава имаме

$$A = A' + A_T\text{. } \textbf{[0,5 т.]}$$

Тъй като вътрешната енергия на идеалния газ зависи само от температурата **[0,5 т.]**, при изотермния процес тя не се променя, т.е. в сила е равенството

$$\Delta U = U_1 - U_3 = 0 = -Q - A_T\text{. } \textbf{[0,5 т.]}$$

Следователно намираме $A = A' - Q$. **[0,5 т.]**

б) Тъй като $A = Q_1 - Q_2$ **[0,5 т.]**, където Q_1 е полученото количество топлина за един цикъл от газа, а Q_2 – отдаденото от газа количество топлина, т.е. $Q_2 = Q$ **[0,5 т.]**. Тогава намираме $Q_1 = A'$. **[0,5 т.]**

в) По определение КПД се дава с израза

$$\eta = \frac{A}{Q_1} = 1 - \frac{Q}{A'}.$$ **[0,5 т.]**

Задача 2. а) Разглеждаме дъската като две тела съответно с маси

$$m(x) = \rho S x = \rho S L \frac{x}{L} = m\frac{x}{L},$$ **[0,5 т.]** $$m_1(x) = m - m(x) = m\left(1 - \frac{x}{L}\right),$$ **[0,5 т.]**

където $m(x)$ е масата на частта от дъската върху грапавата повърхност, а $m_1(x)$ – масата от дъската върху гладката повърхност. Ще означим с $T(x)$ силата, с която нишката дърпа дъската, а с $a(x)$ – ускорението на дъската. Тогава можем да запишем уравненията на движение на двете части на дъската:

$$m(x)a(x) = T(x) - f(x) - T_0,$$ **[1 т.]**

$$m_1(x)a(x) = T_0.$$ **[0,5 т.]**

В тези уравнения силата на триене е

$$f(x) = k_0 m(x) g$$ **[0,5 т.]**,

а T_0 – силата на взаимодействие между двете части на дъската. Като изключим T_0 получаваме уравнението

$$ma(x) = T(x) - k_0 mg\frac{x}{L}.$$ **[1 т.]**

От друга страна уравнението на движение на тялото с маса M е

$$Ma(x) = Mg - T(x).$$ **[0,5 т.]**

От двете уравнения намираме

$$T(x) = \frac{mM}{m+M} g\left(1 + k_0\frac{x}{L}\right).$$ **[1 т.]**

б) Като заместим $T(x)$ в първото уравнение на движение, намираме ускорението

$$a(x) = g\frac{M}{m+M}\left(1 - \frac{k_0 m}{ML}x\right).$$ **[1 т.]**

Ускорението на дъската намалява с навлизане над грапавата повърхност. Следователно имаме

$$a_{\max} = a(0) = \frac{M}{m+M}g,$$ **[0,25 т.]** $$a_{\min} = a(L) = \frac{M - k_0 m}{m+M}g.$$ **[0,25 т.]**

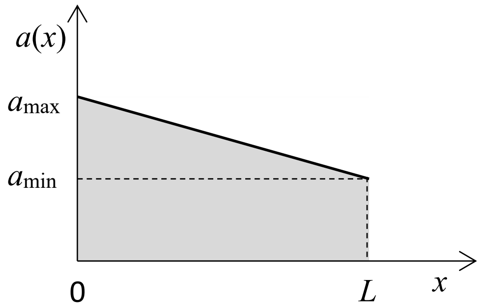
в) Графиката на ускорението $a(x)$ до навлизането на дъската изцяло на грапавата повърхност е показана на фиг. 1. **[1 т.]** Площта под графиката на функцията и оста x е площ на трапец

$$S_{\text{трапец}} = \frac{a_{\max} + a_{\min}}{2} L = \frac{2M - k_0 m}{2(m+M)} gL.$$ **[0,5 т.]**

От друга страна можем да запишем $S_{\text{трапец}} = a_{\text{ср.}} L$, т.е. движението на дъската до пълното й излизане върху грапавата повърхност може да се разглежда като движение с постоянно ускорение $a_{\text{ср.}}$ **[0,5 т.]**. Тогава крайната скорост на дъската е

$$v = \sqrt{2a_{\text{ср.}}L} = \sqrt{2S_{\text{трапец}}}\,. \qquad \textbf{[0,5 т.]}$$

$$v = \sqrt{\frac{2M - k_0 m}{(m+M)} gL} \qquad \textbf{[0,5 т.]}$$



Фиг. 1.

Задача 3.

а) При последователно свързване еквивалентното съпротивление е

$$R' = R_1 + R_2\,. \qquad \textbf{[0,5 т.]}$$

Като отчетем, че

$$R_1 = \frac{P_1}{I_1^2}\,, \textbf{ [0,5 т.]} \qquad R_2 = \frac{P_2}{I_2^2}\,, \textbf{ [0,5 т.]}$$

намираме

$$R' = \frac{P_1 I_2^2 + P_2 I_1^2}{I_1^2 I_2^2} \approx 0{,}93\,\Omega\,. \qquad \textbf{[1 т.]}$$

При успоредно свързване еквивалентното съпротивление е

$$R'' = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{P_1 P_2}{P_1 I_2^2 + P_2 I_1^2} \approx 0{,}21\,\Omega\,. \qquad \textbf{[1,5 т.]}$$

б) От закона на Ом за цялата верига следва

$$\varepsilon = I_1(R_1 + r)\,, \textbf{ [0,5 т.]} \qquad \varepsilon = I_2(R_2 + r)\,, \textbf{ [0,5 т.]}$$

откъдето намираме

$$\varepsilon = \frac{I_1 I_2 (R_1 - R_2)}{I_2 - I_1}\,, \qquad \textbf{[1 т.]}$$

$$r = \frac{I_1 R_1 - I_2 R_2}{I_2 - I_1}\,. \qquad \textbf{[1 т.]}$$

След заместване на съпротивленията имаме

$$\varepsilon = \frac{P_1 I_2^2 - P_2 I_1^2}{I_1 I_2 (I_2 - I_1)} \approx 3{,}0\,\text{V}\,, \qquad \textbf{[1,5 т.]}$$

$$r = \frac{P_1 I_2 - P_2 I_1}{I_1 I_2 (I_2 - I_1)} \approx 0{,}12\,\Omega\,. \qquad \textbf{[1,5 т.]}$$