МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА
ОЛИМПИАДА ПО ФИЗИКА, НАЦИОНАЛЕН КРЪГ, 28 юни 2020 г.
Тема за 10. клас (четвърта състезателна група)
Решения и указания

Задача 1. Трептене на махало

а) Ще означим с m масата на махалото. За определяне на скоростта можем да приложим закона за запазване на енергията при движение на махалото. Нека означим с E_1 енергията в крайно дясно положение. Тя е само потенциална и при избор на нулевото ниво в положението на равновесие имаме

(1) $$E_1 = mgl(1-\cos\beta) = 2mgl\sin^2(\beta/2) \approx \frac{mgl}{2}\beta^2 .$$ **[1 т.]**

В момента, когато махалото достига наклонената стена, неговата енергия е

$$E_2 = \frac{m\upsilon^2}{2} + mgl(1-\cos\alpha) \approx \frac{m\upsilon^2}{2} + \frac{mgl}{2}\alpha^2 .$$ **[1 т.]**

От равенството на енергиите $E_1 = E_2$ **[0,5 т.]**, намираме

(2) $$\upsilon = \sqrt{gl} \times \sqrt{\beta^2 - \alpha^2} .$$ **[1 т.]**

б) Периодът на трептене T на махалото включва две съставящи: първата t_1 съответства на времето на движение вдясно от равновесното положение, а втората t_2 – вляво. Движението вдясно става за половин период на свободното махало, т. е.

$$t_1 = \pi\sqrt{\frac{l}{g}} .$$ **[1 т.]**

За намиране на втората съставяща t_2 ще използваме приближен метод. Движението от равновесното положение до наклонената стена ще разглеждаме като равнозакъснително **[0,25 т.]**, а от стената до равновесното положение – като равноускорително **[0,25 т.]**. В първия случай скоростта се променя от υ_{max} до υ **[0,25т.]**, а при отдалечаване от стената – от υ до υ_{max} **[0,25 т.]**, т. е. и в двата случая средната скорост $\overline{\upsilon}$ е една и съща и равна на

$$\overline{\upsilon} = \frac{\upsilon + \upsilon_{max}}{2} .$$ **[0,5 т.]**

Следователно имаме $t_2 = 2t'$ **[0,5 т.]**, където t' е времето за движение в едната посока. Като приравним кинетичната енергия в равновесното положение на потенциалната енергия (1), намираме

$$\upsilon_{max} = \sqrt{gl} \times \beta .$$ **[1 т.]**

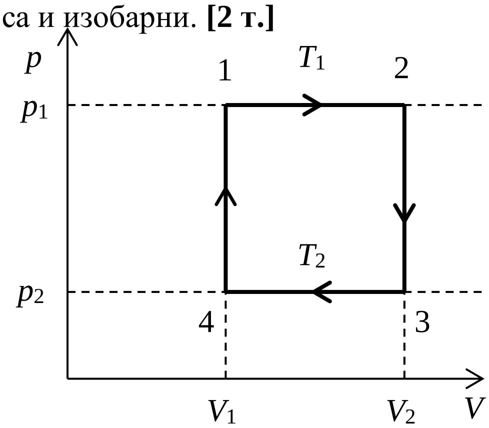
Тъй като махалото изминава разстояние $s = l\alpha$ **[0,25 т.]**, от равенството $l\alpha = \overline{\upsilon}t'$ **[0,25 т.]** намираме

$$t' = 2\sqrt{\frac{l}{g}} \times \frac{\alpha/\beta}{1+\sqrt{1-(\alpha/\beta)^2}}\,, \qquad \textbf{[1 т.]}$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}\left[\frac{1}{2} + \frac{2}{\pi}\frac{\alpha/\beta}{1+\sqrt{1-(\alpha/\beta)^2}}\right] \approx 0,76T_0 = 0,76\,\mathrm{s}\,. \qquad \textbf{[1 т.]}$$

Задача 2. Фотонен топлинен двигател

а) На фиг. 1 е показан цикълът, където е отчетено че за фотонния газ изотермните процеси са и изобарни. **[2 т.]**



Фиг. 1

б) Фотонният газ върши работа при изобарните (изотермните) процеси. Пълната работа A' за един цикъл е

$$A' = A'_{12} + A'_{34} = (p_1 - p_2)(V_2 - V_1)\,. \qquad \textbf{[1 т.]}$$

Като отчетем, че от една страна

$$p_1 = \frac{1}{3}u(T_1)\,, \quad p_2 = \frac{1}{3}u(T_2)\,, \quad V_2 = 2V_1\,, \qquad \textbf{[1 т.]}$$

а от друга страна

$$\lambda_1 T_1 = b\,, \qquad \lambda_2 T_2 = b\,, \qquad \textbf{[0,5 т.]}$$

намираме

$$A' = \frac{4\sigma b^4}{3c}\left(\frac{1}{\lambda_1^4} - \frac{1}{\lambda_2^4}\right)V_1 \approx 0,622V_1\ \mathrm{J}\,. \qquad \textbf{[1,5 т.]}$$

в) Фотонният газ получава топлина в участъка 4–1–2. Тогава имаме

$$Q_{\text{пол}} = (\Delta U)_{42} + A'_{12} = u(T_1)V_2 - u(T_2)V_1 + \frac{1}{3}u(T_1)(V_2 - V_1) \qquad \textbf{[0,5 т.]}$$

$$= \frac{1}{3}\left[7u(T_1) - 3u(T_2)\right]V_1\,, \qquad \textbf{[0,5 т.]}$$

$$Q_{\text{пол}} = \frac{4\sigma b^4}{3c}\left(\frac{7}{\lambda_1^4} - \frac{3}{\lambda_2^4}\right)V_1 \approx 4,651V_1\ \mathrm{J}\,. \qquad \textbf{[1,5 т.]}$$

г) По определение имаме $\eta = \dfrac{A'}{Q_{\text{пол}}} \approx 0,13\,.$ **[1,5 т.]**

Задача 3. Еднородна верижка

а) На трупчето действат две сили – T_1 наляво и силата на триене $f = 2mg\mu$ надясно. **[0,5 т.]** Уравнението на движение има вида

(1) $$2ma = T_1 - 2mg\mu\,.$$ **[0,5 т.]**

Уравнението на движение на хоризонталната част от верижката е

(2) $$\frac{m}{2}a = T_2 - T_1\,,$$ **[0,5 т.]**

а уравнението за движение на вертикалната част от верижката е

(3) $$\frac{m}{2}a = \frac{m}{2}g - T_2\,.$$ **[0,5 т.]**

Събираме уравненията (1), (2) и (3) почленно, съкращаваме на m и определяме

$$a = \frac{1}{6}(1-4\mu)g \approx 0{,}67\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\,.$$ **[1 т.]**

След заместване на a в уравнение (1) намираме

$$T_1 = \frac{1}{3}(1+2\mu)mg \approx 0{,}87\ \text{N}\,,$$ **[1 т.]**

а от (3) следва

$$T_2 = \frac{5}{12}\left(1+\frac{4}{5}\mu\right)mg \approx 0{,}93\ \text{N}\,.$$ **[1 т.]**

б) За определяне на скоростта υ ще използваме закона за изменение на механичната енергия на системата

(4) $$\Delta E = E_2 - E_1 = A_f\,,$$ **[1 т.]**

където E_1 е механичната енергия за ситуацията на фиг. 1, E_2 – за ситуацията на фиг. 2, а A_f е работата на силата на триене. Като приемем, че нулевото ниво на потенциалната енергия съответства на нивото на плота, имаме

$$E_1 = -\frac{m}{2}g\frac{L}{4} = -\frac{mgL}{8}\,,$$ **[1 т.]**

$$E_2 = \frac{(2m)\upsilon^2}{2} + \frac{m\upsilon^2}{2} - mg\frac{L}{2}\,,$$ **[1 т.]**

$$A_f = -f\frac{L}{2} = -\mu(2mg)\frac{L}{2} = -\mu mgL\,.$$ **[1 т.]**

Като заместим получените изрази в (4) намираме

$$\upsilon = \sqrt{1-\frac{8}{3}\mu}\times\sqrt{\frac{gL}{4}} \approx 1{,}1\ \frac{\text{m}}{\text{s}}\,.$$ **[1 т.]**