

# МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА XX НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО АСТРОНОМИЯ

## Общински кръг на олимпиадата по астрономия 2016 – 2017 учебна година Възрастова група XI-XII клас – решения

**1 задача. Марсианска мисия.** Вие отговаряте за проектирането и построяването на изследователска база на Марс. Космонавтите там ще се нуждаят от максимално бърза връзка със Земята. Сигналите ще се предават чрез посредничеството на един или повече от комуникационните спътници, установени предварително в орбити около Марс. Базата не трябва да е изолирана от пряка връзка със Земята, дори когато е от онази страна на Марс, която няма пряка видимост с нашата планета.

- А) С какъв минимален брой спътници това може да се осъществи? Какви трябва да са техните орбити? Опишете качествено как ще се осъществява покритието и в каква област от повърхността на Марс трябва да се намира базата.

- Б) Да си представим, че в далечното бъдеще има земни колонии по цялата повърхност на Марс. Комуникацията обхваща всички колонии и се осъществява чрез система от спътници на Марс, които се движат по кръгови орбити с еднакви радиуси. Какъв е минималният необходим брой спътници в такава система?

### Решение:

В интервалите от време, когато няма пряка видимост между марсианската база и Земята, радиовръзката ще се осъществява чрез ретранслиране на сигналите от някой от изкуствените спътници на Марс. Спътникът тогава трябва да се намира в такова положение, че да може да комуникира както със Земята, така и с изследователската база на Марс.

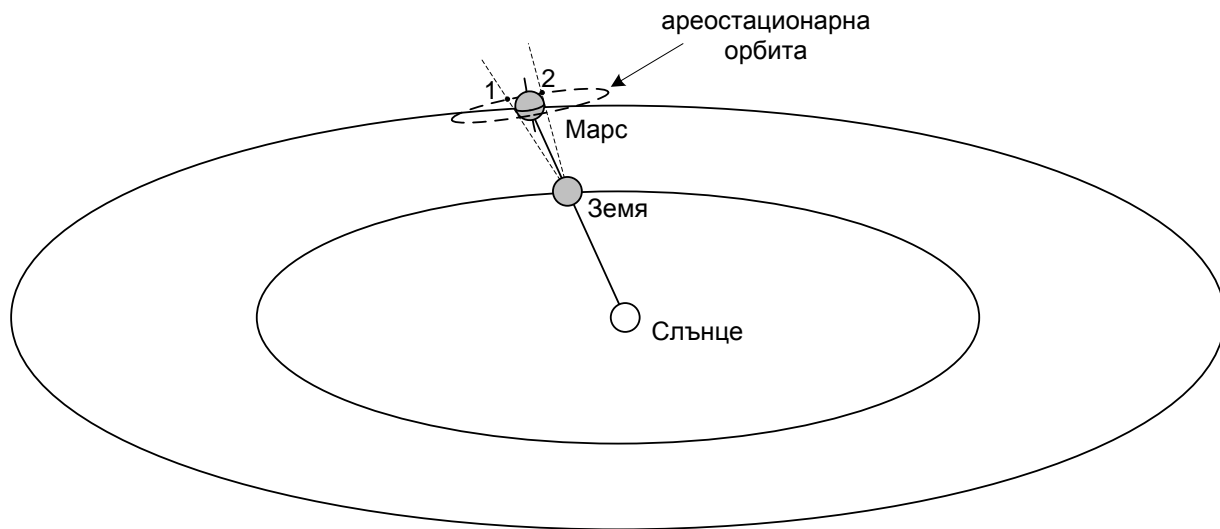
За да се използват по-малко спътници, радиусите на техните орбити около Марс трябва да са големи, така че спътниците да имат обзор върху по-голяма част от марсианската повърхност. Биха били удобни ареостационарни спътници – подобно на геостационарните спътници, те трябва да се движат в екваториалната равнина на планетата и да имат орбитален период равен на периода на нейното околоосно въртене. По този начин един ареостационарен спътник би се въртял в синхрон с Марс и би се намирал винаги над една и съща точка от марсианския екватор. Радиусът на ареостационарната орбита е около 17000 км, или приблизително 5 пъти по-голям от радиуса на Марс.

Екваторът на Марс, а значи и ареостационарната орбита, има значителен наклон към равнината на марсианската орбита около Слънцето. Поради това от Земята ще има пряка видимост към такъв спътник почти непрекъснато. Проблемни ще са само периодите около моментите, когато зрителният лъч от Земята към спътника лежи в равнината на ареостационарната орбита. Тогава спътникът понякога, макар и за кратко, ще се скрива зад планетата Марс за земния наблюдател. Ако по същото време няма пряка видимост и към марсианската база, то връзката ще се окаже невъзможна.

Проблемът може да се реши като се осигури още един ареостационарен спътник. Разстоянието между двата спътника трябва да е такова, че винаги да има пряка видимост от Земята поне към единия от тях, а от базата на марсианската повърхност – едновременно и към двата спътника. За наблюдател от Земята планетата Марс има най-голям видим ъглов диаметър, когато е в противостояние. Ако противостоянието се случи близо до есенното или пролетното равноденствие на Марс, зрителният лъч от Земята ще лежи приблизително в равнината на ареостационарната орбита и спътниците от време на

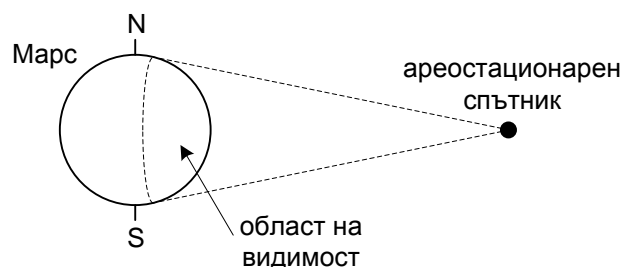
време ще се скриват зад планетата. За да бъде поне един от тях видим от Земята, те трябва да са на някакво минимално разстояние един от друг. Както се вижда от Фиг. 1, това разстояние се определя от точките 1 и 2. Те се определят като пресечни точки на два лъча, тръгващи от Земята и допиращи се до марсианския екватор, с орбитата на спътниците.

Когато Марс е в някаква друга конфигурация спрямо Земята, също е възможно да се случи зрителният лъч от земния наблюдател да лежи в орбиталната равнина на спътниците, но при всички тези конфигурации Марс има по-малък видим ъглов размер. Ето защо минималното разстояние между двата спътника се определя при условие на противостояние на Марс.



Фиг. 1

Разположението на изследователската база върху марсианската повърхност трябва да е такова, че и двата спътника да са над хоризонта за нея. На Фиг. 2 радиусите на Марс и на ареостационарната орбита са представени в мащаб, приблизително отговарящ на реалното им съотношение. Вижда се, че зоната на видимост на спътника от марсианската повърхност е доста голяма. Всъщност марсианската станция трябва да се намира в зоната, където областите на видимост на двата спътника се припокриват. Оттук се определя и максималното разстояние между двата спътника – това е разстоянието, при което техните области на видимост от марсианската повърхност имат припокриващи се части.



Фиг. 2

При бъдещата колонизация системата от спътници трябва да е такава, че за всяка точка от повърхността на Марс във всеки момент от време поне един от спътниците да е над хоризонта. Каквато и да е орбитата на даден спътник, неговият хоризонт винаги ще

обхваща по-малко от половината от повърхността на планетата. С три ареостационарни спътника, разположени примерно в равностранен триъгълник, може да се обхване цялата повърхност на Марс с изключение на две малки области около марсианските полюси. За да бъдат включени и те, може да се разположат още три спътника, които да се движат по орбити с радиуси, равни на радиусите на ареостационарните спътници, но лежащи в равнина перпендикулярна на равнината на марсианския екватор. Така общият брой спътници, необходими за постоянна връзка с всяка точка от повърхността на Марс става шест.

Критерии за оценяване (общо 10 т.):

*За правилни разсъждения относно спътниците за връзка с изследователската база на Марс – 3 т.*

*За правилно заключение за броя на необходимите спътници и обяснение – 2 т.*

*За правилно описание на възможното разположение на базата – 2 т.*

*За правилно определяне на броя на необходимите спътници при масова колонизация на Марс и обяснение – 3 т.*

**2 задача. Пръстени около Земята.** Млад участник в астрономическа експедиция заспива по време на наблюденията и сънува чуден сън. Земята е придобила пръстени. Те са точно като пръстените на Сатурн, само размерите им са умалени пропорционално, съобразно с размерите на Земята. След като се събужда, младият астроном намира подходяща снимка на Сатурн и прави върху нея необходимите измервания, за да определи дали всичко в неговия сън е било в съответствие с това условие.

- А) Как биха се виждали пръстените на Земята от екватора? А от мястото, където вие живеете?
- Б) В какви области от Земята пръстените изобщо няма да се виждат?
- В) До каква максимална географска ширина на север и на юг би се простирала сянката на пръстените върху земната повърхност?
- Г) Какво бихме наблюдавали, ако се намираме в сянката на пръстените?
- Д) Кога най-добре бихме виждали сянката на Земята върху пръстените?
- Е) Как пръстените биха се отразили на условията за астрономически наблюдения от Земята?

Ограничете пръстените на Сатурн до пръстен F.

**Решение:**

А) Пръстените на Сатурн имат висока отражателна способност и се виждат много ясно, когато са огрети от Слънцето. Снимки от космически апарати показват, че пръстените на Сатурн се виждат дори когато ги наблюдаваме откъм ръба им. Въпреки че пръстените са много тънки, те се състоят предимно от ледени частици и отразяват и разсейват в различни посоки много светлина. Пръстените лежат в екваториалната плоскост на планетата и ако ги наблюдаваме от екватора, ще ги виждаме като много тънка светеща ивица по протежение на небесния екватор. Единствено участъците, които попадат в сянката на Земята, ще бъдат невидими или частично видими, в зависимост от това каква част от пръстените, по протежение на зрителния лъч, е засенчена от Земята.

Екваториалният диаметър на Земята е около 9.5 пъти по-малък от този на Сатурн. Понеже в пръстените на Земята всички размери ще бъдат намалени пропорционално, то размерите на пръстените около Земята ще бъде около 9.5 пъти по-малка от размерите на пръстените на Сатурн. Можем да очакваме, че яркостта на пръстените ще е по-малка. Обаче Земята се намира 9.55 пъти по-близо до Слънцето. Затова осветеността им от Слънцето ще е около 90 пъти по-голяма, отколкото на пръстените на Сатурн. Дори при

9.5 пъти по-малка дебелина на пръстените и същата концентрация и размери на частиците, яркостта на пръстените ще бъде около 9.5 пъти по-голяма. Следователно ще виждаме пръстените по-ярки, отколкото виждаме пръстените на Сатурн (при други равни условия). От участниците в олимпиадата не се изискват количествени оценки. Достатъчни са качествени разсъждения, водещи до правилните изводи.

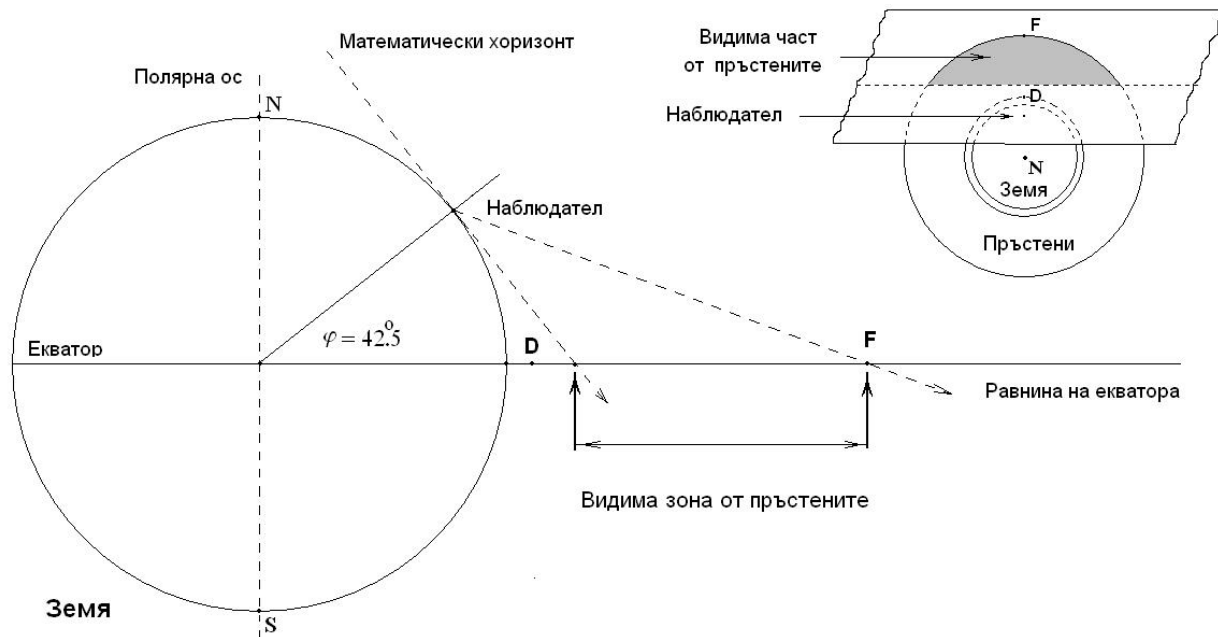
Има още един фактор, който ще спомага за по-доброто виждане на пръстените на Земята. Тъй като Земята е по-близо до Слънцето, видимите ъглови размери на Слънцето са около 9.55 пъти по-големи. Това намалява, в известна степен, ефекта на засенчването на всяка частица от останалите частици в пръстена.

Затова пръстените ще се виждат много ясно и ще бъдат много ярки.

Когато посоката към Слънцето съвпадне с равнината на пръстените те ще се виждат много по-слабо поради съществено по-голямото засенчване между частиците.

*Трябва да имаме предвид, че в условието нищо не е казано за промени в размера на частиците и в тяхната концентрация. Затова изключваме от нашето разглеждане анализа на влиянието на тези фактори.*

От умерени географски ширини ще се вижда тази част от пръстените, която се намира над равнината на математическия хоризонт (Фиг.3). С точки **F** и **D** са отбелязани началото на най-вътрешния пръстен **D** и края на пръстен **F**.

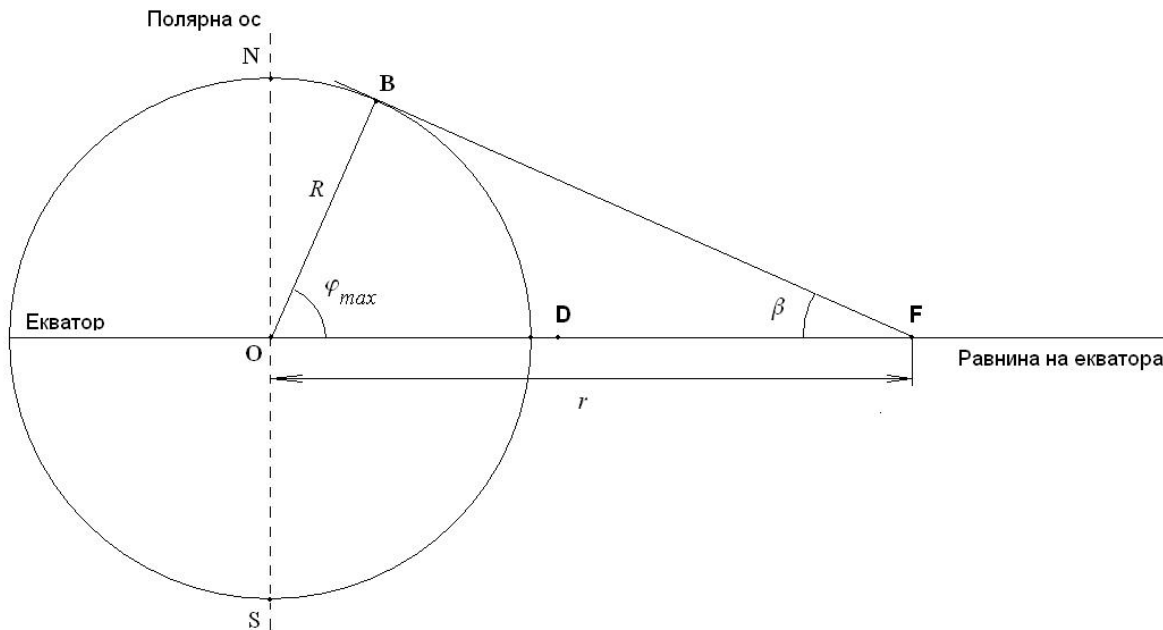


Фиг. 3

На фигурата са показани два изгледа на Земята и пръстените. Изглед от страни – от равнината на земния екватор и изглед отгоре – от точка намираща се на продължението на земната ос. Приемаме, че наблюдателят на земната повърхност се намира на географска ширина  $\varphi = 42^\circ.5$ .

Разбира се, ще се вижда ясно осветената от Слънцето част на пръстените. В посока, противоположна на Слънцето, се простира сянката на Земята, в която ще попадат част от пръстените. Когато Луната е близо по новолуние, те ще се виждат като по-тъмна зона на небето през която ще може да се виждат по-ярките звезди. В останалите случаи Луната в някаква степен също ще осветява пръстените и в част от зоните на земната сянка, пръстените ще светят с бледа отразена лунна светлина.

Б) Пръстените няма да се виждат изобщо от полярните райони. За да определим от каква географска ширина започва зоната на невидимост на последния най-външен пръстен **F**, прекарваме допирателна към земната повърхност (Фиг. 4).



Фиг. 4.

Екваториалният радиус на Сатурн е  $R_S = 60270 \text{ km}$ .

Радиусът на пръстените на Сатурн, до пръстен **F** е  $r_{rg} = 140180 \text{ km}$ .

Отношението на радиуса на пръстените към екваториалния радиус на планетата е:

$$\frac{r_{rg}}{R_S} = 2.326$$

Оттук пресмятаме колко трябва да бъде радиусът на пръстените на Земята:

$$r = \frac{r_{rg}}{R_S} \cdot R_E = 14835 \text{ km}$$

където  $R_E = 6378 \text{ km}$  е екваториалният радиус на Земята.

В правоъгълния триъгълник **ОВF** са известни две страни: **ОВ** =  $R$  и **OF** =  $r$ . Можем да намерим ъгъла  $\varphi_{\max}$  при връх **O**:

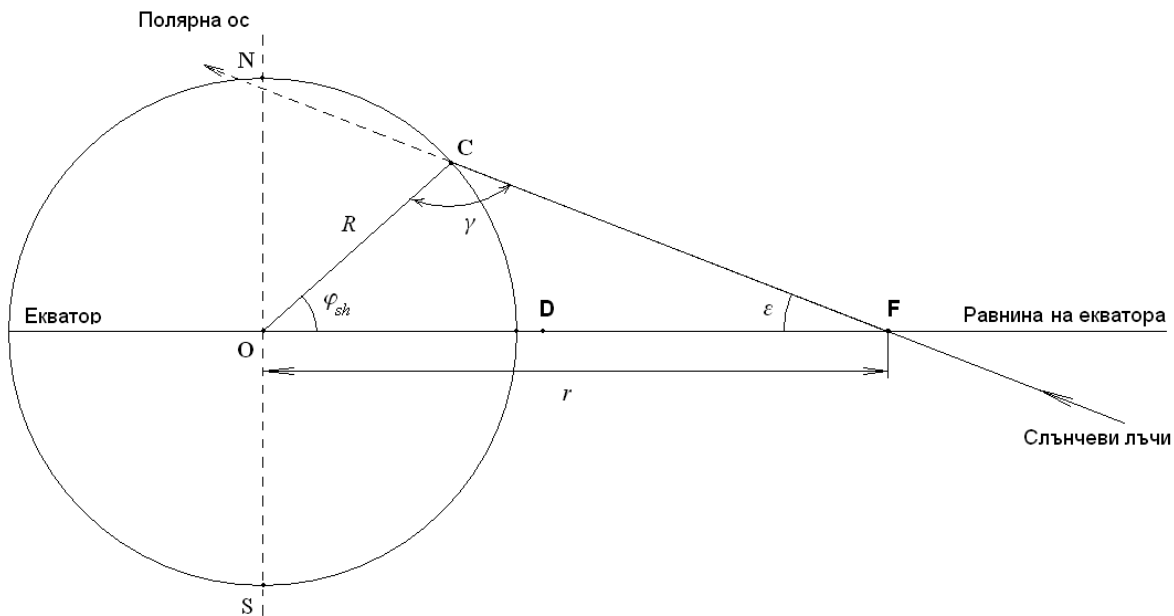
$$\varphi_{\max} = \arccos\left(\frac{R}{r}\right)$$

В тази формула използваме средния радиус на Земята  $R = 6371 \text{ km}$ .

Максималната географска ширина, над която пръстенът няма да се вижда, е:

$$\varphi_{\max} \approx 64.57$$

В) Сянката на пръстените ще се простира на максимална географска ширина, когато пръстените са наклонени на максимален ъгъл относно лъчите идващи от Слънцето, т.е. те са наклонени на ъгъл, равен на ъгъла на наклона на земния екватор към еклиптиката –  $\varepsilon = 23.45$  (Фиг. 5.)



Фиг. 5.

Максималната географска ширина  $\varphi_{sh}$  можем да получим от триъгълника OCF. В него са известни страните  $OC = R$  и  $OF = r$  и срещулежащият на страната OC ъгъл  $\varepsilon$ . Използваме синусовата теорема и получаваме:

$$\frac{r}{\sin \gamma} = \frac{R}{\sin \varepsilon}$$

$$\sin \gamma = \frac{r}{R} \cdot \sin \varepsilon$$

$$\gamma = \arcsin\left(\frac{r}{R} \cdot \sin \varepsilon\right) = 112^\circ.24$$

Тази формула дава две решения за ъгъл  $\gamma$ , но ние избираме това, което е по-голямо от  $90^\circ$  (както се вижда от чертежа). Другото е допълнителният до  $180^\circ$  ъгъл.

Намираме и максималната географска ширина, на която пада сянката на пръстените. Очевидно:

$$\varphi_{sh} = 180^\circ - (\gamma + \varepsilon) = 180^\circ - 135^\circ.69$$

$$\varphi_{sh} = 44^\circ.31$$

Г) Пръстените са полупрозрачни, затова, ако се намираме в тяхната сянка, ние ще виждаме Слънцето през тях, както и голям светещ ореол от разсеяна светлина около него. Слънцето ще се вижда по-слабо, поради поглъщането и разсейването на светлината от частиците на пръстените.

Д) Най-добре сянката на Земята би се виждала, ако гледаме в посока обратна на Слънцето, около местна полунощ и ако се намираме на средни географски ширини, от които пръстените се виждат под достатъчно голям ъгъл.

Е) Пръстените са толкова ярък източник на светлина, че наземната оптическа астрономия ще бъде невъзможна или много силно затруднена. Освен директната светлина от пръстените, разпределена на голяма площ, голяма пречка ще бъде разсеяната вторично от земната атмосфера светлината. Нощ, каквато я познаваме сега, практически няма да има. Ще могат да се наблюдават единствено най-ярките обекти на небето – Слънцето, Луната, някои планети и, може би, най-ярките звезди.

Критерии за оценяване (общо 10 т.):

*За обяснение как биха се виждали пръстените от екватора на Земята – 1 т.*

*За обяснение как биха се виждали от мястото, където се намираме – 1 т.*

*За отчитане на ролята на осветлението от Луната – 1 т.*

*За определяне на областта, от която пръстените няма да се виждат – 2 т.*

*За определяне на максималната ширина, до която би достигала сянката на пръстените – 2 т.*

*За обяснение какво бихме виждали в сянката на пръстените – 1 т.*

*За обяснение кога най-добре бихме виждали сянката на Земята – 1 т.*

*За разсъждения относно условията за астрономически наблюдения – 1 т.*

**3 задача. Пресконференция.** Скоро след завръщането си от Луната, космонавтите Нийл Армстронг, Едуин Олдрин и Майкъл Колинз от екипажа на кораба Аполо 11 дават пресконференция. На нея те разказват любопитни детайли от знаменитото си пътешествие. Представяме ви някои от тях, а вие ще трябва да ги обясните.

- А) Космонавтите изпитват известни затруднения при пазенето на равновесие, когато ходят по лунната повърхност, а също когато трябва да определят вертикалната посока при установяване на научната апаратура и американското знаме.

- Б) На Луната хоризонтът изглежда изненадващо близък.

- В) Небето по време на лунния ден е черно, но Армстронг и Олдрин не си спомнят да са виждали звездите.

- Г) По време на полета от Земята към Луната космонавтите са попаднали в лунната сянка и са видели пълно слънчево затъмнение. Слънчевата корона се е виждала в радиус от 7-8 слънчеви диаметъра, а на тъмната страна на Луната те са различавали много детайли от лунната повърхност.

**Решение:**

Силата на тежестта на лунната повърхност е около 6 пъти по-малка от тази на Земята. Човешкото тяло е приспособено да функционира при земни условия – включително силата на мускулите и нашите рефлексии. Известно е, че никой предмет не може да стои устойчиво на някаква повърхност, ако има само две опорни точки. Фактът, че ние умеем да стоим и да сме устойчиви само на двата си крака, се дължи на непрестанното действие на нашите мускули за поддържане на равновесието ни. Тези мускули се командват от мозъка ни на подсъзнателно ниво в резултат от това, че ние притежаваме съответните рефлексии. Още повече същото се отнася до ходенето, което представлява последователно излизане на тялото от равновесие и възстановяване на равновесието със следващото стъпване върху земната повърхност. За да стоим или да ходим на лунната повърхност при 6 пъти по-малка сила на тежестта, са необходими по-различни рефлексии – не като тези, които имаме от Земята. Допълнителен фактор, затрудняващ движенията на един космонавт на Луната, е неговият скафандър. Любопитно е наистина, както може да се узнае от преките свидетелства на космонавтите, че доста по-слабата сила на тежестта, която изпитваме на Луната, е причина и да губим до някаква степен усета си за вертикалната посока.

Земята има огромни размери в сравнение с нас и е трудно да забележим кривината на земната повърхност, дължаща се на кръглата форма на нашата планета. Въпреки това, когато застанем сред някаква равнина или на морския бряг, ние виждаме ограничена част от земната повърхност, стигаща до т.нар. хоризонт. Може да се пресметне докъде се простира хоризонтът в зависимост от нашия собствен ръст.

Луната е около 3.7 пъти по-малка по диаметър от Земята. Когато застанем на лунната повърхност, хоризонтът за нас ще биде 3.7 пъти по-близък, отколкото на Земята. Това очевидно е правило впечатление на космонавтите.

През деня на Земята при ясно време небето е синьо, понеже слънчевите лъчи се разсейват от въздуха. Цветът на небето се определя от дължината на светлинната вълна, която се разсейва най-ефективно. На Луната няма атмосфера, затова небето е черно. По принцип в това небе трябва да се виждат звезди. Но звездите са много слаби източници на светлина. За да ги виждаме, нашите очи трябва да се адаптират към нощно зрение. Адаптацията на очите към тъмнината е сложен физиологичен процес, включващ разширението на зениците и химично пренастройване на фоторецепторните клетки в ретината, като за това се изисква доста продължително време. През лунния ден очите на космонавтите са били силно осветени от лунната повърхност, отразяваща слънчевите лъчи, а и от самото Слънце. Затова те не са могли да виждат звездите.

Слънчевата корона е най-външната обвивка на Слънцето, която се простира на големи разстояния. Нейното светене е на порядъци по-слабо от самото Слънце. Когато наблюдаваме пълно слънчево затъмнение от Земята, слънчевата корона се вижда на фона на небето, което не е съвсем тъмно – въздухът разсейва слънчевата светлина. По време на пътешествието към Луната, когато космонавтите са наблюдавали слънчево затъмнение, слънчевата корона се е откроявала на фона на съвсем черно тъмно небе и затова те са могли да виждат части от нея, които са по-далечни от Слънцето.

По време на слънчевото затъмнение, наблюдавано от космонавтите, техният кораб е бил на път от Земята към Луната. Пред тях е била Луната, като те са попаднали в нейната сянка. Но зад тях е била ярко осветената от Слънцето Земя. Отразената от Земята слънчева светлина осветява част от тъмната страна на Луната. Затова там са се различавали детайли от лунната повърхност. Това слабо светене на нощната страна на Луната се нарича пепелна светлина и може да се наблюдава и от Земята.

Критерии за оценяване (общо 10 т.):

*За правилно обяснение относно пазенето на равновесие и усета за вертикалната посока – 2.5 т.*

*За обяснение по въпроса за близкия хоризонт – 2.5 т.*

*За обяснение защо небето на Луната през деня е черно – 1.5 т.*

*За разсъждения защо космонавтите не са виждали звездите – 1 т.*

*За разсъждения защо слънчевата корона се вижда по-добре от космоса – 1.5 т.*

*За обяснение за видимостта на детайлите от тъмната страна на Луната – 1 т.*

**4 задача. Полет към нощта.** Макапа ( $\varphi = 0.0^\circ \text{ N}$ ,  $\lambda = 51.1^\circ \text{ W}$ ) е град в Бразилия на устието на река Амазонка. Това е един от градовете, през които минава земният екватор. В деня на лятното слънцестоене 22 юни при изгрева на Слънцето три реактивни самолета тръгват от Макапа в три различни посоки. Единият самолет се движи на юг, вторият – на изток, а третият – на запад. Скоростта на самолетите е 1230 km/h.

- След колко часа за всеки един от самолетите ще настъпи нощ?
- Какви ще бъдат географските координати на самолетите в момента на настъпване на нощта?

Не вземайте предвид рефракцията и височината, на която летят самолетите.

**Решение:**

Терминаторът на Земята е линията, която разделя осветената от Слънцето, или дневната страна на земното кълбо от неосветената страна. Нека първо да определим с каква скорост се движи терминаторът за точките от земната повърхност, които лежат на



екватора. Екваториалният радиус на Земята е  $R_0 = 6378 \text{ km}$ . Обиколката на земното кълбо по екватора е:

$$L = 2\pi R_0$$
$$L \approx 40074 \text{ km}$$

Скоростта, с която се движи терминаторът за точките от екватора ще бъде:

$$v = L / 24 \text{ h}$$
$$v \approx 1670 \text{ km/h}$$

Тъй като земното кълбо се върти около своята ос от запад на изток, терминаторът се движи по земната повърхност от изток на запад. Да означим скоростта на самолетите с  $v_0$ . Трите самолета тръгват от екватора в момента на изгрева на Слънцето. Следователно те се намират именно върху терминатора на Земята – по-точно върху онази негова част, за която на запад е нощ, а на изток е ден. При преминаване на тази част от терминатора през дадена точка свършва нощта и започва денят.

Самолетите, които тръгват на изток и на запад, през цялото време ще се движат по земния екватор. Всеки от тях трябва да се срещне с диаметрално противоположната част от терминатора – тази, за която на запад е ден, а на изток нощ. Тя отстои на  $180^\circ$ , или на разстояние  $\frac{1}{2} L$  от точката на излитане на самолетите. Ще пресметнем скоростите на първите два самолета относно терминатора. Самолетът, който тръгва на изток, се движи срещу движението на терминатора. Неговата относителна скорост ще бъде:

$$v_E = v + v_0$$
$$v_E = 2900 \text{ km/h}$$

Вече можем да определим времето, за което този самолет ще достигне до диаметрално противоположната точка на терминатора, т.е. ще се срещне с нощта:

$$t_E = \frac{1}{2} L / v_E$$
$$t_E \approx 6.9 \text{ h}$$

Самолетът, който тръгва на запад, се движи в същата посока, като терминатора. Скоростта му спрямо земната повърхност е по-малка от тази на терминатора. Неговата относителна скорост ще бъде:

$$v_W = v - v_0$$
$$v_W = 440 \text{ km/h}$$

Отгук пресмятаме времето, за което той ще бъде застигнат от диаметрално противоположната точка на терминатора и ще се осъществи неговата среща с нощта:

$$t_W = \frac{1}{2} L / v_W$$
$$t_W \approx 45.5 \text{ h}$$

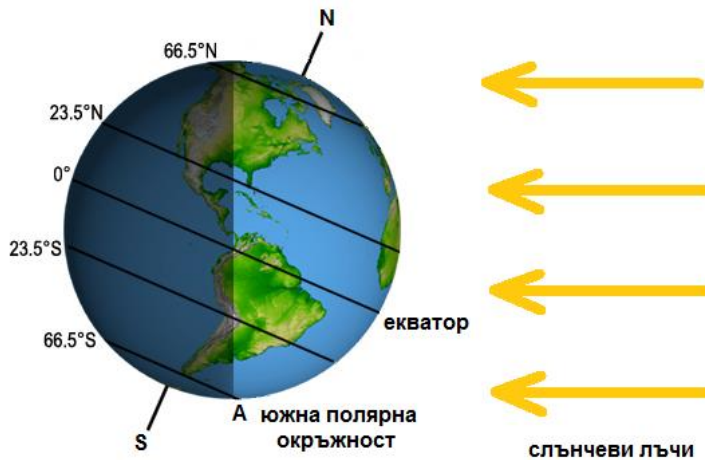
По-сложно е да определим кога третият самолет, който тръгва на юг, ще пресече терминатора, преминавайки от дневната в нощната страна на земното кълбо. В деня на лятното слънцестояние за северното плукълбо на Земята – 22 юни, на южния полюс е полярна нощ. В самия момент на слънцестоянието за цялата област около южния полюс, ограничена от южната полярна окръжност, е нощ. Върху самия терминатор лежи точка А от южната полярна окръжност, за която в дадения момент е пладне.

Ще пресметнем за колко време третият самолет ще достигне до южната тропична окръжност – паралела с  $66^\circ 33'$  южна географска ширина. Тъй като самолетът се движи по земен меридиан, за да намерим дължината на неговия път  $L_S$ , ще използваме средната стойност на земния екватор –  $R = 6371 \text{ km}$ .

$$L_S = 2\pi R \times 66^\circ 33' / 360^\circ$$
$$L_S \approx 7400 \text{ km}$$

Времето, за което самолетът ще измине този път, ще бъде:

$$t_S = L_S / v$$
$$t_S \approx 6 \text{ h}$$



На екватора Слънцето изгрява в 6 часа. Самолетът е тръгнал при изгрева на Слънцето и се движи на юг по един и същ меридиан. След като пътува 6 часа, той ще достигне до южната полярна окръжност в 12 ч. – по пладне. Точката, в която ще се озове самолетът, ще бъде в същата ситуация, както точка А на схемата. Оттук следва, че именно тогава самолетът ще се срещне с нощта.

В настоящото решение ние не отчитаме рефракцията и височината на самолетите над хоризонта, също както и ефектите, предизвикани от уравнението на времето и от обстоятелството, че моментът, когато третият самолет стига до южната полярна окръжност може да не съвпада точно с момента на лятно слънцестояние. Освен това приемаме, че началото на нощта е моментът, когато центърът на видимия слънчев диск пресича хоризонта.

Самолетите, които летят на изток и на запад, през цялото време се движат по екватора и не променят своята географска ширина. В моментите, когато за тях настъпва нощта, географската им ширина си остава равна на  $0^\circ$ . За да намерим географските дължини на тези самолети, трябва да определим разстоянията, които те са изминали. За целта трябва да използваме не относителните им скорости спрямо терминатора, а скоростите им спрямо земната повърхност, които са еднакви:  $v = 1230 \text{ km/h}$ . За самолета, летящ на изток, получаваме:

$$L_E = v \cdot t_E$$

$$L_E \approx 8487 \text{ km}$$

Използваме географската дължина на Макапа, която взимаме с отрицателен знак, понеже градът е в западното полукуълбо. За географската дължина на самолета при настъпване на нощта получаваме:

$$\lambda_E = -51.1^\circ + 360^\circ \times L_E / L$$

$$\lambda_E \approx 25.1^\circ \text{ E}$$

Аналогично за самолета, който лети на запад, намираме:

$$L_W = v \cdot t_W$$

$$L_W \approx 55965 \text{ km}$$

Виждаме, че този самолет ще направи една пълна обиколка на Земята по екватора и ще продължи да лети още известно време. Разстоянието, което самолетът ще прелети след приключване на пълната обиколка, ще бъде:  $L_W' = L_W - L = 15891 \text{ km}$ . Промяната на географската му дължина при настъпване на нощта ще бъде:

$$\Delta\lambda_W = 360^\circ \times L_W' / L$$

Тъй като самолетът лети на запад, неговата нова географска дължина трябва да се получи, като прибавим  $\Delta\lambda_W$  към западната далжина на Макапа ( $51.1^\circ$ ), но резултатът се оказва  $193.9^\circ > 180^\circ$ . Оттук следва, че в момента на настъпване на нощта самолетът ще

се намира на  $193.9^\circ - 180^\circ = 13.9^\circ$  западно от 180-градусовия меридиан. Това съответства на географска дължина:

$$\Delta\lambda_w = 180^\circ - 13.9^\circ = 166.1^\circ \text{ E}$$

Третият самолет лети на юг. Поради това той не променя своята географска дължина. Тя остава равна на  $51.1^\circ$ . При настъпването на нощта този самолет е на южната полярна окръжност. Следователно неговата географска ширина тогава е приблизително  $66.1^\circ \text{ S}$ .

Критерии за оценяване (общо 10 т.):

*За намиране на необходимите числени данни – 1 т.*

*За правилни теоретични разсъждения и числени пресмятания относно времената на полетите на трите самолета –  $3 \times 1.5 \text{ т.} = 4.5 \text{ т.}$*

*За правилни теоретични разсъждения и числени пресмятания относно координатите на трите самолета –  $3 \times 1.5 \text{ т.} = 4.5 \text{ т.}$*

**5 задача. Космически пирати.** Вие сте пленени от космически пирати. Пиратският звездолет свободно се рее в междузвездното пространство. Веднъж, докато пиратите си поделят малък диамантен астероид, вие успявате да отвлечете собствения си космически кораб и да задействате неговите двигатели. След време  $t_1$  вие разбирате, че те са узнали за вашето бягство и стартират от звездолета с малък кораб преследвач. В този момент вие изключвате двигателите, за да не виждат пиратите светещите ракетни струи. Вашата скорост тогава е  $90\,000 \text{ км/час}$ . Предвиденият запас от гориво на пиратския преследвач се изразходва за време  $t_2$ , при което той се е ускорил до  $99\,000 \text{ км/час}$  и лети след вас. Точно преди пиратите да ви настигнат, корабът ви долита до вратата към хиперпространството, за която само вие знаете тайния код.

- Определете времената  $t_1$  и  $t_2$ , като знаете, че при ускоряването на вашия кораб вие сте се подложили на максималното претоварване, което като трениран пилот можете да издържите по-дълго време, без да губите съзнание ( $5g$ ), а пиратите са извънземни същества, издържащи двойно по-високо претоварване.

- Намерете разстоянието от пиратския звездолет до вратата към хиперпространството.

**Решение:**

При ускорение  $a_1 = 5g$  за време  $t_1$  след като стартираме от пиратския звездолет, ние се ускоряваме до скорост  $v_1 = 90\,000 \text{ км/ч}$ . За скоростта можем да напишем:

$$v_1 = a_1 \cdot t_1$$

Оттук, като превърнем скоростта в метри в секунда, получаваме:

$$t_1 = v_1 / a_1$$
$$t_1 \approx 510 \text{ sec}$$

За време  $t_2$  корабът преследвач на пиратите при ускорение  $a_2 = 2 \times 5g = 10g$  се ускорява до скорост  $v_2 = 99\,000 \text{ км/ч}$ . По аналогичен начин можем да пресметнем:

$$v_2 = a_2 \cdot t_2$$
$$t_2 = v_2 / a_2$$
$$t_2 \approx 281 \text{ sec}$$

Да определим разстоянието, което нашият кораб е изминал за време  $t_3 = t_1 + t_2$ :

$$L = a_1 \cdot t_1^2 / 2 + v_1 \cdot t_2$$
$$L \approx 13397 \text{ km}$$

Разстоянието, което корабът преследвач е изминал за време  $t_2$ , ще бъде:

$$L' = a_2 \cdot t_2^2 / 2$$
$$L' \approx 3869 \text{ km}$$

В момента, когато спират да работят и двигателите на пиратския кораб преследвач (време  $t_3$  след като ние стартираме от звездолета), разстоянието между нашия кораб и кораба преследвач ще бъде:

$$\Delta L = L - L'$$

$$\Delta L = 9528 \text{ km}$$

Трябва да пресметнем и относителната скорост на пиратския кораб спрямо нас:

$$v' = v_2 - v_1$$

$$v' = 9000 \text{ km/h}$$

Сега вече можем да определим времето, за което от този момент нататък корабът преследвач ще ни настигне:

$$t_4 = \Delta L / v'$$

$$t_4 \approx 3811 \text{ s}$$

За това време нашият кораб ще измине разстояние:

$$L'' = v_1 \cdot t_4$$

$$L'' \approx 95275 \text{ km}$$

В този момент обаче, ние достигаем вратата към хиперпространството и се спасяваме. Отгук можем да намерим разстоянието от пиратския звездолет до вратата към хиперпространството:

$$L_x = L + L''$$

$$L_x = 108672 \text{ km}$$

Критерии за оценяване (общо 10 т.):

За определяне на времената  $t_1$  и  $t_2 - 2 \times 2 = 4 \text{ т.}$

За правилен математически метод за определяне на разстоянието от звездолета до вратата към хиперпространството – 5 т.

За верен числен резултат – 1 т.

**6 задача. Константата на Хъбъл.** Исторически погледнато се оказва, че константата на Хъбъл е една от величините с най-променливите стойности, определяни в наблюдателната астрономия. Дадени са две диаграми, илюстриращи наблюденията, по които са направени две определяния на константата. Едната диаграма е взета от оригиналната работа на Едуин Хъбъл, в която той представя за първи път своите наблюдения. Другата е от последните няколко години. Използвайте диаграмите, за да определите по тях константата на Хъбъл.

- Какви стойности получавате? Опитайте се да обясните на какво се дължат големите разлики.

**Решение:**

Законът на Хъбъл може да се представи в следния вид:

$$v = H \cdot d$$

Тук  $v$  е скоростта на галактиката, определена по червеното отместване,  $H$  е константата на Хъбъл,  $d$  е разстоянието до галактиката.

Червеното отместване  $z$  се определя от отношението на отместването  $\Delta\lambda = \lambda - \lambda_0$  на спектралната линия в посока на дълговълновата, т.е. червената част на спектъра, към табличната дължина на спектралната линия  $\lambda_0$ .

$$z = \frac{\Delta\lambda}{\lambda_0}$$

От ефекта на Доплер знаем, че това отношение е равно на отношението на скоростта на източника (в случая галактиката) към скоростта на светлината. Това е приблизителната формула на Доплер, но за случая тя е достатъчно добра:

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda_0} = \frac{v}{c}$$

откъдето следва:

$$v = \frac{\Delta\lambda}{\lambda_0} \cdot c = z \cdot c$$

Законът на Хъбъл дава връзката между скоростта на отдалечаване на галактиките, вследствие на космологичното разширение на Вселената, и разстоянието до тях. Константата на Хъбъл е коефициентът на пропорционалност в тази зависимост. Размерността на константата на Хъбъл е  $\text{km}\cdot\text{s}^{-1}/\text{Mpc}$  (километри в секунда на мегапарсек). Затова при пресмятането ѝ трябва да вземем величините в съответните размерности.

Виждаме, че в оригиналната работа на Хъбъл скорост от  $1000 \text{ km/s}$  се достига на разстояние  $2 \cdot 10^6 \text{ pc}$ , т.е. на  $2 \text{ Mpc}$ . Следователно константата на Хъбъл се получава равна на  $H \approx 500 \text{ km}\cdot\text{s}^{-1}/\text{Mpc}$ .

На втората графика, която е взета от работа, правена преди няколко години, стойността на константата на Хъбъл се получава  $H \approx 71 \text{ km}\cdot\text{s}^{-1}/\text{Mpc}$ . Това е седем пъти по-малко от първоначалното определяне на константата от Хъбъл.

За да пресметнем константата на Хъбъл, трябва да разполагаме с разстоянията до галактиките и с техните скорости. Очевидно е, че грешките биха дошли от грешните определяния на тези величини. Хъбъл, собствено, установява, че спиралните мъглявини са далечни галактики, подобни на нашата Галактика, но намиращи се на големи разстояния. Той обаче не разполага с точни методи за определяне на разстоянията до тях. *Неговите определяния на разстоянията са сгрешени повече от два пъти.*

Определянето на скоростите също е неточно. Първо защото Хъбъл е можел да наблюдава само малък брой относително близки галактики (до  $2 \text{ Mpc}$ ), а за тях скоростите на хаотичните пространствени движения са по-големи от скоростите на космологично разширение. *Това, разбира се, се отнася за гравитационно несвързани системи. В гравитационно свързани системи, каквато е Местната група галактики, космологично разширение не се реализира.* Към тази неопределеност се добавя още една. Това е скоростта на движение на наблюдателя, т.е. на нашата Слънчева система, относно всички останали галактики, или както сега по-точно се дефинира – относно реликтовия фон. *Тя зависи както от скоростта на Слънчевата система в нашата Галактика, така и скоростта на Галактиката относно реликтовия фон. Едва в последните 30 години бяха направени достатъчно добри оценки на тази скорост.* Следователно, най-общо, можем да кажем, че причината за голямата разлика в стойността на константата на Хъбъл е в големите грешки при определяне на разстоянията и скоростите на галактиките.

#### Критерии за оценяване (общо 10 т.):

*За формулиране на закона на Хъбъл (в някакъв вид) – 2 т.*

*За обяснения и получаване на стойностите на константата на Хъбъл от двете графики (формулите за червеното преместване и връзката му със скоростта не са задължителни. Достатъчно е тази връзка да бъде посочена с думи) –  $2 \times 2 \text{ т.} = 4 \text{ т.}$*

*За посочване на грешките в определяне на разстоянията, като една от причините за голямата разлика в стойността на константата на Хъбъл – 1 т.*

*За посочване на грешките в определянето на скоростта като една от причините за голямата разлика в стойността на константата на Хъбъл – 1 т.*

За коментар относно причините за грешките в определяне на скоростта (малкият брой галактики, малкото разстояние до тях, хаотичните собствени скорости на движение и недобре определената скорост на наблюдателя) – 2т.

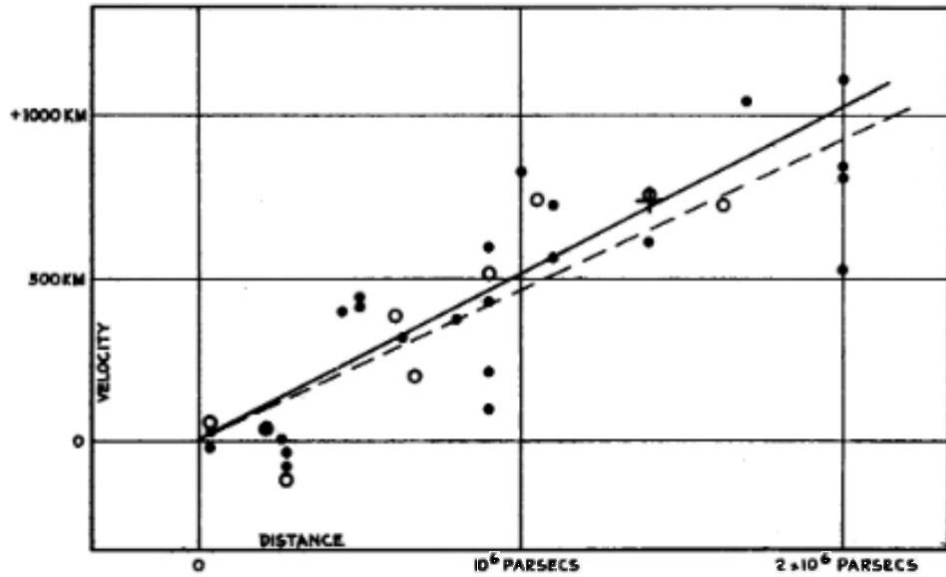


FIGURE 1  
Velocity-Distance Relation among Extra-Galactic Nebulae.

### Hubble's Law

