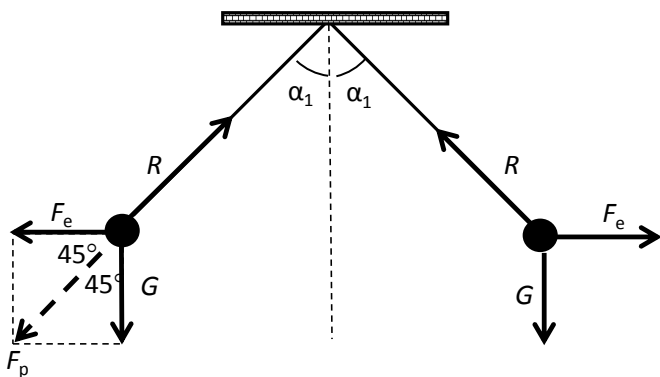


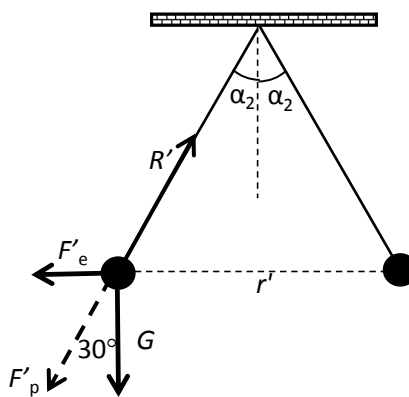
МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА
ОЛИМПИАДА ПО ФИЗИКА, ОБЛАСТЕН КРЪГ, 15 февруари 2025 г.
Решения на темата за 10. клас (четвърта състезателна група)

Задача 1. Електростатично взаимодействие

а) На всяко топче действат три сили – сила на тежестта $G = mg$, насочена вертикално надолу [0,5 т.]; електрична сила на отблъскване F_e , насочена хоризонтално съответно наляво (надясно) [1 т.]; сила R на опън на нишката, която е успоредна на съответната нишка (фиг. 1) [1 т.]. Тъй като системата е симетрична по отношение на вертикалната права, минаваща през точката на окачване на нишките, ще разглеждаме само едното от топчетата (напр. лявото).



Фиг. 1



Фиг. 2

б) Равнодействащата F_p на силата на тежестта и на електричната сила уравнисява силата на опън на нишката, т.е. действа надолу и наляво под ъгъл 45° спрямо вертикалата. От чертежа на фиг. 1 е ясно, че при $\alpha_1 = 45^\circ$ силите F_e и G образуват квадрат, т.е. $F_e = G$. [1 т.]
 От закона на Кулон:

$$F_e = \frac{kq^2}{r^2} \quad [0,5 \text{ т.}]$$

където r е разстоянието между топчетата. Понеже нишките сключват ъгъл 90° , $r^2 = l^2 + l^2 = 2l^2$. Следователно:

$$\frac{kq^2}{2l^2} = mg \quad [1 \text{ т.}]$$

и окончателно намираме:

$$q = l \sqrt{\frac{2mg}{k}} \approx 1,7 \cdot 10^{-6} \text{ C} = 1,7 \mu\text{C} \quad [1 \text{ т.}]$$

(0,5 т. за буквен израз + 0,5 т. за числена стойност)

в) При ъгъл между нишките, равен на 60° , топчетата и точката на окачване образуват равностранен триъгълник, т.е. $r = l$ (фиг. 2). Следователно големината на електричната сила в този случай е:

$$F'_e = \frac{kq^2}{l^2} \quad [1 \text{ т.}]$$

От чертежа е ясно, че $\alpha_2 = 30^\circ$. Тогава силите F_e и G са съответно срещуположен и прилежащ катет в правоъгълен триъгълник с ъгъл при върха 30° , т.е.

$$\frac{F'_e}{G} = \operatorname{tg} 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}} \quad \text{или} \quad \frac{kq'^2}{l^2} = \frac{mg}{\sqrt{3}} \quad [1 \text{ т.}]$$

откъдето:

$$q' = l \sqrt{\frac{mg}{k\sqrt{3}}} = \frac{q}{\sqrt{2\sqrt{3}}} \approx 0.54q \quad [1 \text{ т.}]$$

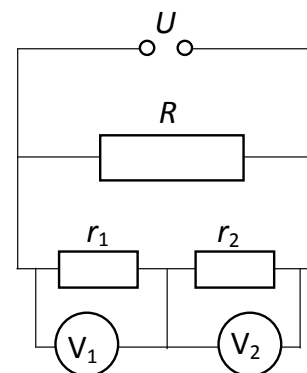
Следователно зарядът на топчето е намалял с $\Delta q = q - q' = 0.46q$, т.е. относителното част на „изгубения“ заряд е:

$$x = 0,46. \quad [1 \text{ т.}]$$

Задача 2. Реални (неидеални) волтметри

а) На фиг. 3 е показана еквивалентната схема на електрическата верига. [1 т.]

Фиг. 3



б) Показанията на волтметрите в този случай са U'_1 и U'_2 , като $U'_1 + U'_2 = U$. [0,5 т.] Тъй като r_1 и r_2 са свързани последователно, в сила е равенството

$$\frac{U'_1}{U'_2} = \frac{r_1}{r_2}. \quad [0,5 \text{ т.}]$$

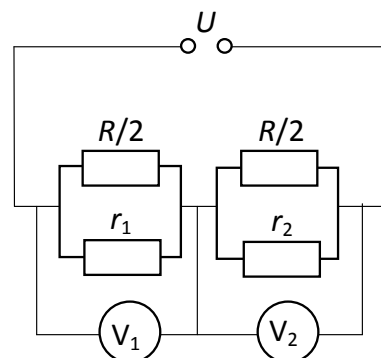
Тогава намираме

$$U'_1 = \frac{r_1}{r_1 + r_2} U \approx 132 \text{ V}, [0,5 \text{ т.}] \quad U'_2 = U - U'_1 \approx 88 \text{ V}. [0,5 \text{ т.}]$$

в) Еквивалентната схема на веригата е показана на фиг. 4. [1 т.] Показанията на волтметрите

Фиг. 4

са съответно U''_1 и U''_2 , като $U''_1 + U''_2 = U$. [0,5 т.] Двете групи съпротивления R''_1 и R''_2 са свързани последователно. Тогава имаме:



$$\frac{U_1''}{U_2''} = \frac{R_1''}{R_2''} \cdot [0,5 \text{ т.}]$$

Тъй като успоредно свързаните съпротивления дават

$$R_1'' = \frac{r_1 R / 2}{r_1 + R / 2} = \frac{r_1 R}{2r_1 + R}, [0,5 \text{ т.}] \quad R_2'' = \frac{r_2 R}{2r_2 + R}, [0,5 \text{ т.}]$$

намираме

$$U_1'' = \frac{r_1(2r_2 + R)}{4r_1r_2 + (r_1 + r_2)R} U \approx 121 \text{ V}, [0,5 \text{ т.}] \quad U_2'' \approx 99 \text{ V}. [0,5 \text{ т.}]$$

г) При изравняване на показанията на волтметрите съответните еквивалентни съпротивления трябва да са равни, т.е. имаме

$$\bar{R}_1 = \frac{r_1 R_1}{r_1 + R_1} = \frac{r_2 R_2}{r_2 + R_2} = \bar{R}_2, [0,5 \text{ т.}]$$

което е еквивалентно на равенството

$$\frac{R_1 R_2}{R_2 - R_1} = \frac{r_1 r_2}{r_1 - r_2}. [1 \text{ т.}]$$

То се превръща в тждество при $R_1 = r_2 = 4 \text{ k}\Omega$ и $[0,5 \text{ т.}]$ $R_2 = r_1 = 6 \text{ k}\Omega$. $[1 \text{ т.}]$

Задача 3. Трептене на заредена частица

а) В равновесното положение резултантната сила, действаща на частицата, е равна на нула. $[0,5 \text{ т.}]$ Това е възможно, когато силите, с които еднородното електрично поле и зарядът Q действат на заряда q , имат противоположни посоки. $[0,25 \text{ т.}]$ За положителен заряд q силата F_Q е насочена надясно. $[0,5 \text{ т.}]$ Тогава силата F_E трябва да е насочена наляво, което означава, че интензитетът E на еднородното поле ще е насочен наляво към заряда Q $[0,5 \text{ т.}]$. За отрицателен заряд q силата F_Q сменя посоката си (насочена е наляво), като при същата посока на интензитета силата F_E ще е насочена надясно. $[0,25 \text{ т.}]$ Следователно, независимо от знака на заряда q , само при една ориентация на интензитета (наляво) ще има равновесно положение. $[0,5 \text{ т.}]$

б) Когато зарядът q се намира в равновесното положение имаме

$$F_Q = k \frac{qQ}{r_0^2}, [0,5 \text{ т.}] \quad F_E = qE. [0,5 \text{ т.}]$$

От равенството на силите намираме

$$r_0 = \sqrt{\frac{kQ}{E}}. [0,5 \text{ т.}]$$

в) При отклоняване на тялото с положителен заряд q на разстояние x надясно силата F_Q намалява, а силата F_E остава постоянна по големина. $[0,5 \text{ т.}]$ Тогава резултантната сила $F = F_E - F_Q$ има посока наляво към равновесното положение (връщаща сила). $[0,5 \text{ т.}]$ При отклоняване наляво имаме $F_Q > F_E$, като резултантната сила е насочена надясно – отново към равновесното положение. $[0,5 \text{ т.}]$ Следователно, при отклоняване на

положителен заряд q от равновесното положение възниква въртяща сила. [0,25 т.] При отклонението на отрицателен заряд q надясно $F_E > F_Q$ и резултантната сила е насочена надясно, т.е. тя отдалечава частицата от равновесното положение. [0,25 т.] При отклонение наляво имаме $F_Q > F_E$ и посоката на резултантната сила е наляво. [0,25 т.] Следователно в случай на отклонение на отрицателен заряд q не възниква въртяща сила. [0,25 т.]

г) Въртящата сила се дава с израза

$$F = qE - k \frac{qQ}{(r_0 + x)^2} = q \frac{Er_0^2 - kQ + 2Er_0x + Ex^2}{(r_0 + x)^2}. \quad [1 \text{ т.}]$$

Каго отчетем израза за r_0 и неравенството $x \ll r_0$, намираме

$$F \approx \frac{2qE}{r_0} x = 2q \sqrt{\frac{E^3}{kQ}} x = Kx. \quad [1 \text{ т.}]$$

където:

$$K = 2q \sqrt{\frac{E^3}{kQ}}$$

е коефициент на пропорционалност между въртящата сила и отклонението, т.е. ефективен „коефициент на еластичност“. Следователно подвижното тяло извършва хармонично трептене с период:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{K}}. \quad [0,5 \text{ т.}]$$

Окончателно намираме:

$$T = \pi \sqrt{\frac{2m}{q} \sqrt{\frac{kQ}{E^3}}}. \quad [1 \text{ т.}]$$