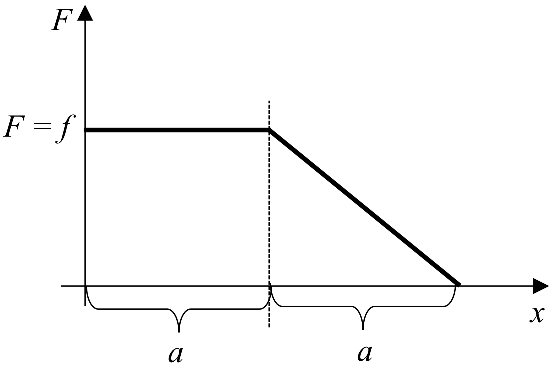
Решения на задачите от Националното състезание по физика, гр. София

III възрастова група (IX клас), 2025/2026 г.

Зад. 1.



Част 1.

1. За начертан хоризонтален участък ($F = f$) при разстояние a **(0,5 т)**.

2. За начертана намаляваща сила на триене от a до $2a$ **(0,5 т)**.

За обяснение:

1.Докато тапата не достигне до ръба на цилиндъра силата на триене е постоянна **(0,5 т)**.
2. След като тапата е достигнала ръба на цилиндъра силата на триене намалява до нула **(0,5 т)** в момента, когато тапата излезе. Силата на триене намалява заради намаляване на реакцията на опората N **(0,5 т)**.

Част 2.

А) Ускорението на тялото, използвайки втори закон на Нютон е:

$ma = kmg$ **(0,5 т)**

$a = kg$ **(0,5 т)**

Б) Възможни са следните три случая:

Сл. 1: Тялото спира за интервала от време $0 - t_1$. **(0,5 т)**

Ако $v_0 \le kgt_1$ следва, че $S_1 = \frac{v_0^2}{2kg} \le \frac{kgt_1^2}{2}$ **(0,5 т)** тогава $S_2 = 0$ **(0,5 т)**

Сл. 2: Тялото спира за интервала от t_1 до $t_1 + t_2$ **(0,5 т)**:

Ако $v_0 \ge kgt_1$. Тогава пътя $S_1 = v_0 t_1 - \frac{kgt_1^2}{2}$ **(0,5 т)**

Получаваме за v_0:

$$v_0 = \frac{1}{t_1}\left(S_1 + \frac{kgt_1^2}{2}\right)$$ **(0,5 т)**

Тогава за скоростта v_1 към момента t_1:

$$v_1 = v_0 - kgt_1$$

$$v_1 = \frac{1}{t_1}\left(S_1 - \frac{kgt_1^2}{2}\right)$$ **(0,5 т)**

За да бъде изпълнен втория случай е необходимо и $v_1 \le kgt_2$ **(0,5 т)**. Следователно:

$$\frac{1}{t_1}\left(S_1 - \frac{kgt_1^2}{2}\right) \le kgt_2$$

$S_1 \leq \frac{kgt_1^2}{2} + kgt_1t_2$ **(0,5 т)**

Изминатия път от тялото S_2 е:

$S_2 = \frac{v_1^2}{2kg} = \frac{1}{2kgt_1^2}\left(S_1 - \frac{kgt_1^2}{2}\right)^2$ **(0,5 т)**

Сл. 3: Към момента $t_1 + t_2$ тялото все още не е спряло.
Последното се реализира при $v_1 > kgt_2$ **(0,5 т)**. Тогава:

$S_1 > \frac{kgt_1^2}{2} + kgt_1t_2$ **(0,5 т)**

$S_2 = v_1t_2 - \frac{kgt_2^2}{2}$

$S_2 = \frac{t_2}{t_1}\left(S_1 - \frac{kgt_1^2}{2}\right) - \frac{kgt_2^2}{2}$ **(0,5 т)**

Зад. 2.

А) За доказателство, че $t_1 = t_2$ **(1 т)**.

За доказателство на $v^2 - v_0^2 = 2aS$ **(2 т)**

Б) Топката се издига над височината на наблюдателя. Ще разгледаме няколко интервала от движението на топката.

1. Разстоянието l първоначално намалява от $\sqrt{a^2 + h^2}$ до a.

2. След това се увеличава от a до $\sqrt{a^2 + (H - h)^2}$.

3. След това пак намалява от $\sqrt{a^2 + (H - h)^2}$ до a

4. След това пак нараства от а до $\sqrt{a^2 + h^2}$.

(за направения анализ – **1 т**)

От графиката и чертежа е видно, че:

$l_0 = \sqrt{a^2 + h^2},\ l_1 = \sqrt{a^2 + (H - h)^2}$ **(0,5 т)**

Лесно намираме:

$a = l_2$, **(0,5 т)**

В) $h = \sqrt{l_0^2 - a^2} = \sqrt{l_0^2 - l_2^2}$ **(1,5 т)**

и

$H = h + \sqrt{l_1^2 - a^2} = \sqrt{l_0^2 - l_2^2} + \sqrt{l_1^2 - l_2^2}$ **(1,5 т)**

Г) Началната скорост на топката може да бъде намерена от израза $S = \frac{v^2 - v_0^2}{2a}$:

$v_0 = \sqrt{2gH}$ **(1 т)**

$v_0 = \sqrt{2g\left(\sqrt{l_0^2 - l_2^2} + \sqrt{l_1^2 - l_2^2}\right)}$ **(1 т)**

Зад. 3.

А) Ускорението на телата $a_1 = a_2 = a$ (движат се като едно цяло)

Прилагаме втори закон на Нютон:

$$a = \frac{F}{2(m+M)} \quad (1) \qquad \textbf{(1 т)}$$

За да е възможно това трябва:

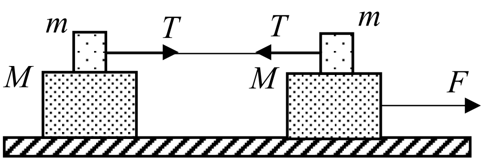
$f_l < kmg$; $f_r < kmg$ **(1 т)**

$f_l = M.a$ **(0,5 т)**

$f_r = (M + 2m).a$ (2) **(0,5 т)**

След заместване в (2) уравнение (1) и $f_r = kmg$ се получава условието за критична стойност на силата F:

$$F < F_{\text{кр}} = \frac{2kmg(m+M)}{2m+M} \qquad \textbf{(1 т)}$$



Б) При $F > F_{\text{кр}}$ дясното m приплъзва върху M, а лявото m – не.

Лявото m и M се движат заедно с ускорение a_1. В този случай дясното m има ускорение a_2 и приплъзва върху M. Между дясното m и голямото M силата на триене е $f_r = kmg$. Дясното M има различно ускорение от a_2.

За ляво M: $Ma = f_l$ (1) **(0,5 т)**

За ляво m: $ma = T - f_l$ (2) **(0,5 т)**

За дясно m (плъзга се): $ma = f_r - T$, като $(f_r = kmg)$ (3) **(0,5 т)**

За дясно M: $Ma_2 = F - f_r = F - kmg$ (4) **(0,5 т)**

Събираме уравнения (2) и (3):

$2ma = f_r - f_l = kmg - f_l$ **(0,5 т)**

$f_l = kmg - 2ma$, но $f_l = Ma$ **(0,5 т)**

Окончателно за ускорението за двете малки m и лявото M се получава:

$$a = \frac{kmg}{2m+M} \qquad \textbf{(1 т)}$$

Силата на опън е:

$$T = kmg - ma \qquad \textbf{(0,5 т)}$$

$$T = kmg\frac{m+M}{2m+M} \qquad \textbf{(0,5 т)}$$

Следователно ускорението за дясно M:

$$a_2 = \frac{F-kmg}{M} \qquad \textbf{(0,5 т)}$$

Лявото m да не се плъзга: $f_l = Ma = M.kmg/(2m + M) < kmg$. Последното винаги е изпълнено, т.е. винаги ляво m и M се движат заедно като „залепени“ **(0,5 т)**.