МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА
ЕСЕННО НАЦИОНАЛНО СЪСТЕЗАНИЕ ПО ФИЗИКА
17 - 19 ноември 2017 г., Варна
Решения на задачите от специалната тема (шеста състезателна група)

Задача 1. Космонавти и космически кораб.

По-долу в числените резултати умишлено е дадена навсякъде една значеща цифра повече, за да не се натрупва числова грешка от закръгляване.

а) Скоростта v на кораба се намира от условието за движение по окръжност: $\frac{m_k v^2}{r} = \frac{GMm_k}{r^2}$, откъдето $v = \sqrt{\frac{GM}{r}}$ **[0.6 т.]** (1.1) ≈ 7652 m/s. **[0.4 т.]**

б) Периодът T на обикаляне на кораба около планетата е $T = \frac{2\pi r}{v} = 2\pi\sqrt{\frac{r^3}{GM}}$ (1.2) **[0.3 т.]** ≈ 5583 s. **[0.2 т.]**

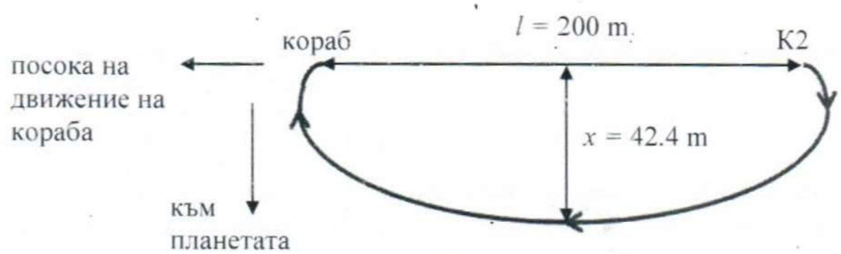
в) Желаната от К2 разлика $\Delta T = T - T_m$ в периодите на обикаляне на кораба и К2 е $\Delta T = \frac{l}{2\pi r}T = l\sqrt{\frac{r}{GM}}$ (1.3) **[0.3 т.]** $\approx 0{,}02614$ s. **[0.2 т.]**

г) Разликата x между диаметъра на орбитата на кораба и голямата ос на орбитата на К2 може да се намери от третия закон на Кеплер: $\frac{T^2}{r^3} = \frac{T_m{}^2}{\left(r-\frac{x}{2}\right)^3}$ **[0.4 т.]**, откъдето $= T_m\left(1-\frac{x}{2r}\right)^{-\frac{3}{2}} \approx T_m\left(1+\frac{3x}{4r}\right)$. **[0.4 т.]** (1.4) $\Delta T = T_m\frac{3x}{4r} \approx T\frac{3x}{4r}$, откъдето използвайки (1.3), $x = \frac{4r}{3}\frac{\Delta T}{T} = \frac{2l}{3\pi}$ (1.5) **[0.4 т.]** = 42,44 m. **[0.3 т.]**

д) Относителната скорост Δv_m на К2 спрямо кораба, веднага след като е хвърлил предмета, е $\Delta v_m = v - v_m$, където v е скоростта на кораба, а v_m е скоростта на К2 веднага след като е хвърлил предмета. Тя може да се намери от данните за траекторията на К2. Нека разстоянието до центъра на планетата в най-близката точка от траекторията на К2 е r', а скоростта там е $v_m{}'$. От закона за запазване на енергията следва $\frac{mv_m{}^2}{2} - \frac{GMm}{r} = \frac{mv_m{}'^2}{2} - \frac{GMm}{r'}$ (1.6) **[0.2 т.]**. От закона за запазване на момента на импулса следва $mv_m r = mv_m{}'r'$ (1.7) **[0.2 т.]**. Преобразуваме (1.6) до $v_m{}'^2 - v_m{}^2 = 2GM\left(\frac{1}{r'}-\frac{1}{r}\right)$ (1.8). Заместваме отношението $\frac{v_m{}'}{v_m}$ от (1.7) в (1.8): $\left[\left(\frac{v_m{}'}{v_m}\right)^2 - 1\right]v_m{}^2 = \left[\left(\frac{r}{r'}\right)^2 - 1\right]v_m{}^2 = 2GM\left(\frac{1}{r'}-\frac{1}{r}\right) = 2GM\frac{r-r'}{r'r}$. След съкращения се получава $v_m = \sqrt{\frac{2GMr'}{(r+r')r}}$ (1.9) **[1 т.]**. Тъй като $r' = r - x$, замествайки в (1.9), $v_m = \sqrt{\frac{2GM(r-x)}{(r+r-x)r}} = \sqrt{\frac{GM}{r}}\left(1-\frac{x}{r}\right)^{\frac{1}{2}}\left(1-\frac{x}{2r}\right)^{-\frac{1}{2}} \approx \sqrt{\frac{GM}{r}}\left(1-\frac{x}{4r}\right) = v\left(1-\frac{x}{4r}\right)$ (1.10) **[1 т.]**. Следователно $\Delta v_m = \frac{vx}{4r} = \frac{vl}{6\pi r}$ (1.11). **[0.4 т.]** = $1{,}194.10^{-2}$ m/s. **[0.2 т.]**

е) Прилагаме закона за запазване на импулса за системата от тела космонавт К2-хвърлено тяло в система, свързана с кораба: $0 = (m-\mu)\Delta v_m - \mu(v_\mu - \Delta v_m)$, откъдето $v_\mu = \Delta v_m\frac{m}{\mu}$ **[0.3 т.]** = 11,94 m/s **[0.2 т.]**

ж) Траекторията на К2 до достигането си до кораба (в система, свързана с кораба) е дадена по-долу. **[1 т.]**

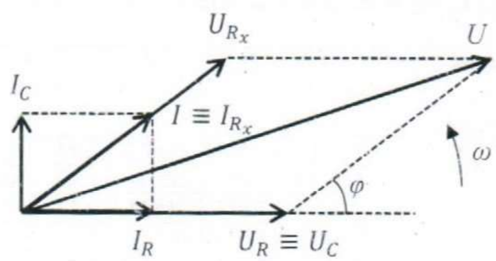


з) Тъй като системата, свързана с кораба, е въртяща се отправна система, при разглеждане на движение на тела спрямо нея, трябва да се отчита допълнително действащата на телата Кориолисова сила (центробежната и гравитационната сили (между телата и планетата) са равни по големина и противоположни по посока). Следователно едно тяло в тази неинерциална система ще се движи само под действието на Кориолисовата сила. Тъй като малкото тяло е хвърлено със сравнително голяма скорост и ни интересува движението на близко разстояние (~ l), то неговата траектория малко ще се отклонява от правата линия. Тъй като $\vec{F}_K = 2m\vec{v} \times \vec{\Omega}$ и първоначално скоростта $\vec{v}$ на тялото е тангенциална на кръговата орбита, а $\vec{\Omega}$ е перпендикулярна на равнината на орбитата, то $\vec{v}$ и $\vec{\Omega}$ са перпендикулярни и силата е насочена радиално навън. Можем да приемем, че тя слабо променя тангенциалната скорост, а само добавя малка радиална скорост. Тогава, ако t е времето за достигане на малкото тяло до кораба, то $t = \frac{l}{v_\mu}$, а радиалното отместване $\Delta r = \frac{1}{2}a_K t^2 = \frac{\Omega l^2}{v_\mu} = \frac{2\pi l^2}{T v_\mu}$ **[1.5 т.]** = 3,77 m. Достигайки кораба, малкото тяло ще се е отклонило доста от целта и К1 няма да може да го хване. **[0.5 т]**

__Задача 2.__ **Черна кутия с резистор и кондензатор.**

а) Формулата за импеданса Z на веригата, изразен чрез R, C, R_x и кръговата честота $\omega = 2\pi\nu$, може да се получи по 2 метода:

I метод (използвайки векторни диаграми) Използва се факта, че моментните стойности на величините в една променливотокова верига са проекциите върху предварително избрана от нас ос на въртящи се с ъглова скорост $\omega = 2\pi\nu$ вектори. Токовете и напреженията върху отделните елементи на веригата са дадени на фигурата.



Токовете през резисторите и напреженията върху тях са във фаза, докато токът I_C през кондензатора изпреварва с фаза $\frac{\pi}{2}$ напрежението U_C върху него. От чертежа се вижда, че $I = \sqrt{{I_C}^2 + {I_R}^2} = \sqrt{\frac{{U_C}^2}{(1/\omega C)^2} + \frac{{U_R}^2}{R^2}} = U_R\sqrt{\frac{1}{(1/\omega C)^2} + \frac{1}{R^2}}$ **[0.2 т.]** (2.1) и $U^2 = {U_R}^2 + {U_{R_x}}^2 - 2U_R U_{R_x}\cos(\pi - \varphi) = {U_R}^2 + {U_{R_x}}^2 + 2U_R U_{R_x}\cos\varphi$. **[0.2 т.]** (2.2) Освен това $U_{R_x} = R_x I$ **[0.1 т.]** (2.3), $U = ZI$ **[0.1 т.]** (2.4) и $\cos\varphi = \frac{I_R}{I} = \frac{\frac{U_R}{R}}{U_R\sqrt{\frac{1}{(1/\omega C)^2}+\frac{1}{R^2}}} = \frac{1}{R\sqrt{\frac{1}{(1/\omega C)^2}+\frac{1}{R^2}}}$ **[0.2 т.]** (2.5). Замествайки (2.1), (2.3), (2.4) и (2.5) в (2.2), се получава $Z^2 I^2 = \frac{I^2}{\frac{1}{(1/\omega C)^2}+\frac{1}{R^2}} +$

$R_x{}^2 I^2 + 2\frac{I}{\sqrt{\frac{1}{(1/\omega C)^2}+\frac{1}{R^2}}} R_x I \frac{1}{R\sqrt{\frac{1}{(1/\omega C)^2}+\frac{1}{R^2}}}$ **[0.2 т.]** (2.6). След съкращения, коренуване и опростяване, $Z = \sqrt{R_x{}^2 + \frac{R^2+2RR_x}{1+(\omega CR)^2}}$. **[3 т.]** (2.7)

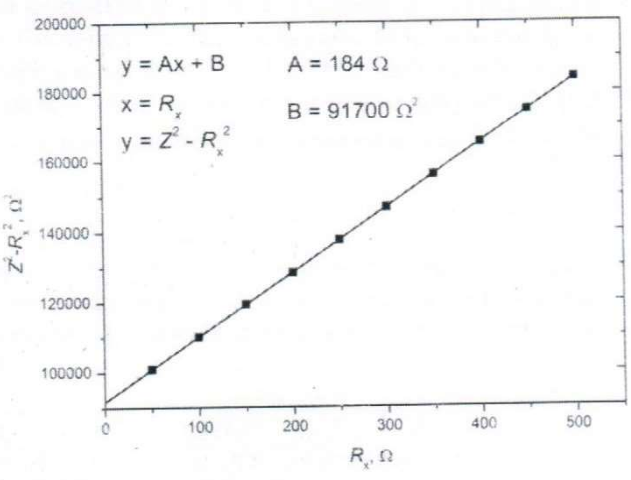
II метод (използвайки комплексни числа) Използва се факта, че импедансът на схемата може да се пресмята по правилата за постояннотокови вериги, като се приеме, че съпротивлението на кондензатора е имагинерно число ($Z_C = \frac{1}{i\omega C}$), а импедансът Z на веригата е модулът на комплексния импеданс $\hat{Z}$, получен в резултат на пресмятанията. Така, комплексният импеданс е $\hat{Z} = R_x + \frac{R.\frac{1}{i\omega C}}{R+\frac{1}{i\omega C}}$ **[0.4 т.]** $= \frac{R_x+R+i\omega CRR_x}{1+i\omega CR} = \frac{(R_x+R+i\omega CRR_x)}{(1+i\omega CR)} . \frac{(1-i\omega CR)}{(1-i\omega CR)} = \frac{R_x+R+(\omega CR)^2 R_x - i\omega CR^2}{1+(\omega CR)^2}$ **[0.6 т.]**. След опростяване, за модула на комплексния импеданс се получава $|\hat{Z}| = \sqrt{\hat{Z}\hat{Z}^*} = \frac{\sqrt{[R_x+R+(\omega CR)^2 R_x]^2+(\omega CR^2)^2}}{1+(\omega CR)^2}$ $= \sqrt{R_x{}^2 + \frac{R^2+2RR_x}{1+(\omega CR)^2}}$ **[3 т.]**. (2.7)

б) Токът I и импедансът Z се пресмятат по формулите $I = \frac{U}{R_x}$ и $Z = \frac{U_{eff}}{I} = \frac{U_{eff}}{U} R_x$. **[0.2 т.]** Таблицата с добавените нови колони за стойностите на тока I във веригата и импеданса Z на веригата изглежда така (виж по-долу). **[0.8 т.]**

в) Формулата за импеданса на веригата (2.7) може да се преобразува до $Z^2 - R_x{}^2 = \frac{2R}{1+(\omega CR)^2} R_x + \frac{R^2}{1+(\omega CR)^2}$, т.е. при променливи $y = Z^2 - R_x{}^2$ и $x = R_x$, зависимостта $y = f(x)$ е линейна: $y = Ax + B$, където параметрите A и B на линейната зависимост зависят от неизвестните R и C: $A = \frac{2R}{1+(\omega CR)^2}$ (2.8), $B = \frac{R^2}{1+(\omega CR)^2}$ (2.9) **[0.4 т.]** В таблицата по-долу е добавена колона за новата променлива y и са изчислени нейните стойности. **[0.6 т.]**

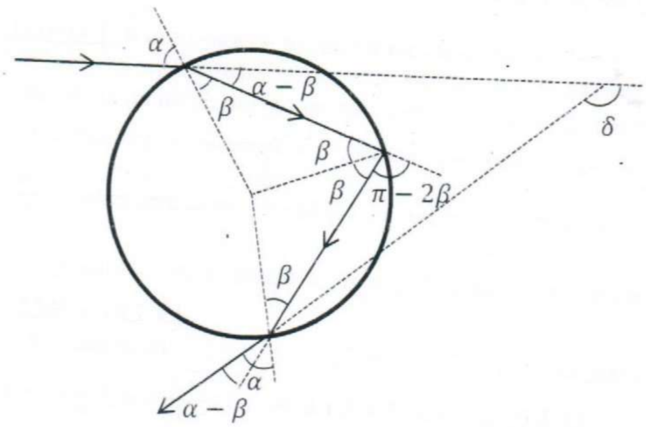
г) Данните са начертани на графиката по-долу. **[1 т.]** От нея са определени коефициентите $A \approx 184\ \Omega$ **[0.5 т.]** и $B \approx 91\ 700\ \Omega^2$ **[0.5 т.]**. Решавайки (2.8) и (2.9) спрямо R и C, се получава: $R = \frac{2B}{A}$ **[0.5 т.]**, $C = \frac{\sqrt{4B-A^2}}{2\omega B}$ **[0.5 т.]**. Замествайки с получените стойности за A и B, $R \approx 997\ \Omega$ **[0.5 т.]** и $C \approx 10{,}0\ \mu F$ **[0.5 т.]**.

R_x, Ω	U, V	I, A	Z, Ω	$y = Z^2 - R_x{}^2$, Ω^2
50.0	34.2	0.6840	321.6	100927
100.0	63.5	0.6350	346.5	110062
150.0	87.6	0.5840	376.7	119403
200.0	107.2	0.5360	410.4	128428
250.0	122.9	0.4916	447.5	137756
300.0	135.6	0.4520	486.7	146877
350.0	145.9	0.4169	527.8	156073
400.0	154.3	0.3858	570.3	165242
450.0	161.2	0.3582	614.1	174619
500.0	167.0	0.3340	658.7	183886



<u>Задача 3.</u> Небесна дъга.

а) Ъгълът на отклонение се пресмята, като се сумират последователно ъглите на отклонение при първото пречупване при влизане на лъча в капката, k на брой вътрешни отражения и при второто пречупване при излизане на лъча от капката: $\delta = (\alpha - \beta) + k(\pi - 2\beta) + (\alpha - \beta) = k\pi + 2\alpha - 2(k+1)\beta$ (виж чертежа при $k = 1$). **[1 т.]**



Тъй като $\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = n$ **[0.5 т.]**, то $\delta = k\pi + 2\alpha - 2(k+1).\arcsin\left(\frac{\sin\alpha}{n}\right)$ **[0.5 т.]**.

б) Екстремум ще има при $\frac{d\delta}{d\alpha} = 0$, следователно $\frac{d\delta}{d\alpha} = 2 - 2(k+1)\frac{1}{\sqrt{1-\left(\frac{\sin\alpha}{n}\right)^2}}\frac{1}{n}\cos\alpha = 0$ **[1 т.]**, откъдето $\sin\alpha_{\text{д}} = \sqrt{\frac{(k+1)^2-n^2}{(k+1)^2-1}}$. **[1.5 т.]**

в) Изчислените ъгли са дадени в таблицата по-долу:

k	λ, nm	n	$\alpha_{\text{д}}$, ∘	$\beta_{\text{д}}$, ∘	$\delta_{\text{д}}$, ∘	$\varphi_{\text{д}}$, ∘
1	400	1.344	58.77	39.51	139.50	40.50
	550	1.334	59.35	40.16	138.06	41.94
	700	1.331	59.53	40.36	137.62	42.38
2	400	1.344	71.49	44.87	233.76	53.76
	550	1.334	71.81	45.41	231.16	51.16
	700	1.331	71.91	45.58	230.34	50.34

Схемата трябва да съдържа двете дъги. Първата е вътрешна с виолетовия цвят отвътре и червения отвън. Втората е външна, с обърнати цветове и почти два пъти по-широка. **[2.5 т.]**

г) Тъй като всички лъчи (паднали, пречупени и вътрешно отразени) лежат в една равнина, то ако пада линейно-поляризиран лъч с успоредна (или перпендикулярна) поляризация, тя остава такава и за всяко следващо отражение (пречупване). Освен това, тъй като дадените формули (на Френел) са симетрични относно размяната на ъглите α и β, то коефициентът на отражение при влизането на лъча, при вътрешното отражение и при излизането на лъча е един и същ. Следователно, ако пада лъч с интензивност I_0, то излезлият от капката лъч ще има интензивност $I_{\text{и}} = (1-R)^2 R^k I_0$, като коефициентът на отражение R е различен за двете поляризации (успоредна и перпендикулярна). **[0.5 т.]** Степента на поляризация е свързана с коефициентите на отражение така: $P = \frac{I_{\text{и}\parallel} - I_{\text{и}\perp}}{I_{\text{и}\parallel} + I_{\text{и}\perp}}$ при $I_{\text{и}\parallel} > I_{\text{и}\perp}$ или $P = \frac{I_{\text{и}\perp} - I_{\text{и}\parallel}}{I_{\text{и}\perp} + I_{\text{и}\parallel}}$, ако $I_{\text{и}\parallel} < I_{\text{и}\perp}$. **[0.5 т.]**

Изчислените стойности на търсените величини са дадени в таблицата по-долу. Светлината от дъгите е силно линейно-поляризирана, и за двете дъги в направление, тангенциално на дъгите, като светлината от първата дъга е с по-голяма степен на поляризация от тази на втората. **[2 т.]**

k	λ, nm	n	$\alpha_{\text{д}}$, ∘	$\beta_{\text{д}}$, ∘	$R_{\parallel}$	$R_{\perp}$	$I_{\text{и}\parallel}/I_0$	$I_{\text{и}\perp}/I_0$	P_k
1	550	1.334	59.35	40.16	0.00340	0.1111	0.00337	0.08778	0.926
2	550	1.334	71.81	45.41	0.06520	0.2500	0.00371	0.03516	0.809

МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА
НАЦИОНАЛНО ЕСЕННО СЪСТЕЗАНИЕ ПО ФИЗИКА
17 - 19 ноември 2017 г., Варна
Специална тема (шеста състезателна група)

Задача 1. Космонавти и космически кораб.

Космически кораб (който всъщност е малка космическа капсула с размер $d \sim 4$ m) с двама космонавти се движи по кръгова орбита с радиус r около планета с маса M. И двамата космонавти са излезли от капсулата като единият (К1) е закрепен неподвижно за нея от външната ѝ страна, а другият (К2 с маса m) е също неподвижен спрямо капсулата, но на разстояние l от нея ($d \ll l \ll r$), като се движи по същата орбита зад нея (скоростта на космонавта К2 спрямо планетата е насочена към капсулата). Изведнъж К2 установява, че въжето, с което е бил свързан с капсулата, се е разкачило и К1 няма как да го издърпа обратно до капсулата. След като помислил, К2 решил да се завърне на капсулата по следния начин: Той изхвърлил малък предмет с маса μ ($\mu \ll m$) със скорост v_μ, насочена точно към капсулата (като направлението на скоростта v_μ минава през центъра на масата на К2). Той съобразил, че по този начин така ще си промени скоростта, че ще се движи по орбита с малко по-малка голяма ос и съответно малко по-малък период. При подходящо подбрана нова орбита, точно след един период на въртене на К2, корабът щял да се намира в същата точка от пространството (т.е. така ще се завърне на кораба). Трябва да получите формула и стойност за скоростта v_μ. За целта получете последователно формули и стойности за следните величини:

а) скоростта v на кораба. $M = 5{,}97.10^{24}$ kg, $r = 6800$ km; **[1 т.]**

б) периода T на обикаляне на кораба около планетата; **[0.5 т.]**

в) желаната от К2 разлика $\Delta T = T - T_m$ в периодите на обикаляне на кораба и К2; $l =$ 200 m; **[0.5 т.]**

г) разликата x между диаметъра на орбитата на кораба и голямата ос на орбитата на К2; **[1.5 т.]**

д) относителната скорост Δv_m на К2 спрямо кораба, веднага след като е хвърлил предмета; **[3 т.]**

е) скоростта v_μ на хвърляне на малкото тяло, за да постигне К2 относителна скорост Δv_m спрямо кораба; $\mu = 0{,}100$ kg, а $m = 100$ kg; **[0.5 т.]**

ж) Начертайте качествено траекторията на К2 до достигането му до кораба (в система, свързана с кораба). Отбележете параметрите на траекторията, които знаете. **[1 т.]**

з) Ако К2 се е прицелил перфектно и е хвърлил малкото тяло точно към кораба и К1, ще може ли К1 да го хване (за да не правят космически боклук ☺)? Обосновете отговора си количествено, използвайки възможно най-простия модел. **[2 т.]**

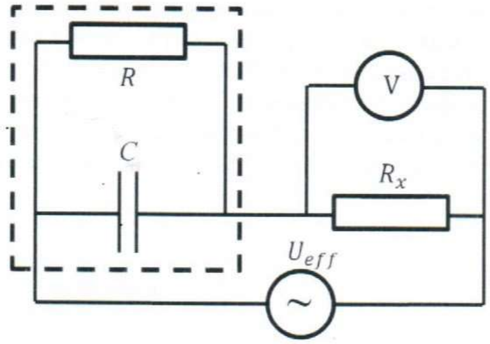
Задача 2. Черна кутия с резистор и кондензатор.

Черна кутия съдържа успоредно свързани резистор с неизвестно съпротивление R и кондензатор с неизвестен капацитет C. Към тази черна кутия последователно е включен друг резистор, чието съпротивление R_x е известно и може да се регулира. Така образуваната верига е включена към източник на променливо напрежение с ефективна стойност U_{eff} и честота ν (виж фигурата).

а) Получете формула за импеданса Z на веригата, изразен чрез R, C, R_x и кръговата честота $\omega = 2\pi\nu$. **[4 т.]**

За да се намерят експериментално неизвестните стойности на двата елемента в черната кутия, са направени измервания. Използван е източник с ефективна стойност на напрежението $U_{eff} = 220$ V и честота $\nu = 50$ Hz.

С волтметър с много голямо вътрешно съпротивление се измерва напрежението U върху външния за черната кутия резистор R_x. При различни негови стойности са получени следните стойности за U (виж таблицата).



б) В листовете за отговори има празна таблица, в която са прехвърлени дадените данни за съпротивлението R_x и напрежението U. Добавете нови колони за стойностите на тока I във веригата и импеданса Z на веригата. Изчислете техните стойности. **[1 т.]**

R_x, Ω	U, V
50.0	34.2
100.0	63.5
150.0	87.6
200.0	107.2
250.0	122.9
300.0	135.6
350.0	145.9
400.0	154.3
450.0	161.2
500.0	167.0

в) Получената формула за импеданса Z на веригата преобразувайте в такива променливи, че лесно да се обработва графично (в тези променливи зависимостта да е линейна). Направете колони за новите променливи и изчислете техните стойности. **[1 т.]**

г) Начертайте данните на дадената милиметрова (графична) хартия и от параметрите на получената зависимост изчислете неизвестните стойности на съпротивлението R и капацитета C. **[4 т.]**

<u>Задача 3.</u> Небесна дъга.

След дъжд, когато в небето все още има дъждовни капки, а слънцето вече ги огрява, се наблюдава небесна дъга. Явлението се състои в наблюдаването на цветни дъги от концентрични окръжности. Ъгловият радиус на дадена дъга се дефинира като ъгълът φ, който сключват пристигащия от дъгата към наблюдателя светлинен лъч и направлението от наблюдателя към центъра на окръжността на дъгата ($\varphi \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$). Оказва се, че това явление (неговите параметри, като ъглови радиуси на наблюдаваните дъги, тяхното ъглово разпределение по цветове и поляризацията на наблюдаваната светлина) задоволително се обяснява на езика на геометричната оптика, изследвайки как светлинен лъч преминава през водна капка със сферична форма.

а) Нека ъгълът на падане на лъч върху повърхността на капка (кълбо) е α, ъгълът на пречупване е β, а ъгълът на отклонение на светлинния лъч (дължащо се на пречупване на лъча при влизане, на k на брой вътрешни отражения и на второто пречупване при излизане на лъча от капката) е δ ($\delta \in (0, \infty)$). Показателят на пречупване на водата е n, а на въздуха може да се приеме за единица. Получете формула за $\delta = \delta(\alpha, k, n)$. **[2 т.]**

б) Оказва се, че функцията $\delta = \delta(\alpha)$ (при k, n – фиксирани параметри) има екстремум при дадено $\alpha_д$. Знаейки стойността на $\alpha_д$, може да се пресметнат съответно $\beta_д$, $\delta_д$ и $\varphi_д$. $\varphi_д$ съответства на ъгловия радиус на наблюдаваната дъга. Получете формула за $\sin\alpha_д = f(k, n)$. **[2.5 т.]**

в) Показателят на пречупване n на водата за някои дължини на вълни (за средата и двата края на видимия диапазон) е даден в таблицата. Изчислете $\alpha_д$, $\beta_д$, $\delta_д$ и $\varphi_д$ (в градуси) за дадените три дължини на вълните и за k = 1 (първа дъга) и k = 2 (втора дъга). Нарисувайте схематично двете дъги с разпределението на цветовете в тях и отбележете ъгловите им радиуси. **[2.5 т.]**

λ, nm	n	цвят
400	1.344	виолетов
550	1.334	жълт
700	1.331	червен

г) Слънчевата светлина, която осветява водните капки, е неполяризирана. Светлината, идваща от дъгите, обаче, се оказва частично поляризирана. Частично поляризираната светлина количествено се описва с числото $P = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}}$ (P се нарича степен на поляризация), където $I_{\max}$ и $I_{\min}$ са съответно максималната и минималната стойност на интензивността на светлината, която преминава през поляризатор, който последователно е завъртян на всички възможни ъгли в равнината, перпендикулярна на изследвания лъч. Изчислете степента на поляризация P_1 и P_2 за жълтата светлина, идваща съответно от първата и втората дъга. Добавете със стрелкички на схемата от подусловие в) направлението на доминиращата поляризация на светлината от дъгите. **[3 т.]**

Полезна теория, математика и фундаментални константи:

Гравитационна константа $G = 6{,}67.10^{-11}$ N.m^2/kg^2

$(1 + x)^n \approx 1 + nx$, за $|x| \ll 1$

Когато тяло с маса m се движи със скорост $\vec{v}$ спрямо една неинерциална отправна система, въртяща се с ъглова скорост $\vec{\Omega}$, на тялото действа допълнителна инерчна сила, наречена Кориолисова: $\vec{F}_K = 2m\vec{v} \times \vec{\Omega}$

Косинусова теорема: В триъгълник със страни a, b, c и ъгли срещу тези страни α, β, γ, е изпълнено равенството $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos\gamma$

Първата производна на обратната тригонометрична функция $\arcsin(x) \equiv \sin^{-1}(x)$ е $\frac{d}{dx}[\arcsin(x)] = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

При падане на светлинен лъч на границата на два прозрачни (непоглъщащи) диелектрика, част от него се отразява, а част от него се пречупва. Нека ъгълът на падане е α, а ъгълът на пречупване е β. Нека интензивността на падащия лъч е I_i, на отразения е I_r, а на преминалия е I_t. Тогава $I_i = I_r + I_t$. Нека коефициентът на отражение е $R = \frac{I_r}{I_i}$. Ако падащата светлина е линейно поляризирана в равнината на падане (определена от падащия лъч и нормалата към повърхността), то $R_\parallel = \left[\frac{\tan(\alpha-\beta)}{\tan(\alpha+\beta)}\right]^2$. Ако падащата светлина е линейно поляризирана в направление, перпендикулярно на равнината на падане, то $R_\perp = \left[\frac{\sin(\alpha-\beta)}{\sin(\alpha+\beta)}\right]^2$.

При отражение и пречупване неполяризираната светлина количествено може да се опише (държи се) като два линейно поляризирани снопа светлина с равни интензивности и поляризирани в две взаимно перпендикулярни направления.

Таблици за отговори:

Задача	Търсена величина	Получена формула	Стойност и единици	Точки
1а	скорост v на кораба			**[1.0 т.]**
1б	период T на обикаляне на кораба около планетата			**[0.5 т.]**
1в	разлика $\Delta T = T - T_m$ в периодите на обикаляне на кораба и К2			**[0.5 т.]**
1г	разлика x между диаметъра на орбитата на кораба и голямата ос на орбитата на К2			**[1.5 т.]**
1д	относителната скорост Δv_m на К2 спрямо кораба			**[3.0 т.]**
1е	скоростта v_μ на хвърляне на малкото тяло			**[0.5 т.]**
1ж	качествен чертеж на траекторията на К2			**[1.0 т.]**
1з	количествено обоснован отговор			**[2.0 т.]**

Задача	Търсена величина	Получена формула	Точки
2а	импеданс Z на веригата		**[4 т.]**
2б	изчислени стойности на тока I във веригата и импеданса Z на веригата	в отделна таблица (на следващия лист)	**[1 т.]**
2в	нови променливи		**[1 т.]**
2г	стойности на съпротивлението R и капацитета C		**[4 т.]**

Задача	Търсена величина	Получена формула	Точки
3а	формула за $\delta = \delta(\alpha, k, n)$		**[2.0 т.]**
3б	формула за $\sin \alpha_{д} = f(k, n)$		**[2.5 т.]**
3в	изчислени стойности		**[2.5 т.]**
	схема		
3г	степен на поляризация P_1 и P_2 за жълтата светлина	$P_1 =$ $P_2 =$	**[3 т.]**

k	λ, nm	$\alpha_{д}$, °	$\beta_{д}$, °	$\delta_{д}$, °	$\varphi_{д}$, °
1	400				
	550				
	700				
2	400				
	550				
	700				

Таблица за задача 2б

R_x, Ω	U, V						
50.0	34.2						
100.0	63.5						
150.0	87.6						
200.0	107.2						
250.0	122.9						
300.0	135.6						
350.0	145.9						
400.0	154.3						
450.0	161.2						
500.0	167.0						