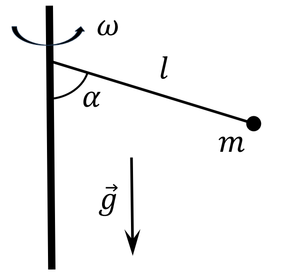
МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА
ОЛИМПИАДА ПО ФИЗИКА, ОБЛАСТЕН КРЪГ, 15 февруари 2025 г.
Решения на темата за 11. клас (пета състезателна група)

<u>Задача 1.</u> Въртене около вертикална ос.



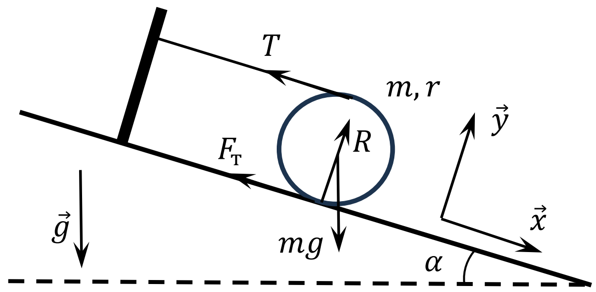
а) От чертежа се вижда, че $T\sin\alpha = m\omega^2 l\sin\alpha$ **[1 т.]** (центростремителната сила е хоризонталната проекция на силата на опън на нишката). Следователно $T = m\omega^2 l$. **[2 т.]**

б) Тъй като $mg = T\cos\alpha$, **[1 т.]** то $\cos\alpha = \frac{mg}{T} = \frac{mg}{m\omega^2 l} = \frac{g}{\omega^2 l}$. **[2 т.]**

в) Тъй като $\cos\alpha = \frac{g}{\omega^2 l} \leq 1$, то $\omega \geq \sqrt{\frac{g}{l}}$. Ъгълът α няма да е нула за $\omega > \sqrt{\frac{g}{l}}$. **[1 т.]**

г) Моментът на импулса L на тялото е $L = I\omega$ **[1 т.]** $= m(l\sin\alpha)^2\omega = ml^2\omega\left[1 - \left(\frac{g}{\omega^2 l}\right)^2\right]$ при $\omega > \sqrt{\frac{g}{l}}$. **[1.5 т.]** При по-малка ъглова скорост $L = 0$. **[0.5 т.]**

<u>Задача 2.</u> Цилиндър върху наклонена равнина.



а) На чертежа вдясно са нарисувани четирите сили, които действат на цилиндъра, и по-удобната координатна система (в която три от силите имат само по една ненулева проекция). **[1 т.]** (за всяка от 4-те сили и за координатната система по **[0.2 т.]**)

б) За да бъде цилиндърът в покой, сумата от силите, които му действат, както и сумата от въртящите моменти, които му действат, трябва да е нула. **[0.5 т.]** Следователно по оста x: $mg\sin\alpha = T + F_{\text{т}}$, **[0.5 т.]** по оста y: $R = mg\cos\alpha$. **[0.5 т.]** От равенството на въртящите моменти (спрямо центъра на масата): $(T - F_{\text{т}}).r = 0$, откъдето $T = F_{\text{т}}$. **[0.5 т.]** Тъй като в покой $F_{\text{т}} \leq kR$, **[0.5 т.]** то $\frac{mg\sin\alpha}{2} \leq kmg\cos\alpha$, откъдето $k \geq \frac{\tan\alpha}{2}$ и $k_{min} = \frac{\tan\alpha}{2}$. **[0.5 т.]**

в) От подусловие б) следва, че $T = \frac{mg\sin\alpha}{2}$. **[1 т.]**

г) Тъй като ускорението е успоредно на наклонената равнина, $mg\sin\alpha - T - F_{\text{т}} = ma$, **[0.3 т.]** $R = mg\cos\alpha$, **[0.2 т.]** $F_{\text{т}} = kR$. **[0.2 т.]** Тъй като горната точка на цилиндъра е неподвижна спрямо равнината, $mg\sin\alpha.r - F_{\text{т}}.2r = I_{\text{п}}.\varepsilon$, **[0.5 т.]** $a = \varepsilon.r$. **[0.3 т.]** Замествайки в последните две уравнения, $mg\sin\alpha.r - kmg\cos\alpha.2r = \frac{3}{2}mr^2.\frac{a}{r}$, откъдето $a = \frac{2}{3}\,g(\sin\alpha - 2k\cos\alpha)$. **[0.5 т.]**

д) Използвайки първото уравнение от подусловие г), силата T на опъване на нишката е $T = mg\sin\alpha - F_{\text{т}} - ma = mg\sin\alpha - kmg\cos\alpha - ma$. **[0.5 т.]** Използвайки резултата от г), $T = mg\sin\alpha - kmg\cos\alpha - \frac{2}{3}mg(\sin\alpha - 2k\cos\alpha)$ **[0.5 т.]** $=$ $\frac{1}{3}mg(\sin\alpha + k\cos\alpha)$. **[0.5 т.]**

е) За изминато от цилиндъра разстояние L, извършената работа от силата на триене е $A_{\text{тр}} = -F_{\text{т}}.2L = -kmg\cos\alpha.2L$ (множителят 2 се дължи на факта, че относителното хлъзгане на повърхността на цилиндъра спрямо наклонената равнина е 2 пъти по-голямо от преместването на центъра на цилиндъра). **[0.5 т.]** Промяната $\Delta E_{\text{пот}}$ на потенциалната енергия на цилиндъра за това разстояние е $\Delta E_{\text{пот}} = -mg\sin\alpha.L$. **[0.5 т.]** Следователно $b = \frac{A_{\text{тр}}}{\Delta E_{\text{пот}}} = \frac{-2kmg\cos\alpha L}{-mg\sin\alpha.L} = \frac{2k}{\tan\alpha}$. Тъй като $k < k_{min} = \frac{\tan\alpha}{2}$, то $0 \le b < 1$. **[0.5 т.]**

Алтернативно решение: $b = \frac{A_{\text{тр}}}{\Delta E_{\text{пот}}} = \frac{\Delta E_{\text{пълна}}}{\Delta E_{\text{пот}}} = \frac{\Delta E_{\text{кин}} + \Delta E_{\text{пот}}}{\Delta E_{\text{пот}}} = \frac{\Delta E_{\text{кин}}}{\Delta E_{\text{пот}}} + 1$. $\Delta E_{\text{пот}} = -mg\sin\alpha.L$. **[0.5 т.]** $\Delta E_{\text{кин}} = \frac{1}{2}I_{\text{п}}\omega^2 = \frac{3}{4}mv^2$, където v е скоростта на центъра на цилиндъра. Тъй като тялото от покой започва да се движи с ускорение $a = \frac{2}{3}g(\sin\alpha - 2k\cos\alpha)$, след изминато разстояние L ще има скорост $v = \sqrt{2aL}$. Така $\Delta E_{\text{кин}} = mgL(\sin\alpha - 2k\cos\alpha)$. **[0.5 т.]** Заместваийки в уравнението за b се получава $b = \frac{\Delta E_{\text{кин}}}{\Delta E_{\text{пот}}} + 1 = \frac{mgL(\sin\alpha - 2k\cos\alpha)}{-mg\sin\alpha.L} + 1 = \frac{2k}{\tan\alpha}$. Тъй като $k < k_{min} = \frac{\tan\alpha}{2}$, то $0 \le b < 1$. **[0.5 т.]**

<u>Задача 3.</u> Потъване или изплаване на капка течност в друга течност.

а) При движение с постоянна скорост сумата от действащите на капката олио сили е нула, **[0.5 т.]** $F_{\text{A}} = mg + F_{\text{c}}$, **[0.5 т.]** т.е. $\rho_{\text{в}}.\frac{4}{3}\pi r^3.g = \rho_{\text{о}}.\frac{4}{3}\pi r^3.g + 6\pi\eta_{\text{в}} r v_{\text{о}}$, **[0.5 т.]** откъдето $v_{\text{о}} = \frac{2(\rho_{\text{в}} - \rho_{\text{о}})gr^2}{9\eta_{\text{в}}}$ **[1 т.]** $= 0{,}061$ m/s. **[1 т.]**

б) При движение с постоянна скорост сумата от действащите на капката вода сили е нула, **[0.5 т.]** $mg = F_{\text{A}} + F_{\text{c}}$, **[0.5 т.]** т.е. $\rho_{\text{в}}.\frac{4}{3}\pi r^3.g = \rho_{\text{о}}.\frac{4}{3}\pi r^3.g + 6\pi\eta_{\text{о}} r v_{\text{в}}$, **[0.5 т.]** откъдето $v_{\text{в}} = \frac{2(\rho_{\text{в}} - \rho_{\text{о}})gr^2}{9\eta_{\text{о}}}$ **[1 т.]** $= 0{,}00097\,\frac{\text{m}}{\text{s}} = 0{,}97\,\frac{\text{mm}}{\text{s}}$. **[1 т.]**

в) За случая на подусловие а) $\text{Re} = \frac{\rho_{\text{в}} r v_{\text{о}}}{\eta_{\text{в}}}$ **[0.5 т.]** $\approx 37 \gg 1$, **[0.5 т.]** следователно формулата на Стокс не е използвана правилно (силата на съпротивление не се подчинява на формулата на Стокс). **[0.5 т.]** За случая на подусловие б) $\text{Re} = \frac{\rho_{\text{о}} r v_{\text{в}}}{\eta_{\text{о}}}$ **[0.5 т.]** $\approx 0{,}0085 \ll 1$, **[0.5 т.]** следователно формулата на Стокс е използвана правилно (силата на съпротивление се подчинява на формулата на Стокс). **[0.5 т.]**