6бр.

МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА
НАЦИОНАЛНО ЕСЕННО СЪСТЕЗАНИЕ ПО ФИЗИКА,
17 – 19 ноември 2017 г., Варна
Решения и указания на тема за 9. клас (трета състезателна група)

Задача 1. Трупчета и макара

а) На трупчето с маса $3m$ действа сила на триене с големина $f = kN = 3kmg$. Като отчетем посоките на всички сили, които действат на трупчетата, се получават следните уравнения от II принцип на Нютон: (1.1) $T_1 - 3kmg = 3ma$ **[0,5 т.]**, (1.2) $T_2 - T_1 + mg = ma$ **[0,5 т.]**, (1.3) $2mg - T_2 = 2ma$ **[0,5 т.]**. Като съберем трите уравнения, за да изключим силите на опън, получаваме, че ускорението $a = \frac{(1-k)g}{2} \approx 3{,}5\ \mathrm{m/s^2}$. **[0,5 т.]**

б) От уравнението (1.1) следва, че $m = \frac{T_1}{3(a+kg)} = \frac{2T_1}{3(1+k)g} \approx 0{,}26\ \mathrm{kg}$. **[1 т.]**

в) От (1.3) се получава, че $T_2 = 2m(g-a) = \frac{2T_1}{3} \approx 3{,}3\ \mathrm{N}$. **[1 т.]**

г) След като долната нишка е прерязана, за двете останали трупчета се изпълняват следните уравнения от II принцип на Нютон: $T_1' - 3kmg = 3ma'$ **[0,5 т.]** и $mg - T_1' = ma'$ **[0,5 т.]**. Като съберем уравненията, ще получим: $a' = \frac{(1-3k)g}{4}$. **[0,5 т.]** Времето от началото на движението до прерязването на нишката ще означим с $t_1 = \sqrt{\frac{4\ell}{3a}} = \sqrt{\frac{8\ell}{3(1-k)g}}$. **[0,5 т.]** Времето от прерязването на нишката до удара с макарата ще означим с t_2. За t_2 имаме следното квадратно уравнение: $\frac{\ell}{3} = at_1t_2 + \frac{a't_2^2}{2}$. **[0,5 т.]** След неговото решаване получаваме, че $t_2 = \frac{-at_1 + \sqrt{a^2t_1^2 + 2\ell a'/3}}{a'} = \frac{2\left(\sqrt{5-7k} - 2\sqrt{1-k}\right)}{1-3k}\sqrt{\frac{2\ell}{3g}}$. **[0,5 т.]** Окончателно получаваме, че $t = t_1 + t_2 = \sqrt{\frac{8\ell}{3(1-k)g}} + \frac{2\left(\sqrt{5-7k} - 2\sqrt{1-k}\right)}{1-3k}\sqrt{\frac{2\ell}{3g}} \approx 1{,}1\ \mathrm{s}$. **[0,5 т.]**

д) Нарастването на температурата $\Delta T = \frac{Q_1 + Q_2}{3mc}$ **[0,5 т.]**, където Q_1 е предадената на трупчето топлина по време на хлъзгането му по повърхността, а Q_2 е количеството топлина, която повишава температурата на трупчето по време на удара му с макарата. По условие $Q_1 = \frac{A_f}{3} = kmg\ell = \frac{2k\ell T_1}{3(1+k)}$. **[0,5 т.]** Имаме още, че $Q_2 = \frac{3}{4}m(at_1 + a't_2)^2 = \frac{3}{4}m(a^2t_1^2 + 2\ell a'/3) = \frac{(5-7k)\ell T_1}{12(1+k)}$. **[1 т.]** Окончателно $\Delta T = \frac{(5+k)g\ell}{24c} \approx 7{,}4\ \mathrm{mK}$. **[0,5 т.]**

Задача 2. Цилиндри с бутала

Част I а) Като отчетем посоките на силите, които действат на буталата, се получават следните две уравнения от II принцип на Нютон: (2.1) $F_1 - \pi R_1^2 \Delta p = m_1 a_1$ **[0,5 т.]**, (2.2) $\pi R_2^2 \Delta p - F_2 = m_2 a_2$ **[0,5 т.]**, където $\Delta p = p - p_0$. **[0,5 т.]** Тъй като флуидът в цилиндрите е несвиваем, обемът между буталата се запазва, т.е. $\pi R_1^2 \Delta s_1 = \pi R_2^2 \Delta s_2$ **[0,5 т.]**, където с Δs_1 и Δs_2 означаваме пътищата, изминати от лявото и дясното бутало, съответно. Като разделим двете страни на това уравнение на много малък интервал от време Δt, ще получим следното съотношение между големините на моментните скорости v_1 и v_2 на буталата: $R_1^2 v_1 = R_2^2 v_2$. Оттук имаме връзка и между измененията на скоростите на двете бутала за един и същ интервал от време: $R_1^2 \Delta v_1 = R_2^2 \Delta v_2$. Това означава, че имаме същата зависимост и между големините на ускоренията на буталата: $R_1^2 a_1 = R_2^2 a_2$. **[0,5**

т.] Заместваме a_2 от последното уравнение в (2.2), след което решаваме (2.1) и (2.2) спрямо a_1. Получаваме, че $a_1 = \frac{R_2^2(F_1R_2^2 - F_2R_1^2)}{m_1R_2^4 + m_2R_1^4} = 2{,}66\ \mathrm{m/s^2}$. **[1,5 т.]**

б) $a_2 = \frac{R_1^2a_1}{R_2^2} = \frac{R_1^2(F_1R_2^2 - F_2R_1^2)}{m_1R_2^4 + m_2R_1^4} = 0{,}43\ \mathrm{m/s^2}$. **[1 т.]**

в) От уравнения (2.1) и (2.2) следва, че $\Delta p = \frac{m_1F_2R_2^2 + m_2F_1R_1^2}{\pi(m_1R_2^4 + m_2R_1^4)}$. **[1 т.]** Съответно $p = p_0 + \Delta p = p_0 + \frac{m_1F_2R_2^2 + m_2F_1R_1^2}{\pi(m_1R_2^4 + m_2R_1^4)} = 104{,}6\ \mathrm{kPa}$. **[0,5 т.]**

Част II Процесът, който протича с идеалния газ, е изобарен, т.е. във всеки един момент налягането му е p_0 и е равно на външното налягане. От закона на Шарл имаме: $\frac{V_0}{T_0} = \frac{V_0 + \Delta V}{T_0 + \Delta T}$ **[0,5 т.]**, където $\Delta V = Sv\Delta t$ **[0,5 т.]**, а Δt е изминалото време след включването на нагревателя. Оттук се получава, че $\Delta T = T_0\frac{\Delta V}{V_0} = \frac{T_0Sv\Delta t}{V_0} = \frac{p_0Sv\Delta t}{B}$. **[0,5 т.]** Съответното изменение на вътрешната енергия е $\Delta U = \frac{3}{2}B\Delta T = \frac{3}{2}p_0Sv\Delta t$. **[0,5 т.]** От I принцип на термодинамиката имаме, че $\Delta U = Q + A = P\Delta t - p_0\Delta V = P\Delta t - p_0Sv\Delta t$. **[1 т.]** Окончателно получаваме, че търсената мощност $P = \frac{5}{2}p_0Sv = 15\ \mathrm{W}$. **[0,5 т.]**

Задача 3. Топчета на нишки

а) При допирането на еднакви метални топчета техните заряди се разпределят поравно между тях, т.е. зарядите им след допирането са средноаритметичното на техните заряди преди да се допрат едно до друго. **[0,5 т.]** Следователно първото топче придобива заряд $q_1 = q/2$, второто топче се зарежда до $q_2 = q/4$, а третото става със заряд $q_3 = q/8$. **[1 т.]** Силата, която действа на средното топче, е векторна сума от силите, с които му действат останалите две топчета. **[0,5 т.]** Получава се, че $F = \frac{kq_1q_2}{d^2} - \frac{kq_2q_3}{4d^2} = \frac{15kq^2}{128d^2}$. **[1 т.]**

б) Средната точка е на разстояние $d_1 = d_3 = 3d/2$ от крайните две топчета и на разстояние $d_2 = d/2$ от средното топче. **[0,5 т.]** Големината на интензитета в тази точка е $E = \frac{kq_1}{d_1^2} + \frac{kq_2}{d_2^2} - \frac{kq_3}{d_3^2} = \frac{7kq}{6d^2}$. **[1,5 т.]**

в) Потенциалът в геометричния център на системата е алгебрична сума от потенциалите на трите заряда в тази точка: $\varphi = \frac{kq_1}{d_1} + \frac{kq_2}{d_2} + \frac{kq_3}{d_3} = \frac{11kq}{12d}$. **[1 т.]**

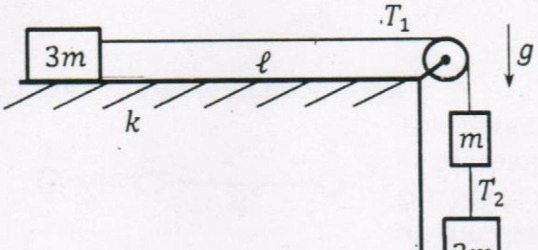
г) Условието за равновесие на крайното ляво топче е: $T_1 = \frac{kq^2}{8d^2} + \frac{kq^2}{144d^2} = \frac{19kq^2}{144d^2}$. **[1 т.]** По аналогичен начин условието за равновесие на крайното дясно топче е: $T_2 = \frac{kq^2}{128d^2} + \frac{kq^2}{144d^2} = \frac{17kq^2}{1152d^2}$. **[1 т.]** Отношението $\frac{T_1}{T_2} = \frac{152}{17} \approx 8{,}94$. **[0,5 т.]**

д) Големините на силите, които действат на топчетата непосредствено след прерязването на нишките, са $F_1 = \frac{kq_1q_2}{d^2} + \frac{kq_1q_3}{9d^2} = T_1 = \frac{19kq^2}{144d^2}$, $F_2 = F = \frac{15kq^2}{128d^2}$ и $F_3 = \frac{kq_2q_3}{4d^2} + \frac{kq_1q_3}{9d^2} = T_2 = \frac{17kq^2}{1152d^2}$. **[1 т.]** Оттук следва, че големините на ускоренията са: $a_1 = \frac{F_1}{m} = \frac{19kq^2}{144md^2}$, $a_2 = \frac{F_2}{m} = \frac{15kq^2}{128md^2}$ и $a_3 = \frac{F_3}{m} = \frac{17kq^2}{1152md^2}$. **[0,5 т.]**

3бр.

МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА
НАЦИОНАЛНО ЕСЕННО СЪСТЕЗАНИЕ ПО ФИЗИКА,
17 – 19 ноември 2017 г., Варна
Тема за 9. клас (трета състезателна група)

Задача 1. Трупчета и макара



Три трупчета с маси m, $2m$ и $3m$, са свързани с безмасови неразтегливи нишки, както е показано на фигурата вляво. Трупчетата с маси m и $2m$ са оставени свободно да висят, окачени на безмасова макара. Преди системата да започне да се движи трупчето с маса $3m$ се намира на разстояние $\ell = 2$ m от макарата върху хоризонтална повърхност, като коефициентът на триене между трупчето и повърхността е $k = 0{,}3$. Може да използвате, че земното ускорение е $g \approx 10\,\mathrm{m/s^2}$. Съпротивлението на въздуха да се пренебрегне.

а) Определете големината на ускорението a, с което се движат трупчетата. **[2 т.]**

б) Ако големината на силата на опън на горната нишка е $T_1 = 5$ N, намерете стойността на масата m. **[1 т.]**

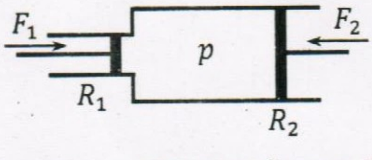
в) На колко е равна големината T_2 на силата на опън на долната нишка? **[1 т.]**

След като хоризонтално движещото се трупче изминава две трети от първоначалното си разстояние до макарата, долната нишка (която свързва трупчетата с маси m и $2m$) е прерязана.

г) Определете времето t от началото на движението на системата, за което хлъзгащото се трупче ще стигне до макарата. **[3,5 т.]**

д) Намерете нарастването на температурата ΔT на трупчето с маса $3m$. Приемете, че при хлъзгането му върху повърхността 1/3 от работата на силата на триене се е трансформирала в предадена на трупчето топлина. Използвайте също, че 1/2 от кинетичната енергия на трупчето се превръща в топлина за неговото загряване, когато то се удря в макарата и спира да се движи. Специфичният топлинен капацитет на трупчето е $c = 600\ \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{kg.K}}$. **[2,5 т.]**

Задача 2. Цилиндри с бутала

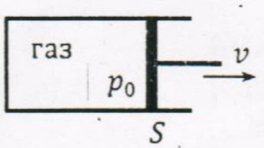


Част I Хидравличната машина на фигурата вляво е изградена от два хоризонтални цилиндрични участъка с радиуси $R_1 = 0{,}1$ m и $R_2 = 0{,}25$ m. По-малкото бутало има маса $m_1 = 2$ kg, а по-голямото бутало е с маса $m_2 = 10$ kg. Пространството между буталата е запълнено с несвиваем идеален флуид. Върху буталата са приложени външни сили с големини $F_1 = 0{,}15$ kN и $F_2 = 0{,}9$ kN, като посоките на силите са означени на фигурата. Приемете, че налягането p на флуида не се изменя. Налягането на околната среда е $p_0 = 10^5$ Pa.

а) Определете големината на ускорението a_1 на по-малкото бутало. **[4 т.]**

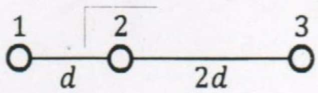
б) На колко е равна големината на ускорението a_2 на по-голямото бутало? **[1 т.]**

в) Намерете налягането p на флуида в хидравличната машина. **[1,5 т.]**



Част II В хоризонтален топлоизолиран цилиндър с напречно сечение $S = 30\ \mathrm{cm}^2$ и с бутало, което може да се движи без триене, е затворено определено количество идеален газ при атмосферно налягане $p_0 = 10^5\ \mathrm{Pa}$. В цилиндъра има електрически нагревател с неизвестна постоянна мощност P. След включване на нагревателя буталото започва да се движи надясно със скорост $v = 2\ \mathrm{cm/s}$. Вътрешната енергия на газа се дава с израза $U = 3BT/2$, където B е константа, а T е температурата на газа. Съотношението между обема и температурата на газа преди включване на нагревателя е $p_0V_0 = BT_0$. Намерете мощността P на нагревателя. **[3,5 т.]**

Задача 3. Топчета на нишки



Три еднакви малки метални топчета са свързани с безмасови непроводящи нишки, както е показано на фигурата вляво. Разстоянията между топчетата са указани на фигурата. Първоначално топчетата не са електрически заредени. Четвърто топче (идентично по размер и структура на свързаните топчета) със заряд q се допира последователно до всяко едно от трите свързани топчета по ред на нарастване на номерата им, при което свързаните топчета се зареждат. След тези действия четвъртото топче се отдалечава от останалите три топчета. Електричната константа е k.

а) Намерете големината на силата F, с която останалите заряди действат на средното топче. **[3 т.]**

б) На колко е равна големината на интензитета E, който създава системата от заряди в средата на отсечката, свързваща крайните топчета? **[2 т.]**

в) Определете потенциала φ в средата на отсечката, която свързва крайните две топчета. **[1 т.]**

г) На колко е равно отношението T_1/T_2, където T_1 е големината на силата на опън на лявата нишка (между топчетата 1 и 2), а T_2 е големината на силата на опън на дясната нишка (между топчетата 2 и 3)? **[2,5 т.]**

д) В един момент и двете нишки са прерязани. Определете големините на ускоренията a_1, a_2 и a_3, с които топчетата започват да се движат, ако масите им са равни на m. **[1,5 т.]**