

МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА
НАЦИОНАЛНА КОМИСИЯ ЗА ОРГАНИЗИРАНЕ НА ОЛИМПИАДАТА ПО АСТРОНОМИЯ
XXVII НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО АСТРОНОМИЯ
<http://astro-olymp.org>

I кръг
Ученици от 11-12 клас – решения

1 задача. Гравитационни вълни. Може би знаете, че едно от най-важните открития на съвременната физика е наблюдателното потвърждаване на съществуването на гравитационни вълни. То е направено на базата на данни, събрани от обсерваторията LIGO, през месец септември 2015 г.

- **А)** Опишете с няколко изречения какво представляват гравитационните вълни. От кого са предсказани теоретично и приблизително колко време преди потвърждаването им е станало това?
- **Б)** Опишете накратко принципа на работа на обсерваторията LIGO и другите гравитационни обсерватории. Защо този вид обсерватории трябва да работят по двойки?

Решение:

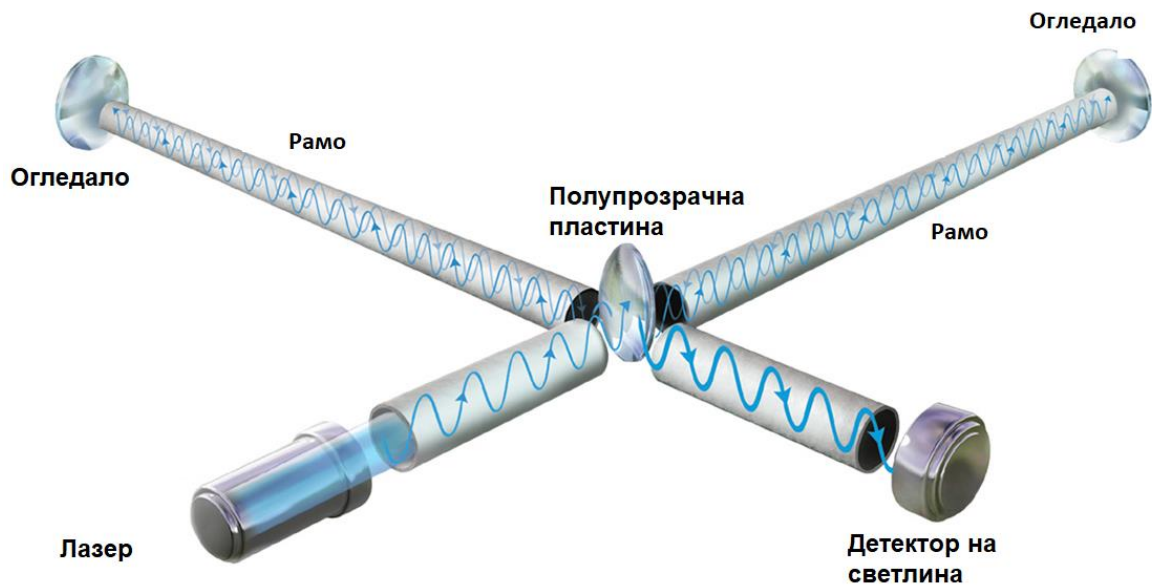
А) Гравитационните вълни представляват периодични промени в кривината на пространството и времето, които се разпространяват в пространството. Те са предизвикани от ускорителното движение на масивни обекти (например гравитационно свързани черни дупки или неутронни звезди). Както всички останали видове вълни, те пренасят енергия, като скоростта, с която се движат, е равна на скоростта на светлината. Гравитационните вълни се характеризират с амплитуда (безразмерна величина, която показва каква част от размера на обекта е максималната деформация, която преминаващата през него вълна предизвиква) и честота. Сливанията на черни дупки и неутронни звезди генерират гравитационни вълни с голяма честота (от порядъка на 10^3 Hz), но много малка амплитуда (около 10^{-22}). Също така, източник на такъв вид вълни с по-голяма амплитуда, би трябвало да бъде реликтовото лъчение, но честота им е прекалено малка (10^{-16} Hz).

Този вид вълни са били недвусмислено предсказани от Общата теория на относителността, публикувана от Алберт Айнщайн през 1915 г. Те представляват решения на уравненията, които описват поведението на гравитационното поле и предсказват съществуване на вълни на деформацията на пространство-времето, движещи се със скоростта на светлината. *Преди Айнщайн, и други учени са публикували научни трудове, според които такива вълни съществуват, но техните доказателства не са напълно математически обосновани. За правилен отговор трябва да се приема само даденият в официалното решение.*

Съществуването на гравитационни вълни е потвърдено през 2015 година, чрез данни получени от гравитационната обсерватория LIGO. Официално, резултатите от това изследване са публикувани през февруари 2016 година или около един век след теоретичното им предсказване.

Б) В гравитационните обсерватории няма телескопи 😊.

Техният принцип на работа се основава на устройството наречено интерферометър на Майкелсон. Принципната му схема е показана на фигурата.



Снопът лъчи, който лазерът излъчва, достига полупрозрачната пластинка под ъгъл точно 45° . Една част от него преминава през пластинката и достига дясното огледало. Друга част от лъчевия сноп се отразява в направление, сключващо ъгъл 90° спрямо първоначалната посока и достига до огледалото вляво. Огледалата са поставени с много висока степен на точност и двата лъча, които падат върху тях, имат ъгъл на падане точно равен на 0° . Вследствие от това, те се отразяват и се връщат по обратния път към полупрозрачната пластинка. След като двата лъча отново достигнат до полупрозрачната пластинка, части от тях попадат и в детектора на светлина (отразената от десния лъч и преминалата от левия). Детекторът регистрира картината, която се получава при двулъчевата интерференция между двата снопа. Когато цялата установка се разтрепти (по каквато и да било причина) тази интерференчна картина се променя, защото се променят разстоянията между огледалата и детектора. Изключително прецизното монтиране на всички елементи от интерферометъра позволява да бъдат регистрирани трептения с много малка амплитуда, дори и такива предизвикани от преминаването на гравитационни вълни.

Гравитационните обсерватории работят по двойки, защото детекторите, които те използват, са изключително чувствителни. По тази причина, те регистрират всяко механично смущение, като например кацане на самолет или преминаване на тежкотоварен автомобил. Но, в случай, че две обсерватории регистрират едно и също събитие, с подходящото закъснение (отчитайки, че скоростта на гравитационните вълни е равна на тази на светлината), вероятно това е гравитационна вълна, идваща от далечния космос.

Критерии за оценяване (общо 10 т.):

За правилно и изчерпателно обяснение за това какво представляват гравитационните вълни – 3 т.

За правилен отговор кога и от кого са били предсказани – 2 т.

За правилно обяснение относно принципа на работа на гравитационните вълни – 4 т.

За отговор защо трябва да работят по двойки – 1 т.

2 задача. МКС. Нека да приемем, че Международната космическа станция (МКС) се движи по кръгова орбита около Земята, като нейната височина над земната повърхност е 420 km.

- А) Намерете орбиталния период на МКС.
- Б) Ако наклонът на орбитата на МКС спрямо равнината на екватора е 52° , намерете географската ширина на най-северната точка от земната повърхност, от която станцията може да бъде наблюдавана. Не отчитайте влиянието на земната атмосфера.
- В) Ако МКС се движеше точно над екватора, то през какъв интервал от време тя щеше да преминава над една и съща точка от земната повърхност? Станцията се движи в посоката, в която Земята се върти около оста си.

Решение:

А) Нека да означим радиуса на Земята с $R = 6\,378\text{ km}$, височината на МКС над земната повърхност с h , а търсения период с P . Ако $M = 6 \cdot 10^{24}\text{ kg}$ е масата на Земята, то съгласно III закон на Кеплер:

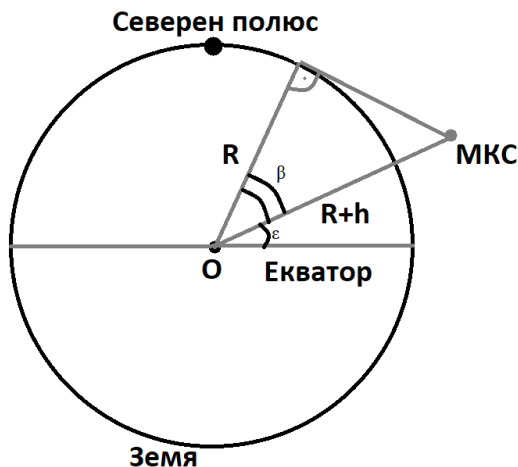
$$\frac{(R + h)^3}{P^2} = \frac{GM}{4\pi^2}$$

Следователно:

$$P = 2\pi \sqrt{\frac{(R + h)^3}{GM}}$$

$$P \approx 92\text{ min}$$

Б) Означаваме с ε наклона на орбитата на МКС относно екватора на Земята. Нека да разгледаме положението на станцията, когато тя се намира в най-отдалечената от екваториалната равнина точка от своята орбита. В този момент, тя се намира точно на математическия хоризонт за наблюдател с географска ширина, която е с ъгъл β по-голяма от ε .



Използвайки чертежа, можем да запишем следното равенство:

$$\cos(\beta) = \frac{R}{R + h}$$

От тук намираме, че: $\beta \approx 19.8^\circ$.

Следователно, максималната географска ширина, от която МКС може да се наблюдава, е $\varphi_{\text{MAX}} = \varepsilon + \beta \approx 71^\circ$.

В) Нека с $T_{ЗВ} = 23\text{h } 56\text{m } 4\text{s}$ да означим продължителността на звездното денонощие.

Тъй като МКС се движи по своята орбита в същата посока, в която Земята се върти около оста си, то за търсения интервал от време T , можем да запишем:

$$\frac{1}{T} = \frac{1}{T_{ЗВ}} - \frac{1}{P}$$

Откъдето:

$$T = \frac{P \cdot T_{ЗВ}}{P - T_{ЗВ}}$$

$$T \approx 99 \text{ min.}$$

Критерии за оценяване (общо 10 т.):

За правилен метод за намиране на орбиталния период на МКС – 2 т.

За правилен числен отговор – 1 т.

За правилна геометрична постановка – 2 т.

За правилни математически преобразувания и краен числен отговор – 2 т.

За правилен метод, по който се намира търсеният интервал от време – 2 т.

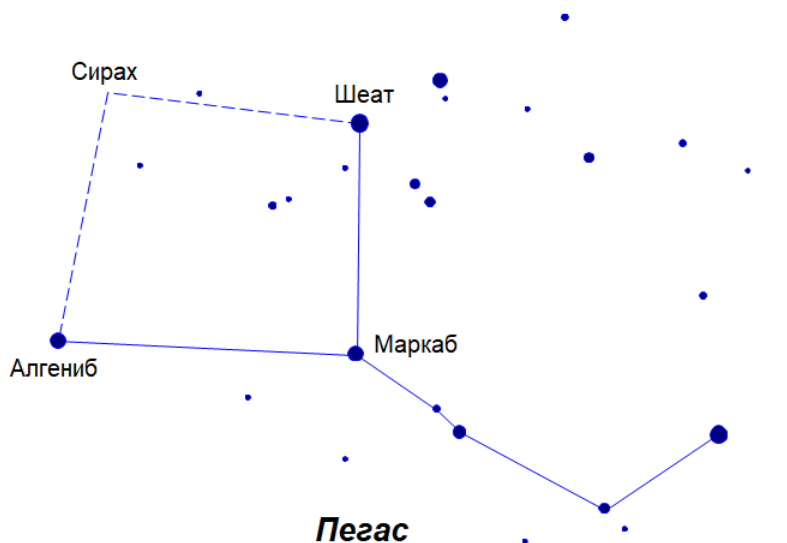
За правилен числен отговор – 1 т.

3 задача. Квадратът на Пегас. Ярките звезди Шеат, Маркаб и Алгениб от съзвездието Пегас, заедно със звездата Сирах от Андромеда (наричана още Алферац), образуват лесно запомняща се фигура в небето, наричана „квадрата на Пегас“. Свръхбърз звездолет прави обиколка на четирите звезди от квадрата на Пегас. Той тръгва от околностите на звездата Маркаб и накрая се връща пак към нея.

Дадени са следните видими ъгли разстояния между звездите:

Маркаб - Шеат	12°55'	Алгениб - Сирах	13°57'
Маркаб - Алгениб	16°34'	Сирах - Шеат	14°14'
Маркаб - Сирах	20°14'	Алгениб - Шеат	20°40'

Намерете информация за разстоянията от нас до звездите. В какъв ред звездолетът трябва да ги обиколи, така че изминатият от него път да е най-кратък?



Решение:

Първо намираме информация за разстоянията от нас до четирите звезди:

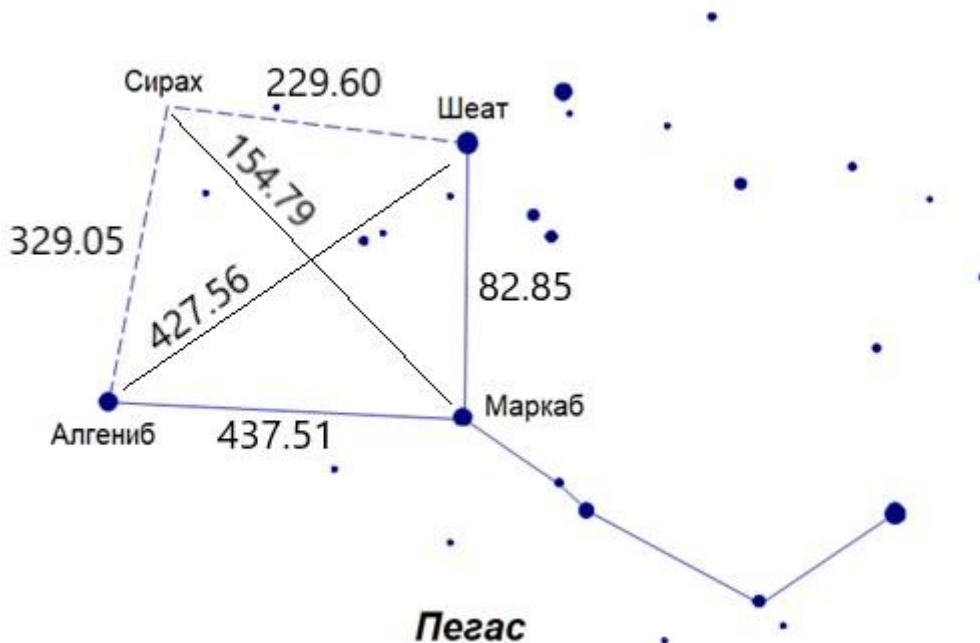
Звезда	Сирах	Шеат	Маркаб	Алгениб
Разстояние, ly	97	199	140	333

Ако са ни известни разстоянията r_1 и r_2 от Слънцето до две звезди и видимото ъглово разстояние ψ между звездите, то ние можем да намерим линейното разстояние d между двете звезди. Използваме косинусовата теорема:

$$d = \sqrt{r_1^2 + r_2^2 - 2r_1r_2 \cos \psi}$$

Така определяме разстоянията между всеки две звезди от квадрата на Пегас в светлинни години:

Звезди	Разстояние, ly	Звезди	Разстояние, ly
Маркаб - Шеат	82,85	Алгениб - Сирах	329,05
Маркаб - Алгениб	437,51	Сирах - Шеат	229,60
Маркаб - Сирах	154,79	Алгениб - Шеат	427,56



Възможни са следните варианти за обиколка на четирите звезди:

	Описание	Общ път, ly
I	Маркаб-Шеат-Сирах-Алгениб-Маркаб (или в обратна посока Маркаб-Алгениб-Сирах-Шеат-Маркаб)	1 079,02
II	Маркаб-Шеат-Алгениб-Сирах-Маркаб (или в обратна посока Маркаб-Сирах-Алгениб-Шеат-Маркаб)	994,25
III	Маркаб-Алгениб-Шеат-Сирах-Маркаб (или в обратна посока Маркаб-Сирах-Шеат-Алгениб-Маркаб)	1 249,46

Пресмятанятията ни убеждават, че вариант I, който представлява обиколка по контура на квадрата от звезди, така както го виждаме от Земята, не е най-краткият път.

За да се намери той, трябва да отчетем разположението на звездите в тримерното пространство. Най-кратък път ще бъде изминат при осъществяване обиколката според вариант II.

Забележка: Възможно е участниците в олимпиадата да намерят различни данни за разстоянията от Слънцето до звездите в различни източници и да получат числени резултати, различаващи се от приведените тук. Следва да се оценява методът на разсъждения и правилността на изчисленията с намерените от учениците данни.

Критерии за оценяване (общо 10 т.):

За намиране на информация за разстоянията до звездите – 2 т.

За общ математически метод за пресмятане на разстоянията между двойките звезди – 1 т.

За числени пресмятания на разстоянията – 3 т.

За пресмятания на общия път по всички варианти – 3 т.

За избор на най-краткия вариант – 1 т.

4 задача. Млечният път погледнат от M51.

Една от най-красивите галактики, които могат да се видят с любителски телескоп, е галактиката M51 – „Водовъртеж“. Тя е изключително впечатляваща, защото е разположена в анфас, относно нас, което позволява да се види ясно нейната спирална структура.



• А) Сега си представете, че астрономите от тази галактика наблюдават нашата Галактика с телескоп. Как ще я виждат те – в анфас или в профил (т.е. ребром), или в някаква междинна ориентация? Нарисувайте нашата Галактика така, както се вижда от M51, като съобразите посоката на завиване и разположението на спиралните ръкави.

• Б) Разстоянието от нас до M51 е 9.76 Мрс (мегапарсека). Какви ще бъдат видимите ъглови размери на нашата Галактика?

• В) Къде, относно видимия център на Галактиката, ще се вижда Слънцето. Означете приблизително неговото положение.

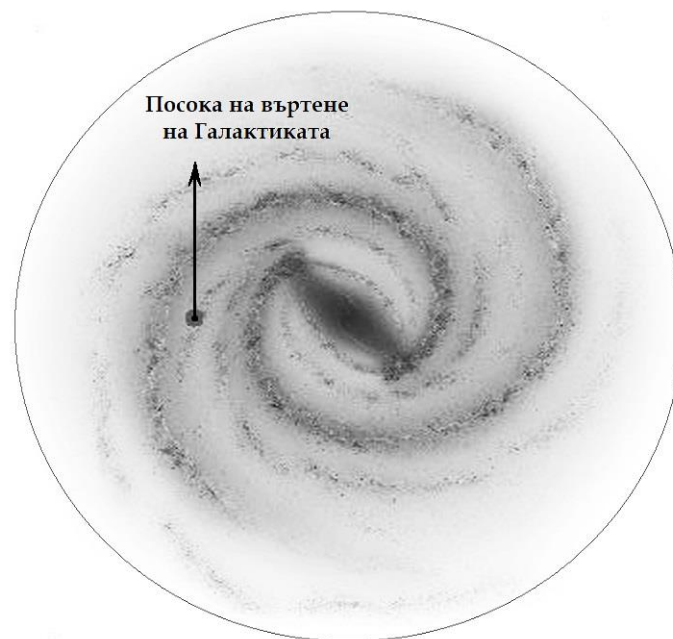
• Г) През 1987 г. в Големия магеланов облак избухна свръхнова звезда, която в максималния си блясък достигна до видима звездна величина 2.9^m и е могла да се вижда дори с невъоръжено око от Земята. Звездата беше обозначена като SN 1987A. Когато електромагнитното излъчване, породено от това събитие, достигне до галактиката M51, каква ще бъде видимата звездна величина на свръхновата в максималния ѝ блясък за наблюдател от тази галактика? Междувездното поглъщане на светлината да не се отчита.

Решение: За да вижда нашата Галактика в профил, наблюдателят трябва да се намира близо до равнината на Галактиката. Тогава ние бихме виждали M51 да се проектира някъде в района на Млечния път. Тя обаче е далеч от Млечния път във всички посоки. Следователно M51 би трябвало да се намира недалеч от Северния галактичен полюс. И наистина, след като потърсим къде се намира Северният полюс на Галактиката, се оказва, че той е на около 20° от M51. По-точно, M51 се намира на около 22° от

Северния полюс на Галактиката. Ако приемем, че дискът на Галактиката е кръгъл, то той ще се вижда от М51 като елипса с отношение на осите $b/a = \cos 20^\circ = 0.94$. Като вземем предвид недобре дефинираните граници на галактиките, то разликата между двете оси ще бъде незабележима. Наблюдателите от М51 ще видят нашата Галактика в анфас. Почти така, както ние виждаме тяхната галактика.

При по-внимателен поглед към взаимното разположение върху небесната сфера на Северния галактичен полюс (СГП), М51 и видимото положение на центъра на нашата Галактика виждаме, че М51 се намира на около 90° (*по-точно на 105° , но ние не се нуждаем от подобна точност*) на запад от посоката от СГП към центъра на Галактиката (който е до западната граница на съзвездието Стрелец). На 90° на изток от посоката към центъра на Галактиката, т.е. към съзвездието Лебед, е посоката, в която се движи Слънчевата система при въртенето си около галактичния център. Следователно, погледнато от СГП, а следователно и от М51, нашата Галактика се върти по посока на часовниковата стрелка. Освен това, понеже посоката към М51 е отклонена от СГП в обратна на въртенето посока, то видимото „сплескване“ на диска на Галактиката ще бъде по направление на движението на Слънчевата система, както е показано на фигурата по-долу.

На фигурата е показано и положението на Слънцето в Галактиката и конфигурацията на спиралните ръкави. Слънцето ще се вижда лежашо на дългата ос на видимия диск на Галактиката, от страната, в която звездите се отдалечават от наблюдателя в М51. На рисунката Слънцето е в началото на стрелката.



На тази рисунка сплескването на диска е показано във вертикална посока. Така ще изглежда нашата Галактика погледната от М51. *С точност до завъртане на 360° .*

Ъгловите размери се определят от отношението на физическите размери на Галактиката и разстоянието до М51. Няма общоприето точно значение на размерите на Галактиката, но повечето оценки са за диаметър от около 30 крс.

Определяме ъгловите размери:

$$\beta = \frac{D_{Gal}}{r_{M51}} = \frac{30 \text{ kpc}}{9760 \text{ kpc}} = 3.07 \cdot 10^{-3} \text{ rad}$$

$$\beta' = \beta_{rad} \cdot \frac{180 \cdot 60'}{\pi} = 10.6'$$

Свръхновата SN 1987A избухва в Големия Магеланов облак. Той се намира на 50 крс разстояние от нас. Отношението на осветеностите е обратно пропорционално на отношението на квадратите на разстоянията. Следователно разликата в звездните величини ще бъде:

$$m_{M51} - m_{Gal} = -2.5 \lg \frac{r_{LMC}^2}{r_{M51}^2} = 11.45^m$$

$$m_{M51} = 2.9^m + 11.45^m = 14.35^m$$

Такава ще бъде видимата звездна величина на свръхновата, когато ще бъде възможно да се наблюдава от M51.

Критерии за оценяване (общо 10 т.):

За правилни разсъждения относно това, че Галактиката ще се вижда в анфас – 1 т.

За правилни разсъждения относно ориентацията на спиралните ръкави, посоката на въртене и за правилна рисунка на Галактиката – 4 т.

За посочване на мястото Слънцето в схемата на Галактиката – 1 т.

За правилно намиране на необходимата информация и правилно пресмятане на ъгловите размери на Галактиката, погледната от M51 – 2 т.

За правилно намиране на необходимата информация и правилно пресмятане на звездната величина на свръхновата от 1987 година, както ще се вижда от M51 – 2 т.