

**МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА
НАЦИОНАЛНО ПРОЛЕТНО СЪСТЕЗАНИЕ ПО ФИЗИКА**

8 – 10 март 2019 г., Вършец

Решения на темата за II състезателна група (учебно съдържание за 8. клас)

Задача 1. Кинематика

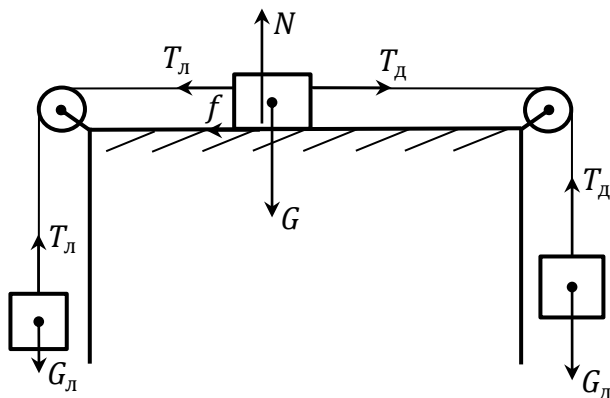
а) Изминатият от камиона път се изразява по следния начин: $s_k = \frac{at^2}{2}$ [0,5 т.], където t е времето от тръгването на камиона. Автомобилът изминава път $s_a = v_0(t - t_0) + \frac{a(t-t_0)^2}{2}$ след началната позиция на камиона. [1 т.] Условието за изпреварване е $s_k = s_a$, откъдето $\frac{at_{изп}^2}{2} = v_0(t_{изп} - t_0) + \frac{a(t_{изп}-t_0)^2}{2}$. [0,5 т.] След опростяване на уравнението се получава, че $t_{изп} = \frac{t_0(2v_0-at_0)}{2(v_0-at_0)} = 24$ s. [2 т.]

б) Изминатият от камиона път до мястото на изпреварването е $s_{изп} = s_k(t_{изп}) = \frac{at_{изп}^2}{2} = \frac{at_0^2(2v_0-at_0)^2}{8(v_0-at_0)^2} = 288$ m. [1 т.]

в) В момента на изпреварването скоростта на камиона е $v_k = at_{изп} = \frac{at_0(2v_0-at_0)}{2(v_0-at_0)} = 24$ m/s [1 т.], а на автомобила е $v_a = v_0 + a(t_{изп} - t_0) = v_0 - \frac{a^2t_0^2}{2(v_0-at_0)} = 26$ m/s. [1 т.]

г) Изпълнено е, че $v'_a = v_0 + a(t' - t_0) = 1,05at' = 1,05v'_k$ [0,5 т.], където t' е времето от момента на тръгване на камиона до момента, когато скоростта на автомобила v'_a е с 5% по-голяма от скоростта на камиона v'_k . Получава се, че $t' = 20(v_0 - at_0)/a$. [1 т.] Оттук, преднината на автомобила $\Delta s = s_a(t') - s_k(t') = v_0(t' - t_0) + \frac{a(t'-t_0)^2}{2} - \frac{at'^2}{2} = v_0(t' - t_0) - at_0t' + \frac{at_0^2}{2} = \frac{20v_0^2}{a} - 41v_0t_0 + \frac{41at_0^2}{2} = 32$ m. [1,5 т.]

Задача 2. Трупчета и макари



а) Силите, които действат на трупчетата преди прерязването на дясната нишка, са показани на чертежа вляво. На лявото трупче действа силата на тежестта $G_l = m_l g$ и силата на опън на лявата нишка T_l . На централното трупче действа силата на тежестта $G = Mg$, реакцията на опората $N = G = Mg$, двете сили на опън на нишките T_l и T_d , както и силата на триене $f = kN = kMg$ [0,3 т.], насочена наляво, тъй като от условието се разбира, че трупчето тръгва надясно, т.е. $m_l < m_d$. На

дясното трупче действа силата на тежестта $G_d = m_d g$ и силата на опън на дясната нишка T_d . Като отчетем посоките на всички сили, които действат на трупчетата, от II принцип на Нютон се получават следните уравнения: $T_l - m_l g = m_l a$ [0,7 т.], $T_d - T_l - kMg = Ma$ [0,7 т.] и $m_d g - T_d = m_d a$ [0,7 т.]. След прерязването на дясната нишка уравненията на Нютон за лявото и централното трупче са: $m_l g - T'_l = m_l a'$ [0,5 т.] и $T'_l + kMg = Ma'$ [0,5 т.], където T'_l е новата сила на опън на лявата нишка. Централното трупче продължава да се движи надясно, но вече равнозакъснително с ускорение a' , насочено наляво. След събиране на двете

уравнения, за да изключим силата на опън T'_l , получаваме, че $m_l = \frac{M(a'-kg)}{g-a'} \approx 0,12 \text{ kg}$. [0,6 т.] Като съберем първоначалните три уравнения на Нютон, за да изключим силите на опън T_l и T_d , получаваме: $m_d g - m_l g - kMg = m_l a + m_d a + Ma$ [0,3 т.], откъдето следва, че $m_d = \frac{m_l(a+g)+M(a+kg)}{g-a} = \frac{M(a+g)(a'-kg)}{(g-a)(g-a')} + \frac{M(a+kg)}{g-a} = \frac{Mg(1-k)(a+a')}{(g-a)(g-a')} \approx 0,31 \text{ kg}$. [0,7 т.]

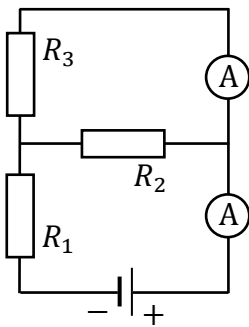
б) От първоначалните уравнения на Нютон следва, че $T_l = m_l(g+a) = \frac{M(g+a)(a'-kg)}{g-a'} \approx 1,3 \text{ N}$ [0,5 т.] и $T_d = m_d(g-a) = \frac{Mg(1-k)(a+a')}{g-a'} \approx 2,8 \text{ N}$. [0,5 т.]

в) Преди прерязването на дясната нишка системата се движи равноускорително надясно с ускорение a . Следователно, скоростта на централното трупче, когато то се намира по средата между двете макари, е $v = \sqrt{ad}$. [0,5 т.] След това трупчето продължава да се движи надясно, но вече равнозакъснително с ускорение a' , при което изминава разстояние $s = \frac{v^2}{2a'} = \frac{ad}{2a'}$ [0,5 т.], докато в определен момент спира и тръгва да се движи наобратно (равноускорително) с друго ускорение a'' . За да намерим a'' , събираме уравненията на Нютон за двете останали трупчета: $m_l g - T_l'' = m_l a''$ [0,5 т.] и $T_l'' - kMg = Ma''$ [0,5 т.], където T_l'' е новата сила на опън на лявата нишка. Получаваме, че $a'' = \frac{(m_l - kM)g}{m_l + M} = \frac{(1+k)a' - 2kg}{1-k}$. [0,5 т.] Оттук следва, че

скоростта на централното трупче ще бъде $v_{\text{кр}} = \sqrt{2a'' \left(s + \frac{d}{2}\right)} = \sqrt{\frac{(1+k)a' - 2kg}{1-k} \left(1 + \frac{a}{a'}\right) d} \approx 1,4 \text{ m/s}$. [0,5 т.]

г) Работата на силата на триене е $A_{\text{тр}} = -fs'$ [0,3 т.], където s' е общият път, изминат от централното трупче. Така $A_{\text{тр}} = -2kMg \left(s + \frac{d}{2}\right) = -kMgd \left(1 + \frac{a}{a'}\right) \approx -1,7 \text{ J}$. [0,7 т.]

Задача 3. Електрическа верига



а) Резисторът със съпротивление R_1 е свързан последователно към резисторите със съпротивления R_2 и R_3 , които са свързани успоредно един на друг. [1 т.] Следователно, общото съпротивление на резисторите е $R = R_1 + \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3}$. [1 т.] Долният амперметър измерва тока I_d през батерията, т.е. от закона на Ом за цялата верига следва, че $I_d = U/R$. [1 т.] Оттук $U = I_d R = I_d \left(R_1 + \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3}\right) = 6 \text{ V}$. [1 т.]

б) Тъй като резисторите със съпротивления R_2 и R_3 са свързани успоредно, то напреженията върху тях са еднакви: $I_1 R_3 = U - I_d R_1$. [1 т.] Тук сме използвали, че напрежението върху резистора със съпротивление R_2 е равно на разликата от напрежението на батерията и напрежението върху резистора със съпротивление R_1 . [0,5 т.] След опростяване се получава, че $I_1 = \frac{U - I_d R_1}{R_3} = \frac{R_2}{R_2 + R_3} I_d = 1,2 \text{ mA}$. [1,5 т.]

в) Токът през резистора със съпротивление R_2 е $I_2 = I_d - I_1$, тъй като резисторите със съпротивления R_2 и R_3 са свързани успоредно. [1 т.] Отделената мощност в резистора със съпротивление R_2 е $P_2 = I_2^2 R_2 = (I_d - I_1)^2 R_2 = \frac{I_d^2 R_2 R_3^2}{(R_2 + R_3)^2} \approx 6,5 \text{ mW}$. [2 т.]