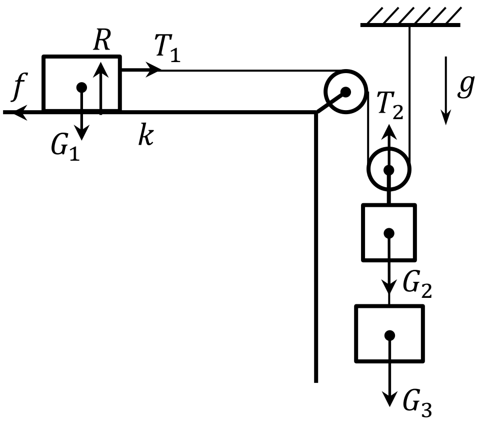
МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА
НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО ФИЗИКА
9 май 2021 г., София
Решения на темата за III състезателна група
(учебно съдържание за 9. клас)

Задача 1. Трупчета и макари



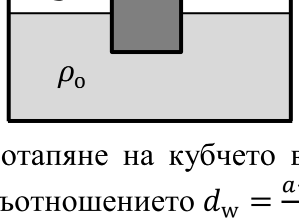
а) Първоначално на трупчето с маса m_1 действа силата на тежестта $G_1 = m_1 g$ надолу, реакцията на опората $R = G_1$ нагоре, силата на опън T_1 надясно и силата на триене $f = kR = km_1 g$ наляво. **[0,5 т.]** На трупчетата с маси m_2 и m_3 действат сили на тежестта $G_2 = m_2 g$ и $G_3 = m_3 g$, но силата на опън от страна на подвижната макара е $T_2 = 2T_1$ (поради факта, че макарите са безмасови). **[0,5 т.]** След срязването на нишката трупчето с маса m_3 вече не е част от системата и останалите две трупчета се движат равномерно, т.е. без ускорение. Новите сили на опън ще означим с T_1' и $T_2' = 2T_1'$. Като приложим II принцип на Нютон след прерязването на нишката, ще получим: $T_1' - km_1 g = 0$ **[0,5 т.]** (за трупчето с маса m_1) и $m_2 g - T_2' = m_2 g - 2T_1' = 0$ **[0,5 т.]** (за трупчето с маса m_2). От двете уравнения следва, че $\frac{m_2}{m_1} = 2k = 0{,}4$. **[1 т.]**

б) По условие $T_1' = \frac{T_1}{2}$, откъдето $T_1 = 2T_1' = 2km_1 g$. **[0,5 т.]** От II принцип на Нютон за движението на лявото трупче преди срязването на нишката се получава, че $m_1 a_1 = T_1 - km_1 g$ **[0,5 т.]**, откъдето $a_1 = kg \approx 2\ \mathrm{m/s^2}$ **[1 т.]**. Може да се съобрази, че $a_1 = 2a_2$, тъй като трупчето с маса m_1 изминава двойно по-голям път от трупчето с маса m_2, а пътят е пропорционален на ускорението при движение без начална скорост. **[0,5 т.]** Оттук следва, че $a_2 = \frac{a_1}{2} = \frac{kg}{2} \approx 1\ \mathrm{m/s^2}$. **[0,5 т.]**

в) От II принцип на Нютон за движението на десните трупчета преди срязването на нишката се получава: $(m_2 + m_3)a_2 = (m_2 + m_3)g - T_2$. **[0,5 т.]** Като използваме, че $m_2 = 2km_1$, $a_2 = \frac{kg}{2}$ и $T_2 = 2T_1 = 4km_1 g$, ще получим след опростяване, че $\frac{m_3}{m_1} = \frac{2k(k+2)}{2-k} = \frac{22}{45} \approx 0{,}5$. **[1,5 т.]**

г) Скоростта на лявото трупче в момента на прерязването на нишката е $v_1 = \sqrt{2a_1 d} = \sqrt{2kgd}$, а скоростта на десните трупчета е $v_2 = v_1/2 = \sqrt{kgd/2}$. **[1 т.]** Сумарната кинетична енергия на системата в момента на прерязването е $E_\text{к} = \frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{(m_2+m_3)v_2^2}{2} = \frac{k(2+k)gdm_1}{2-k} \approx 0{,}3\ \mathrm{J}$. **[1 т.]**

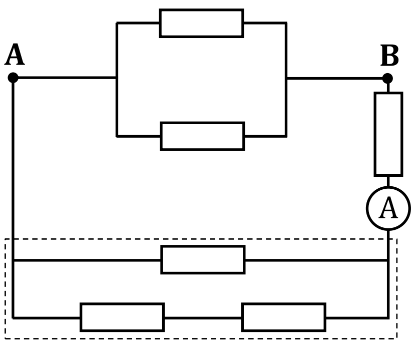
Задача 2. Хидростатика



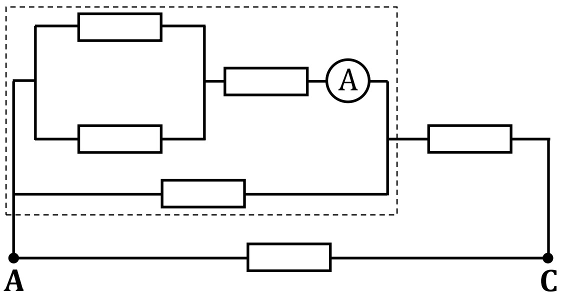
Когато кубчето плава само в олио, от закона на Архимед следва, че $\rho_\text{c} a = \rho_\text{o}(a - h_\text{o})$. **[1 т.]** От условието за плаване само във вода имаме, че $\rho_\text{c} a = \rho_\text{w}(a - h_\text{w})$. **[1 т.]** След изливането на олио върху водата се получава, че $\rho_\text{c} a = \rho_\text{o} d_\text{o} + \rho_\text{w} d_\text{w}$, където с d_o сме означили дебелината на слоя олио, а с d_w – дълбочината на потапяне на кубчето във водата под олиото. **[1 т.]** От условието, че дълбочината на потапяне на кубчето във водата намалява наполовина след наливането на олиото, следва съотношението $d_\text{w} = \frac{a - h_\text{w}}{2}$, т.е. $a - h_\text{w} = 2d_\text{w}$. **[0,5 т.]** Може да се съобрази също така, че $d_\text{w} +$

$d_\text{o} + h = a$. **[0,5 т.]** От горните уравнения следва, че $d_\text{o} = \frac{\rho_\text{w} d_\text{w}}{\rho_\text{o}}$ **[0,5 т.]**, откъдето $d_\text{w} = \frac{\rho_\text{o}(a-h)}{\rho_\text{o}+\rho_\text{w}}$ **[0,5 т.]**. Плътността на кубчето е $\rho_\text{c} = \frac{2\rho_\text{w} d_\text{w}}{a} = \frac{2\rho_\text{w}\rho_\text{o}(a-h)}{a(\rho_\text{o}+\rho_\text{w})} \approx 0{,}57\ \text{g/cm}^3$. **[1 т.]** От първото уравнение по-горе се вижда, че $\rho_\text{o}(a - h_\text{o}) = 2\rho_\text{w} d_\text{w} = \frac{2\rho_\text{w}\rho_\text{o}(a-h)}{\rho_\text{o}+\rho_\text{w}}$ **[0,5 т.]**, откъдето $h_\text{o} = a - \frac{2\rho_\text{w}(a-h)}{\rho_\text{o}+\rho_\text{w}} = \frac{2h\rho_\text{w} - a(\rho_\text{w}-\rho_\text{o})}{\rho_\text{o}+\rho_\text{w}} \approx 1{,}8\ \text{cm}$ **[1 т.]**. От друга страна $h_\text{w} = a - 2d_\text{w} = \frac{2h\rho_\text{o} + a(\rho_\text{w}-\rho_\text{o})}{\rho_\text{o}+\rho_\text{w}} \approx 2{,}2\ \text{cm}$. **[1 т.]** Обемът на налятото олио е $V_\text{o} = d_\text{o}(S - a^2) = \frac{\rho_\text{w}(a-h)(S-a^2)}{\rho_\text{o}+\rho_\text{w}} \approx 120\ \text{cm}^3$. **[1,5 т.]**

Задача 3. Електрическа верига



а) Електрическата верига може еквивалентно да се представи по начина показан на фигурата вляво. **[1 т.]** Еквивалентното съпротивление на резисторите, оградени от пунктирания правоъгълник, е $\frac{(2R)R}{2R+R} = \frac{2R}{3}$. **[0,5 т.]** Последователно на тях е свързан амперметърът и още един резистор. Съпротивлението, което ще се измери между точките **A** и **B**, е равно на $R_\textbf{AB} = \frac{\frac{R}{2}\left(\frac{2R}{3}+R\right)}{\frac{R}{2}+\frac{2R}{3}+R} = \frac{5R}{13}$. **[1 т.]** Ако подадем напрежение $U_\textbf{AB}$ между точките **A** и **B**, през амперметъра ще протече ток $I_1 = \frac{U_\textbf{AB}}{\frac{5R}{3}} = \frac{3U_\textbf{AB}}{5R}$. **[1 т.]**



б) Електрическата верига може също така да се представи, както е показано на фигурата вляво. **[1,5 т.]** В този случай еквивалентното съпротивление на резисторите, оградени от пунктирания правоъгълник, е $\frac{R\left(R+\frac{R}{2}\right)}{2R+\frac{R}{2}} = \frac{3R}{5}$. **[1 т.]** Съпротивлението между точките **A** и **C** е равно на $R_\textbf{AC} = \frac{R\left(R+\frac{3R}{5}\right)}{2R+\frac{3R}{5}} = \frac{8R}{13}$. **[1 т.]** Ако подадем напрежение $U_\textbf{AC}$ между точките **A** и **C** в тази верига, през горните пет резистора ще протече ток $I_\text{г} = \frac{U_\textbf{AC}}{\frac{8R}{5}} = \frac{5U_\textbf{AC}}{8R}$. **[1 т.]** Напрежението върху оградената част от веригата ще бъде $U_\text{огр} = U_\textbf{AC} - I_\text{г}R = \frac{3U_\textbf{AC}}{8}$. **[1 т.]** Токът през амперметъра ще е $I_2 = \frac{U_\text{огр}}{\frac{3R}{2}} = \frac{2U_\text{огр}}{3R} = \frac{U_\textbf{AC}}{4R}$. **[1 т.]**