

**МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА**  
**НАЦИОНАЛНА КОМИСИЯ ЗА ОРГАНИЗИРАНЕ НА ОЛИМПИАДАТА ПО АСТРОНОМИЯ**  
**XXVIII НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО АСТРОНОМИЯ**

**Областен кръг на олимпиадата по астрономия**

**23 февруари 2025 г.**

**Възрастова група IX-X клас – Решения**

**Задача 1. Златният астероид.** Най-яркият астероид – Веста – има диаметър от 526 km, който е приблизително равен на размера на България по диагонал. Нека да си представим сферичен астероид, съставен изцяло от чисто злато, но с размерите на Веста. Плътността на златото е  $19,3 \text{ g/cm}^3$ .

- **А)** Оказва се, че златният астероид би бил по-масивен дори от най-големия астероид в Главния пояс – Церера. Пресметнете колко пъти по-масивен ще бъде той. Масата на Церера е  $9,4 \cdot 10^{20} \text{ kg}$ . [3 т.]
- **Б)** Гравитационното ускорение на повърхността на златния астероид би било много по-високо от това на всички реални астероиди. Пресметнете неговата стойност. Назовете някой обект в Слънчевата система със сходно гравитационно ускорение на повърхността. [3 т.]
- **В)** Представете си, че сте в станция на ниска кръгова орбита около златния астероид, така че той да има ъглов размер  $90^\circ$  по небето за вас. За какво време правите обиколка около астероида? Използвайте III закон на Кеплер:

$$\frac{r^3}{T^2} = \frac{GM}{4\pi^2}$$

В тази формула  $r$  е радиус на орбитата,  $T$  е орбиталният период, а  $M$  е масата на централното тяло. [3 т.]

- **Г)** Защо според вас няма златни астероиди в действителност? [3 т.]

Справочни данни:

Гравитационна константа

$$G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$$

**Решение.**

**А)** Обемът на сферичния златен астероид с радиус  $R_G = (526/2) = 263 \text{ km}$  е

$$V_G = \frac{4}{3} \pi R_G^3.$$

Ако плътността му е  $\rho_G = 19,3 \text{ g/cm}^3 = 19300 \text{ kg/m}^3$ , то масата му е

$$M_G = \rho_G V_G = \frac{4}{3} \pi R_G^3 \rho_G = 1,47 \cdot 10^{21} \text{ kg}.$$

Ако разделим тази стойност на масата на Церера  $9,4 \cdot 10^{20} \text{ kg}$ , получаваме, че златният астероид е **1,56** пъти по-масивен от Церера.

**Б)** Гравитационното ускорение на повърхността на златния астероид пресмятаме по формулата

$$a_G = \frac{GM_G}{R_G^2} = \mathbf{1,42 \text{ m/s}^2}.$$

Тук използвахме гравитационната константа  $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 / (\text{kg} \cdot \text{s}^2)$ .

Полученото гравитационно ускорение е много по-голямо спрямо това на повърхността на астероидите. Сравнимо е с това на повърхността на Луната ( $1,62 \text{ m/s}^2$ ),

Йо ( $1,80 \text{ m/s}^2$ ), Европа ( $1,31 \text{ m/s}^2$ ), Ганимед ( $1,43 \text{ m/s}^2$ ), Калисто ( $1,23 \text{ m/s}^2$ ), Титан ( $1,35 \text{ m/s}^2$ ).

**В)** Ако ъгловият размер на златния астероид е  $90^\circ$ , то гледано от спътника  $S$ , ъгловото разстояние от центъра му  $O$  до точка  $H$  на видимия ръб е  $45^\circ$ . Зрителният лъч  $SH$  е допирателен спрямо сферичния астероид. Тогава отсечката  $SH$  е перпендикулярна на  $OH$  и триъгълникът  $HSO$  има ъгли  $90^\circ, 45^\circ, 45^\circ$ . Радиусът на орбитата е

$$r = OS = \sqrt{OH^2 + SH^2} = R_G \sqrt{2} = 371,9 \text{ km.}$$

Заместваме в III закон на Кеплер

$$\frac{r^3}{T^2} = \frac{GM_G}{4\pi^2}.$$

и получаваме орбитален период на спътника  $T = 4550 \text{ s} = 75,8 \text{ min.}$

**Г)** Най-често срещаните елементи в Слънчевата система са водород (70,6% масова част), хелий (27,5%), кислород (0,96%), въглерод (0,30%), неон (0,16%), желязо (0,12%), азот (0,11%), силиций (0,07%), магнезий (0,06%) и др. Тези обилия (процентни съдържания) са от същия порядък като обилията на съответните елементи във Вселената. Механизмите за планетно формиране обясняват как в ранната Слънчева система леките елементи (водород и хелий) почти са се отделили и са се кондензирали големи количества въглерод, желязо, силиций и леки метали, за да формират земеподобни планети и астероиди.

Златото, обаче, е много по-рядък елемент от изброените. Например обилието му е около 1 милион пъти по-малко от това на силиция и желязото. Няма известен механизъм, при който по естествен път при планетно формиране останалите елементи да се отделят и да остава чисто злато. Затова няма златни астероиди.

Има астероиди с голямо златно обилие. Астероидът 16 Psyche съдържа, според някои оценки, около 200 милиарда тона злато. Но дори за този астероид златото е едва 0,001% от масата.

Критерии за оценяване (общо 12 т.):

- A)** Общо – 3 т.
- Б)** Общо – 3 т.
- В)** Общо – 3 т.
- Г)** Общо – 3 т.

**Задача 2. Странният Меркурий.** Меркурий е най-близката до Слънцето планета в Слънчевата система. Оказва се, че ако живеем там, за нас момент на местно пладне ще настъпва веднъж на приблизително две меркуриански години.

- **A)** На какво се дължи този факт? Обосновете отговора си количествено с конкретни пресмятания. [8 т.]
- **Б)** Какъв би бил интервалът от време между два последователни момента на местно пладне, ако Меркурий се движеше по орбитата си в обратна посока? [4 т.]

Приемете, че орбитата на Меркурий е кръгова.

Справочни данни:

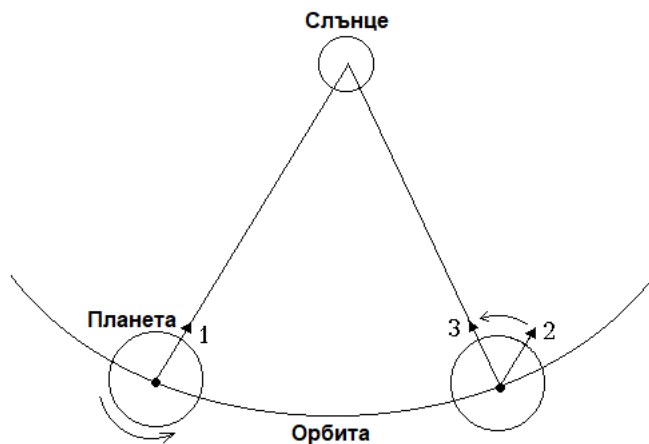
Орбитален период на Меркурий  
Период на околоосно въртене на Меркурий

$$T_M = 88 \text{ d}$$
$$T_R = 59 \text{ d}$$

### Решение.

А) Нека първо да дадем качествено обяснение на явлението. На схемата по-долу е показана планета, която се движи по кръгова орбита около Слънцето и се върти около оста си в същата посока (това е изпълнено за Меркурий). В момента, в който планетата е в положение 1, за дадена точка от нейната повърхност настъпва местно пладне. Нека да приемем, че за интервала от време между положения 1 и 2 планетата е извършила точно едно пълно завъртане около оста си, спрямо далечните и неподвижни звезди (изминало е едно звездно денонощие). Планетата също така се е придвижила по своята орбита и в резултат от това Слънцето видимо се е преместило по нейната еклиптика. Това преместване е в посоката на въртенето на планетата около нейната ос. Поради това, за да настъпи отново момент на местно пладне за същата точка (т.е. да измине едно слънчево денонощие, считано от положение 1), планетата трябва да се завърти на още някакъв ъгъл около оста си и да достигне положение 3.

Ако продължителността на орбиталния период на планетата е много по-голяма от звездното денонощие, то видимото изместване на Слънцето по еклиптиката в рамките едно денонощие не е голямо. По тази причина разликата между слънчевото и звездното денонощие за тази планета не е голяма (както е при Земята). От дадените ни справочни данни обаче виждаме, че при Меркурий продължителността на звездното денонощие и орбиталният период се отнасят почти точно както 2:3. При това положение, точките по Меркурий, при своето въртене около оста му, много бавно „настигат“ Слънцето и би следвало слънчевото денонощие действително да бъде много продължително.



Нека да извършим и количествените пресмятания. Ако означим продължителността на слънчевото денонощие на Меркурий с  $T$ , то можем да запишем равенството

$$\frac{1}{T} = \frac{1}{T_R} - \frac{1}{T_M}.$$

Оттук намираме, че

$$T = \frac{T_M T_R}{T_M - T_R} \approx 179 \text{ d.}$$

Забелязваме, че продължителността на слънчевото денонощие е приблизително двойно по-голяма от продължителността на меркурианската година.

Б) Ако Меркурий се движеше по своята орбита в обратна посока, то за продължителността на слънчевото денонощие там  $T'$  щеше да е в сила равенството

$$\frac{1}{T'} = \frac{1}{T_M} + \frac{1}{T_R}.$$

Така получаваме

$$T' = \frac{T_M T_R}{T_M + T_R} \approx 35 \text{ d.}$$

Това означава, че в тази хипотетична ситуация интервалът от време между два последователни момента на местно пладне би бил около 5 пъти по-кратък, отколкото при настоящата ситуация.

Критерии за оценяване (общо 12 т.):

- А)** За правилно качествено обяснение на явлението – **4 т.**  
 За правилен израз за слънчевото денонощие на Меркурий – **3 т.** (от учениците не се изисква да извеждат използваната формула)  
 За верен числен резултат и коментар – **1 т.**
- Б)** За правилен израз за слънчевото денонощие на Меркурий, в случай на движение по орбитата в обратна посока – **3 т.**  
 За верен числен резултат и анализ – **1 т.**

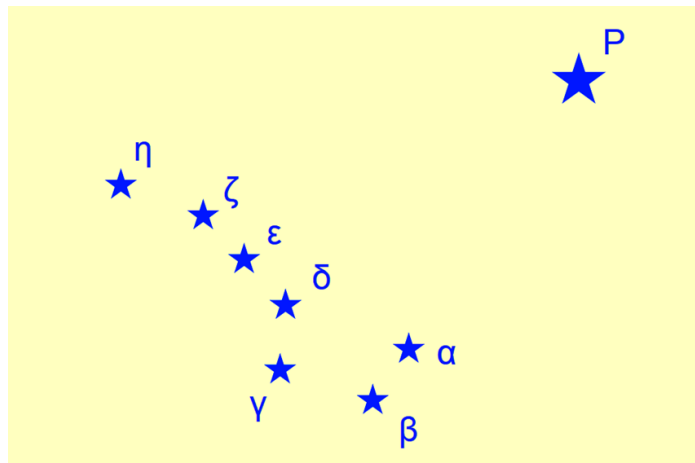
**Задача 3. Флагът на Аляска.** На Фигура 1 виждате официалния флаг на американския щат Аляска (с обърнати цветове), с нанесени допълнително букви. Флагът показва схематично седемте най-ярки звезди от съзвездие Голяма мечка (UMa) и Полярната звезда. Полярната звезда е отбелязана допълнително с Р, а всяка от 7-те други звезди – с гръцката буква от Байеровото ѝ обозначение:

- Дубхе ( $\alpha$  UMa) с „ $\alpha$ “,      - Мерак ( $\beta$  UMa) с „ $\beta$ “,      - Фекда ( $\gamma$  UMa) с „ $\gamma$ “,
- Мегрец ( $\delta$  UMa) с „ $\delta$ “,      - Алиот ( $\epsilon$  UMa) с „ $\epsilon$ “,      - Мицар ( $\zeta$  UMa) със „ $\zeta$ “,
- Алкаид ( $\eta$  UMa) с „ $\eta$ “.

Звездата Алкаид е с екуatorialни координати:

ректасцензия  $\alpha = 13^{\text{h}} 47^{\text{m}}$ , деклинация  $\delta = +49^{\circ}18'$ .

- **А)** Приемайки, че северният небесен полюс е точно в Полярната звезда, направете необходимите измервания по изображението и пресметнете екуatorialните координати на Дубхе ( $\alpha$  UMa). **[4 т.]**
- **Б)** Звездите Мерак ( $\beta$  UMa) е на приблизително същото разстояние от Слънцето като звездата Мицар ( $\zeta$  UMa) – около 25 pc (парсека). Пресметнете приблизително разстоянието между Мерак и Мицар в космоса, в парсеци. **[5 т.]**
- **В)** Най-ярките 7 звезди от Голямата мечка не залязват, наблюдавано от България. Назовете още три съзвездия, чиито най-ярки звезди не залязват, наблюдавано от България. **[3 т.]**



Фигура 1. Флагът на Аляска (към Задача 3).

### Упътване:

За ъгловите мерки по небето е вярно  $1^h = 60^m$ ,  $1^\circ = 60'$ ,  $1^h = 15^\circ$ .

Деклинацията расте в посока към северния небесен полюс (небесен север) и максималната ѝ стойност е  $+90^\circ$ . Ректасцензията расте в посока небесен изток, т.е. наляво по звездната карта спрямо посоката от коя да е точка по небето към северния небесен полюс. Това означава, че по звездните карти посоката изток е наляво спрямо посоката север, докато по географските карти е надясно.

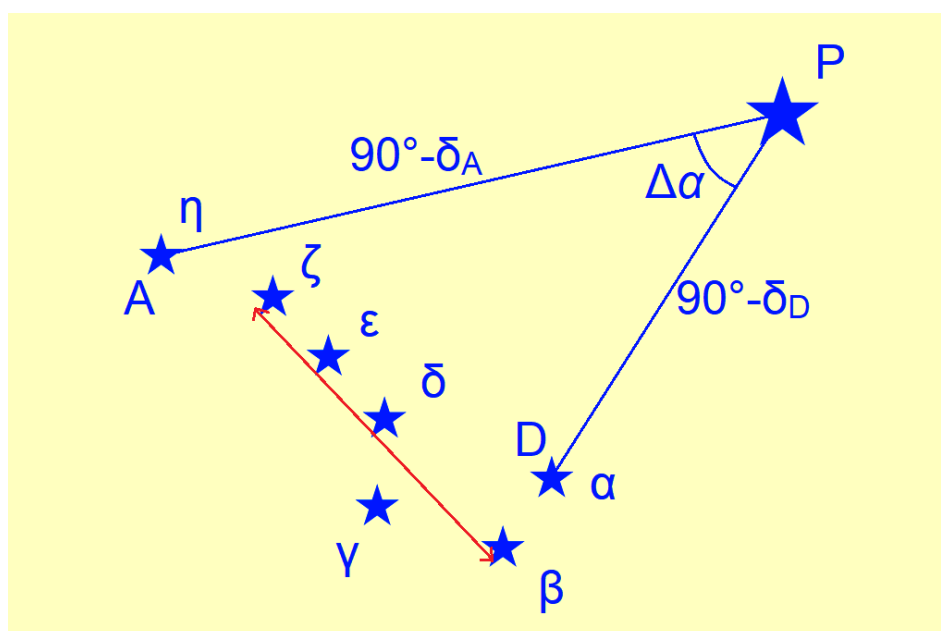
### **Решение.**

А) Нека да направим допускането, че флагът е карта, коректно изобразяваща Голямата мечка и Полярната звезда в еквилистантна полярна проекция – проекция, центрирана на полюса, в която небесните меридиани към него са прави линии. В такава проекция разстоянията от полюса до всяка звезда по права линия биха били пропорционални на ъгловите разстояния по небето.

Измерваме с линия разстоянието полюс – Алкаид (РА). То съответства на ъглово разстояние  $90^\circ - \delta_A = 90^\circ - 49^\circ 18' = 40,7^\circ$ . Използваме това разстояние, за да мащабираме изображението в градуси на милиметър. Ползваме този мащаб, за да измерим и пресметнем разстоянието полюс – Дубхе (PD). Получаваме ъглово разстояние  $90^\circ - \delta_D = 27,55^\circ$  и деклинация на Дубхе  $\delta_D = 90^\circ - 27^\circ 33' = +62^\circ 27'$ . Истинската стойност е  $+61^\circ 45'$ , т.е. ние сме сгрешили с  $0,7^\circ$ .

Ъгълът Алкаид – полюс – Дубхе дава разликата  $\Delta\alpha$  в ректасцензиите на Алкаид и Дубхе. Измерваме с транспортир и получаваме  $\Delta\alpha = 44,78^\circ = 2^h 59^m$ . Тъй като ректасцензията расте на изток, ректасцензията на Алкаид е по-голяма от тази на Дубхе. Вадим  $\Delta\alpha$  от ректасцензията на Алкаид и получаваме  $13^h 47^m - 2^h 59^m = 10^h 48^m$ . Истинската ректасцензия на Дубхе е  $11^h 03^m$ , т.е. тук сме сгрешили с  $3,7^\circ$ .

С оглед на факта, че Полярната звезда в действителност е на  $0,7^\circ$  от северния небесен полюс, можем да кажем, че оценката за деклинацията на Дубхе е много добра, а за ректасцензията – относително добра. Грешките ни идват предимно от неточности в положенията на звездите върху флага – повече, отколкото от допускането, че Полярната звезда съвпада със северния небесен полюс.



**Б)** Измерваме ъгловото разстояние Мерак ( $\beta$  UMa) – Мицар ( $\zeta$  UMa) в mm, използваме мащаба от подусловие А) и изчисляваме ъглово разстояние  $21,8^\circ$ . Истинското ъглово разстояние между двете звезди е  $\theta = 19,9^\circ$ .

Тъй като двете звезди са на еднакво разстояние  $r$  от нас, можем да разгледаме отсечката между тях като напречно разстояние  $d$ , перпендикулярно на зрителния лъч. Можем да пресметнем разстоянието приблизително по формулата за ъглов размер:

$$d = \theta r = 9,5 \text{ pc.}$$

В действителност, тази формула е точна само за малки ъгли и за ъгъл  $21,8^\circ$  дава около 1% грешка. Малко по-точно би било да се използва косинусова теорема за триъгълника Слънце – Мерак – Мицар, но резултатът отново се закръгля до **9,5 pc**, а и в действителност закръглянето на двете разстояния до 25 pc е с повече от 1%.

Трети (допустим) метод би бил да се начертае равнобедрен триъгълник Слънце – Мерак – Мицар с ъгъл при Слънцето  $21,8^\circ$  и резултатът да се получи графично, обаче този метод изисква висока прецизност и не е за препоръчване.

**В)** Съзвездията, чиято най-ярка звезда не залязва, наблюдавано от някоя точка в България, освен Голямата мечка, са:

Малка мечка (UMi), Дракон (Dra), Жираф (Cam), Касиопея (Cas), Цефей (Cep), Колар (Aur), Персей (Per).

Критерии за оценяване (общо 12 т.):

**А)** *Общо – 4 т.*

**Б)** *Общо – 5 т.*

**В)** *За назоваване на три от дадените съзвездия –  $3 \times 1 \text{ т.} = 3 \text{ т.}$*

**Задача 4. Енергия за МКС.** Електроенергията, необходима за работата на Международната космическа станция (МКС), се произвежда от слънчеви панели. Основната част от нея се осигурява от американския сегмент на станцията, към който са монтирани четири двойки слънчеви панели с обща площ  $1680 \text{ m}^2$ . В началото на експлоатацията на станцията те са произвеждали електричество с мощност  $124 \text{ kW}$ , а понастоящем ефективността им е намалела до  $80 \text{ kW}$ . Слънчевите панели се управляват от специални механизми, които ги ориентират винаги перпендикулярно на слънчевите лъчи.

- **А)** Колко процента от попадащата върху тях лъчиста енергия панелите са превръщали в електричество в началото на експлоатацията на станцията? **[5 т.]**
- **Б)** Как мислите, по какви причини ефективността на слънчевите панели на МКС е намалела с времето? **[2 т.]**



МКС се движи в орбита около Земята с известен наклон спрямо равнината на екватора, но в същата посока, в която Земята се върти около оста си. Орбиталният

период на станцията е 92 минути. В даден момент тя прелита над островчето Ролаш от архипелага Сао Томе и Принсипи, което се намира точно на екватора.

- **В)** На какво разстояние от островчето по земната повърхност ще бъде мястото, над което станцията се намира след точно една обиколка по своята орбита? Дължината на земния екватор е 40 000 km. **[5 т.]**

Справочни данни:

Светимост на Слънцето

$$L_{\odot} = 3,8 \cdot 10^{26} \text{ W}$$

Разстояние от Земята на Слънцето

$$r_E = 1,496 \cdot 10^8 \text{ km}$$

**Решение.**

**А)** Означаваме общата площ на слънчевите панели с  $S$ . Общата лъчиста енергия от Слънцето, която попада върху тази площ, пресмятаме по формулата

$$P_0 = \frac{L_{\odot}}{4\pi r_E^2} \cdot S \approx 2270 \text{ kW.}$$

Частта от тази енергия, която се преработва в електричество, е:

$$\frac{124 \text{ kW}}{2270 \text{ kW}} \approx 0,0546 = \mathbf{5,46\%}.$$

**Б)** С течение на времето ефективността на слънчевите елементи се влошава, не само когато те се използват в космоса, но и на Земята. Самата слънчева светлина им въздейства и постепенно това води до химически изменения и нарушения в кристалната структура на материалите, от които те са произведени. В космоса обаче процесът на влошаване е доста по-бърз поради значително по-високата интензивност на йонизиращите лъчения и потоците високоенергетични частици, на които панелите са изложени.

**В)** Означаваме с  $P$  орбиталния период на МКС и с  $C$  дължината на земния екватор. Движението на станцията по нейната орбита не се влияе от околоосното въртене на Земята, което става с период  $T = 23\text{h } 56\text{m}$ . Ако в даден момент МКС е прелетяла над точка от екватора, намираща се на остров Ролаш, то след една пълна обиколка около Земята тя ще се озове отново над екватора. Но за това време Земята ще се е завъртяла на някакъв ъгъл, който ще бъде

$$\theta = \frac{P}{T} \cdot 360^\circ.$$

Земята се върти около своята ос от запад на изток. Следователно остров Ролаш ще се завърти на изток и новата точка от екватора, над която ще прелети станцията, ще отстои от него на запад, на някакво разстояние, за което можем да напишем:

$$x = \frac{\theta}{360^\circ} \cdot C = \frac{P}{T} \cdot C, \\ x \approx \mathbf{2563 \text{ km.}}$$

Критерии за оценяване (общо 12 т.):

**А)** За правилен математически метод за определяне на процента енергия, който се превръща в електричество от слънчевите панели – **4 т.**

За верен числен резултат – **1 т.**

**Б)** За разсъждения относно причините за понижаването на производителността на слънчевите елементи – **2 т.**

**В)** За правилен метод за намиране на разстоянието до втората точка, над която ще прелети станцията – **4 т.**

За верен числен резултат – **1 т.**

**Задача 5. Парад на планетите.** На 12 август 2010 година четири планети и Луната се виждаха от наблюдател, намиращ се в северното полукълбо на Земята, близо една до друга и ниско над хоризонта. На приложената карта (Фигура 2) освен планетите е начертана линията на хоризонта и положението на Слънцето под него. Върху линията на хоризонта е построена и скала на азимута, с нула в посока към северния географски полюс.

- **А)** В коя географска посока гледа наблюдателят? Възможно ли е Марс и Сатурн да са близо до източна квадратура и защо? [3 т.]
- **Б)** Начертайте приблизително положението на еклиптиката върху картата, като имате предвид, че Регул е на около половин градус над еклиптиката за наблюдател в северното полукълбо, а Спика – на около 2 градуса под еклиптиката. [2 т.]
- **В)** Каква е възрастта на Луната в дни (време в дни след новолуние)? [2 т.]
- **Г)** Като използвате данните от таблицата, определете приблизително разстоянието между Марс и Венера и между Меркурий и Сатурн. Радиусите на орбитите са дадени в таблицата в астрономически единици. [5 т.]

Упътване: Работете графично. Разположете орбитите на Земята и вътрешните планети и части от орбитите на външните планети по подходящ начин и в подходящ мащаб върху една пълна страница А4. Нарисувайте планетите върху техните орбити така, както са били разположени в пространството при тяхното наблюдение, и ги означете. Измервайте разстоянията с линия в милиметри и ги превърнете чрез пресмятания в астрономически единици. Всички планети и Слънцето са означени върху картата със символни изображения (а не в правилния мащаб).

Планета	Меркурий	Венера	Марс	Сатурн
Радиус на орбитата [au]	0,39	0,72	1,52	9,54

Справочни данни:

Синодичен месец на Луната

$$T_{\text{syn}} = 29,53 \text{ d}$$

Сидеричен месец на Луната

$$T_{\text{sid}} = 27,32 \text{ d}$$

**Решение.**

**А)** Върху линията на хоризонта, недалеч от централната точка, виждаме означение за стойност на азимута  $270^\circ$ . Това е географски азимут, с нула насочена към географския север, и следователно посоката, в която гледа наблюдателят, е **запад**. Това се потвърждава от положението на Слънцето под хоризонта и разположението на планетите, които са в близост до еклиптиката, която за наблюдател намиращ се в северното полукълбо на Земята се издига над хоризонта наляво от Слънцето, когато гледаме в посока запад.

На картата Марс и Сатурн се виждат недалеч от Венера. Венера има максимална елонгация  $E_V$  от Слънцето

$$E_V = \arcsin\left(\frac{r_V}{r_T}\right) \approx 46^\circ,$$

където  $r_V$  и  $r_T$  са радиусите на орбитите на Венера и Земята.

Същия резултат може да получим, ако начертаем орбитите на Земята и Венера, и от точка, лежаща върху орбитата на Земята, спуснем два лъча – единият към Слънцето,



а другият допирателен към орбитата на Венера. Ъгълът, който сключват двата лъча, е равен на максималната елонгация на Венера –  $46^\circ$ .

Венера не може да се отдалечава от Слънцето на по-голям ъгъл. Следователно Марс и Сатурн са на приблизително същия или по-малък ъгъл от Слънцето. Но в източна квадратура те трябва да се виждат на  $90^\circ$  източно от Слънцето. Следователно **не е възможно** Марс и Сатурн да са близо до източна квадратура.

**Б)** Еклиптиката преминава на  $2^\circ$  северно от Спика и на  $0,5^\circ$  южно от Регул. За да намерим точките, през които преминава еклиптиката, трябва да пресметнем на колко милиметра отговаря  $1^\circ$  от картата. Измерваме разстоянието между двата маркера върху линията на хоризонта и получаваме, че то е равно на  $81 \text{ mm}$ . Това разстояние съответства на ъгъл  $30^\circ$ . Следователно изобразяването на ъглите върху картата става с мащаб

$$k = \frac{81 \text{ mm}}{30^\circ} = 2,7 \text{ mm}/^\circ.$$

За разстоянието  $l_1$  от Спика до еклиптиката получаваме

$$l_1 = 2^\circ \cdot k = 5,4 \text{ mm}.$$

А за разстоянието  $l_2$  от Регул до еклиптиката се получава

$$l_2 = 0,5^\circ \cdot k = 1,35 \text{ mm}.$$

Построяваме точките, отстоящи на съответните разстояния до звездите, като се стремим отсечките с пресметнатите дължини да са приблизително перпендикулярни на еклиптиката, чието предполагаемо положение се подсказва от разположението на Слънцето и планетите. Освен това не забравяме, че Слънцето лежи на еклиптиката. Затова построяваме еклиптиката, като се стремим Слънцето и трите точки да лежат върху нея или много близо до нея.

Забележка. Еклиптиката построяваме като права линия, защото се изисква приблизителното ѝ положение, а и не разполагаме с достатъчно информация, за да я изобразим по друг начин.

**В)** За да пресметнем възрастта на Луната в дни, трябва да намерим ъгловото ѝ отстояние от Слънцето. Построяваме линия, която свързва центровете на Луната и Слънцето. Измерваме нейната дължина и получаваме, че тя е  $115 \text{ mm}$ . Използваме мащаба  $k$ , за да намерим ъгъла  $\theta$  между Луната и Слънцето:

$$\theta = \frac{l_3}{k} = \frac{115}{k} = 42,6^\circ.$$

Един пълен цикъл на промяна на фазите на Луната е равен на синодичния ѝ период  $T_{\text{syn}}$ . Относно направлението към Слънцето, Луната изминава за този период  $360^\circ$ . Тогава ъгълът  $\theta$  между Луната и Слънцето се изминава за:

$$t_{\text{Luna}} = \frac{42,6^\circ}{360^\circ} \cdot 29,53^{\text{d}} = 3,49^{\text{d}} \approx 3,5^{\text{d}}$$

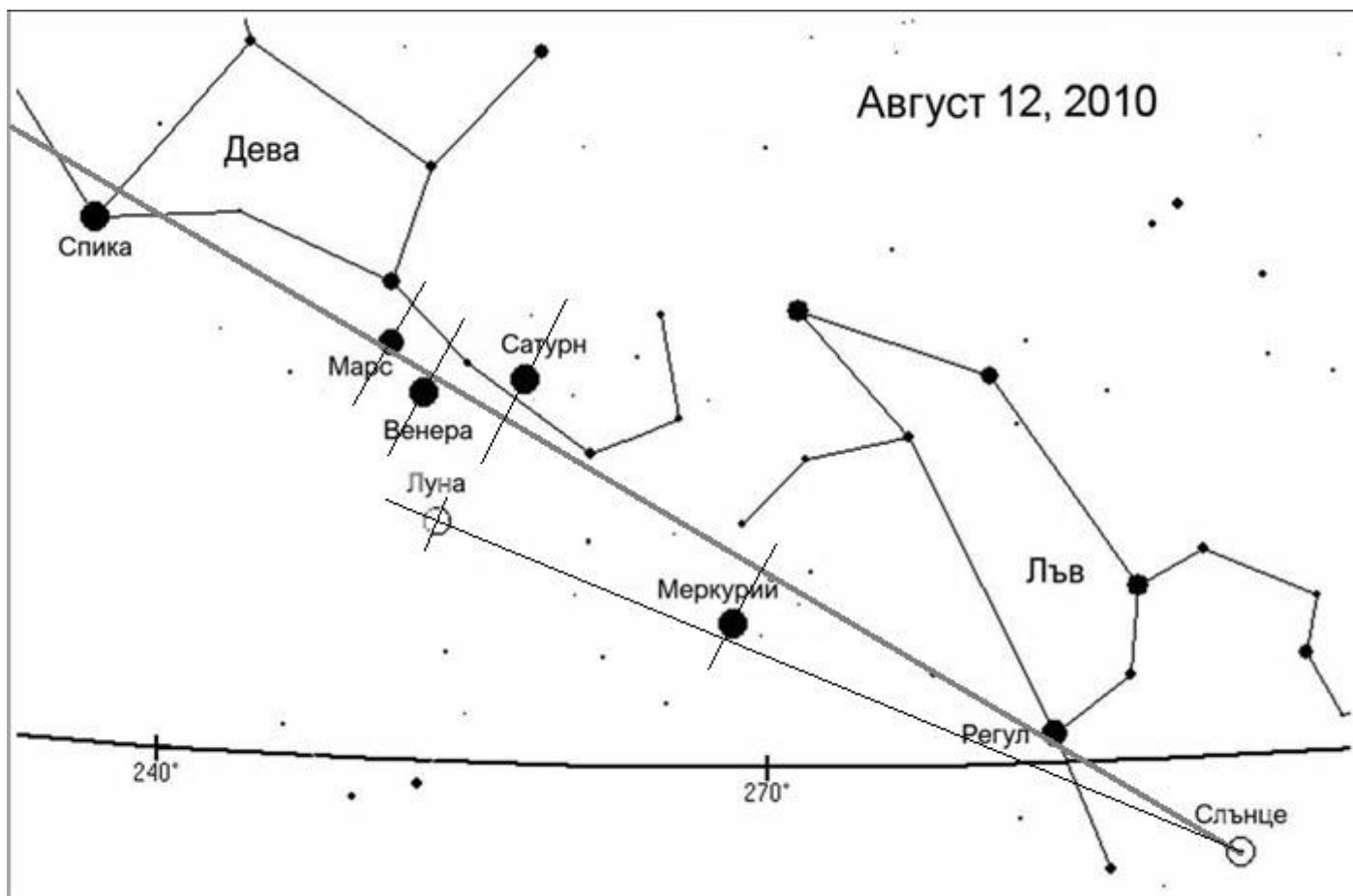
Възрастта на Луната в дни е приблизително **3,5 денонощия** (толкова денонощия са изминали от новолунието до момента на наблюдение).

**Г)** За да изобразим орбитите на планетите, приемаме, че всички те лежат всички в равнината на еклиптиката. Ъглите между посоките към тях ще измерваме също в равнината на еклиптиката. Затова на картата спускаме перпендикуляри от планетите към еклиптиката. По еклиптиката измерваме необходимите разстояния в милиметри между двойките планети и между планетите и Слънцето. След това с помощта на получения мащаб преизчисляваме разстоянията в градуси върху небесната сфера (в случая върху картата). Получаваме следните резултати:

Слънце – Венера:	124 mm – 45,9°
Слънце – Меркурий:	73.5 mm – 27,2°
Венера – Марс:	7 mm – 2,6°
Меркурий – Сатурн:	40 mm – 14,8°

Нека линейният мащаб на схемата е 20 mm на астрономическа единица. Тогава радиусите на орбитите на планетите върху схемата ще бъдат:

Меркурий – 7,8 mm, Венера – 14,4 mm, Земя – 20,0 mm, Марс – 30,4 mm, Сатурн – 190,8 mm.



Гледка на 12 август 2010 г. (към решението на Задача 5)

Приемаме, че гледаме към Слънчевата система от северния еклиптичен полюс. Тогава планетите се въртят в посока, обратна на часовниковата стрелка, и посоката изток е наляво.

Избираме подходящо място за Земята по нейната орбита, така че да можем да разположим и останалите планети в границите на страницата.

Полученият ъгъл за Венера е много близък по стойност до максималната ѝ елонгация. Следователно Венера се намира много близо до своята максимална източна елонгация. Прекарваме допирателна линия (лъч 2) към орбитата на Венера и в точката на допиране фиксираме положението на планетата.

Ъгълът на отстояние на Меркурий от Слънцето е дори по-голям от средната максимална елонгация, която е 23°. Средната елонгация пресмятаме от дадения в таблицата радиус на орбитата на Меркурий, аналогично на максималната елонгация на

Венера, или определяме от схемата на орбитите използвайки транспортир, като измерваме ъгъла между посоката към Слънцето (лъч 5) и допирателната към орбитата на Меркурий. Причината на несъответствието е в това, че орбитата на Меркурий доста силно се отличава от кръгова и Меркурий не само е в максимална източна елонгация, но е и близо до афелия на своята орбита. Прекарваме лъч 4 съгласно измерения и пресметнат от картата ъгъл и поставяме планетата там, където тя би била, ако отчитаме това, че Меркурий е близо до афелия на своята орбита.

Марс е само на  $2,6^\circ$  източно от посоката към Венера. Построяваме лъч 1 на  $2,6^\circ$  наляво от лъч 2, който сочи към Венера. В точката на пресичане с орбитата на Марс фиксираме положението на планетата.

Посоката към Сатурн (лъч 3) е на  $14,8^\circ$  източно от посоката към Меркурий (лъч 4). Построяваме лъч 3 и в точката на пресичане с орбитата на Сатурн фиксираме положението на планетата.

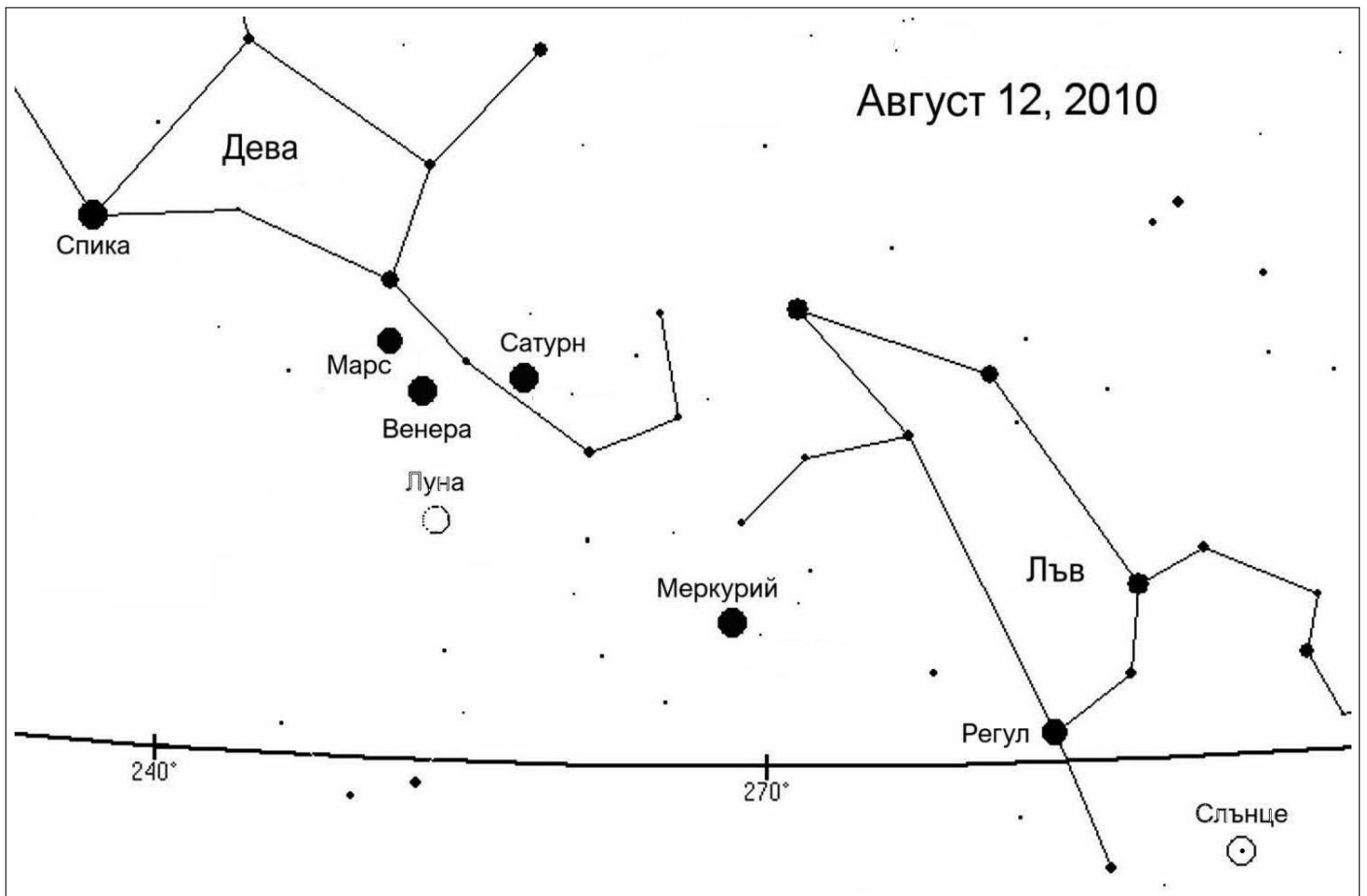
След като сме означили положенията на планетите върху схемата, измерваме с линия разстоянието в милиметри между Марс и Венера и между Меркурий и Сатурн. След това пресмятаме разстоянията в астрономически единици, като делим на 20 (по-горе приехме, че една астрономическа единица се изобразява на схемата като отсечка с дължина 20 mm). Получаваме:

За разстоянието Марс-Венера:	25,5 mm и <b>1,28 au.</b>
За разстоянието Меркурий-Сатурн:	188 mm и <b>9,4 au.</b>

Критерии за оценяване (общо 12 т.):

- A)** За правилно определяне на посоката – **1 т.**  
За правилно разсъждение защо Марс и Сатурн са далеч от конфигурация източна квадратура – **2 т.**
- Б)** За правилно построяване на еклиптиката – **2 т.**  
(Ако еклиптиката не минава през Слънцето, се отнема **1 т.**)
- В)** За правилно определяне на възрастта на Луната в дни (в граници 3-4<sup>d</sup>) – **2 т.**
- Г)** За правилно построяване на схемата с орбитите на планетите в подходящ мащаб – **3 т.**  
(За правилни разсъждения относно проблема с Меркурий – поощрение **+1 т.**)  
За правилен начин на определяне разстоянията между планетите и за верен числен резултат – **2 т.**





Фигура 2. Гледка на 12 август 2010 г. (към Задача 5).