

МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА

Областен кръг на олимпиадата по физика, 15.02.2025 г.

Решения на темата за 6. състезателна група (учебно съдържание за 12. клас) с критерии за оценяване.

Упътване. Дадените решения са примерни. Всяко обосновано алтернативно решение се оценява по критерии на областната комисия, като се спазва максималният брой точки по отделните подусловия на всяка задача.

Задача 1. Окачване на фенер

а) На пръчката действат следните пет сили:

- Сила на опън \vec{T}_1 на вертикалната нишка, приложена в т. A , равна на теглото $m_1\vec{g}$ на фенера.

- Сила на опън \vec{T} на хоризонталната нишка, приложена в т. A .

- Сила на тежестта $m_2\vec{g}$, действаща в центъра на масата, т.е. в средата на пръчката.

- Сила \vec{R} на нормална реакция на стената, приложена в т. B .

- Сила \vec{f} на триене, действаща успоредно на стената в т. B .

За всяка сила с вярно означена посока и приложна точка по **0,2 т** – общо до **1,0 т**.

б) Въртящият момент на приложените върху пръчката сили спрямо т. B е:

$$M_1 = m_1 g \ell \sin \theta \text{ за теглото на фенера} \quad (1,0 \text{ т})$$

$$M_2 = m_2 g (\ell/2) \sin \theta \text{ за силата на тежестта на пръчката} \quad (1,0 \text{ т})$$

$$M_3 = -T \ell \cos \theta \text{ за силата на опън на хоризонталната нишка} \quad (1,0 \text{ т})$$

Приема се и решение, при което знакът на M_3 е положителен, а на M_1 и M_2 – отрицателни.

От условието за равновесие:

$$M_1 + M_2 + M_3 = 0 \quad (0,5 \text{ т})$$

получаваме търсения израз за силата на опън:

$$T = (m_1 + m_2/2) g \operatorname{tg} \theta \quad (0,5 \text{ т})$$

в) За да бъде пръчката в равновесие, векторната сума на всички сили, които ѝ действат трябва да бъде нула. Ако разгледаме поотделно силите, действащи хоризонтално и вертикално, получаваме следните връзки между големините на силите:

$$\text{по X: } R = T = (m_1 + m_2/2) g \operatorname{tg} \theta \quad (0,5 \text{ т})$$

$$\text{по Y: } f = (m_1 + m_2) g \quad (0,5 \text{ т})$$

За да не се хлъзга пръчката, силата на триене със стената трябва да бъде по-малка от максималната сила на триене при покой:

$$f \leq kR, \quad (1,0 \text{ т})$$

откъдето намираме, че при даден ъгъл θ минималният коефициент на триене е:

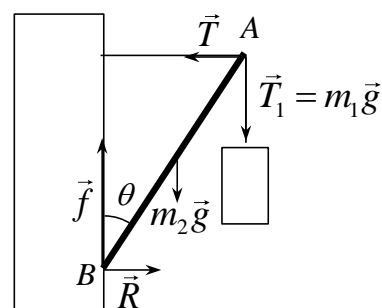
$$k_{\min} = \frac{f}{R} = \frac{m_1 + m_2}{(m_1 + m_2/2) \operatorname{tg} \theta}. \quad (1,0 \text{ т})$$

г) За да не се скъса нишката, е нужно $T \leq T_{\max}$, откъдето следва:

$$\operatorname{tg} \theta \leq \frac{T_{\max}}{(m_1 + m_2/2) g}. \quad (0,5 \text{ т})$$

За да не се хлъзга пръчката е нужно $k \geq k_{\min}$, т.е.

$$\operatorname{tg} \theta \geq \frac{m_1 + m_2}{(m_1 + m_2/2) k}. \quad (0,5 \text{ т})$$



Като заместим с числените стойности на параметрите, намираме условието за равновесие:

$$2 \leq \operatorname{tg} \theta \leq 4 \Leftrightarrow 63,4^\circ \leq \theta \leq 76,0^\circ \quad (1,0 \text{ т})$$

За верен отговор се приема както вариантът с неравенства за $\operatorname{tg} \theta$, така и вариантът с неравенства за самия ъгъл θ . Ако в крайния отговор е получена или само долната, или само горната граница за $\operatorname{tg} \theta$ (θ), се отнема 0,5 т.

Задача 2. Зареждане на кондензатор

а) Енергията на зареден кондензатор е:

$$W_e = \frac{1}{2} C U^2. \quad (1,0 \text{ т})$$

Напрежението върху кондензатора е съответно:

$$U = \frac{q}{C}. \quad (1,0 \text{ т})$$

Следователно:

$$W_e = \frac{q^2}{2C}. \quad (0,5 \text{ т})$$

б) Когато през източника минава заряд, електродвижещите сили извършват работа:

$$A^* = \mathcal{E}q. \quad (1,0 \text{ т})$$

От закона за запазване на енергията следва, че тази работа се преобразува в електрична потенциална енергия на кондензатора и енергия на магнитното поле в намотката:

$$A^* = W_e + W_m. \quad (1,0 \text{ т})$$

Така за магнитната енергия получаваме следния израз:

$$W_m = \mathcal{E}q - \frac{q^2}{2C}. \quad (0,5 \text{ т})$$

Понеже:

$$W_m = \frac{L I^2}{2}, \quad (1,0 \text{ т})$$

Получаваме:

$$I = \sqrt{\frac{2C\mathcal{E}q - q^2}{LC}}. \quad (0,5 \text{ т})$$

в) От получения израз следва, че най-голям ток протича в момента, когато през веригата е минал заряд:

$$q = C\mathcal{E}. \quad (0,5 \text{ т})$$

Така намираме:

$$I_{\max} = \mathcal{E} \sqrt{\frac{C}{L}} = 9 \text{ V} \cdot \sqrt{\frac{15 \cdot 10^{-6} \text{ F}}{6 \cdot 10^{-3} \text{ H}}} = 0,45 \text{ A}. \quad (1,0 \text{ т})$$

(0,5 точки за буквен отговор + 0,5 точки за числена стойност)

г) В момента, когато кондензаторът се зареди максимално, токът във веригата става $I = 0$. Следователно в този момент зарядът на кондензатора е:

$$q_{\max} = 2C\mathcal{E}, \quad (1,0 \text{ т})$$

а напрежението съответно:

$$U_{\max} = \frac{q_{\max}}{C} = 2\mathcal{E} = 18 \text{ V}. \quad (1,0 \text{ т})$$

(0,5 точки за буквен отговор + 0,5 точки за числена стойност)

Задача 3. Пневматична пушка

а) Процесът е адиабатен (0,5 т за посочване на верен отговор), защото въздухът в цевта не обменя топлина с околния въздух (0,5 т за обяснение).

б) Сачмата се ускорява, докато налягането в цевта е по-високо от външното налягане (0,5 т). При адиабатно разширение налягането на въздуха в цевта намалява. Следователно сачмата достига максимална скорост, когато налягането в цевта стане равно на атмосферното налягане $p_A = 1,0 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ (0,5 т).

в) При адиабатен процес е в сила уравнението:

$$p_0 V_0^\gamma = p_1 V_1^\gamma, \quad (1,0 \text{ т})$$

където p_0 и V_0 са съответно налягането и обема на въздуха в резервоара преди изстрела, $p_1 = p_A$ е налягането в края на процеса, а:

$$V_1 = V_0 + LS \quad (0,5 \text{ т})$$

е обемът на въздуха в цевта, когато сачмата достигне изходния отвор. Моларният топлинен капацитет на въздуха при постоянно налягане е:

$$C_p = C_v + R = \frac{7}{2} R, \quad (1,0 \text{ т})$$

а показателят на адиабатата е:

$$\gamma = \frac{C_p}{C_v} = \frac{7}{5}. \quad (1,0 \text{ т})$$

От уравнението за адиабатния процес получаваме за търсената дължина:

$$L = \frac{V}{S} \left[\left(\frac{p_0}{p_A} \right)^{5/7} - 1 \right] \quad (1,0 \text{ т})$$

Като заместим с числените данни намираме:

$$L = \frac{5,0 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3}{3,0 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2} \left[2^{5/7} - 1 \right] \approx 1,07 \text{ m}. \quad (0,5 \text{ т})$$

За верен се приема всеки числен резултат, който се закръгля към 1,1 m.

г) Работата на газ при адиабатен процес е изцяло за сметка на намаляване на вътрешната енергия на газа:

$$A' = -\Delta U. \quad (0,5 \text{ т})$$

Вътрешната енергия на n мола идеален газ е:

$$U = \frac{s}{2} nRT = nC_v T,$$

където s е броят на степените на свобода на молекулите. Като вземем предвид, че $C_v = 5/2 R$, т.е. $s = 5$ и като използваме уравнението $pV = nRT$ на Клапейрон-Менделеев, намираме:

$$U = \frac{5}{2} pV. \quad (0,3 \text{ т})$$

Следователно работата, извършена от въздуха в цевта е:

$$A' = \frac{5}{2} (p_0 V_0 - p_1 V_1). \quad (0,2 \text{ т})$$

Като вземем предвид, че $p_1 = p_A = 1,0 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ и $V_1 = V_0 + LS \approx 8,21 \text{ cm}^3 = 8,21 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3$, намираме:

$$A' = 2,5 \cdot (2,0 \cdot 10^5 \text{ Pa} \cdot 5 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3 - 1,0 \cdot 10^5 \text{ Pa} \cdot 8,21 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3) \approx 0,447 \text{ J}. \quad (0,5 \text{ т})$$

За верен се приема всеки отговор, който се закръгля към 0,45 J.

д) Освен въздухът в цевта, върху сачмата извършва механична работа и външният атмосферен въздух:

$$A'' = -p_0 \Delta V = 1,0 \cdot 10^5 \text{ Pa} \cdot (8,21 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3 - 5,0 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3) = -0,321 \text{ J} \quad (0,5 \text{ т})$$

Следователно общата работа, извършена от външни сили върху сачмата, е:

$$A = A' + A'' = 0,126 \text{ J} \quad (0,2 \text{ т})$$

От връзката $A = \Delta E_k$ между работата на външните сили и промяната на кинетичната енергия имаме:

$$A = \frac{mv^2}{2} \quad (0,3 \text{ т})$$

и окончателно:

$$v = \sqrt{\frac{2A}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 0,126 \text{ J}}{5,0 \cdot 10^{-5} \text{ kg}}} \approx 71 \text{ m/s.} \quad (0,5 \text{ т})$$