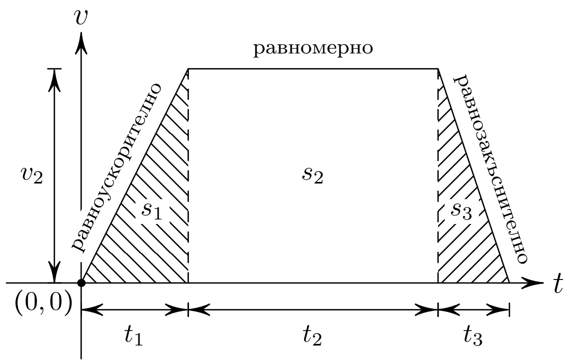
МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА
ОЛИМПИАДА ПО ФИЗИКА, ОБЛАСТЕН КРЪГ
18 февруари 2024 г.
Тема за VIII клас (втора състезателна група)
Примерни решения и указания

Решение 1.1. Движението на мотрисата може да се раздели на три части: равноускорително, равномерно и равнозакъснително. Графично те са представени на фигурата вдясно. **(3 т.)**[1] За да различаваме величините (изминат път – s, средна скорост – v, ускорение – a и време на движение – t) отнасящи се за всяка една от трите части на движението, ще използваме долни индекси, съответно $1, 2$ и 3. **(1 т.)**



Решение 1.2. Може да запишем законите за движение при ускорително движение в общ вид и да ги приложим за всяка част от движението на мотрисата:

$$s = s_0 + v_0 t \pm at^2/2, \ \textbf{(0.5 т.)} \tag{1}$$
$$v = v_0 \pm at. \ \textbf{(0.5 т.)} \tag{2}$$

Знакът „+“, пред ускорението a, отговаря на равноускорително движение, знакът „–“ отговаря на равнозакъснително движение, а ако когато движението е равномерно използваме, че $a = 0$. Във всички случай може да изберем отправната система така, че $s_0 = 0$. **(0.5 т.)**

Началната и крайната скорости на мотрисата е нула, тогава от (1) може да запишем $s_1 = a_1 t_1^2/2$, от (2) следва, че $v = a_1 t$ или при $t = t_1$, $v = a_1 t_1 = v_2$. За средната скорост в първата част получаваме $v_1 = s_1/t_1 = a_1 t_1^2/(2t_1) = a_1 t_1/2 = v_2/2$. **(1.5 т.)** Аналогично може да получим и средната скорост за третата част – $v_3 = s_3/t_3 = a_3 t_3/2 = v_2/2$. **(1 т.)** Така получаваме, че $v_1 = v_3 = v_2/2$, където v_2 е скоростта на движение във втория участък, когато $a = 0$. Сега остава да изразим тази скорост чрез известните величини от условието на задачата – $s, v_{\text{ср}}$ и $t_{\text{у}}$. Средната скорост $v_{\text{ср}}$ за цялото време на движение е:

$$\begin{aligned}
v_{\text{ср}} &= \frac{s_1 + s_2 + s_3}{t_1 + t_2 + t_3} = \frac{v_1 t_1 + v_2 t_2 + v_3 t_3}{t_1 + t_2 + t_3} = \frac{v_2 t_1/2 + v_2 t_2 + v_2 t_3/2}{s/v_{\text{ср}}} \\
&= \frac{v_2 \left(t_1/2 + t_2 + t_3/2\right)}{s/v_{\text{ср}}} = \frac{v_2 \left[\left(t_1 + t_3\right)/2 + t_2\right]}{s/v_{\text{ср}}} = \frac{v_2 \left[t_{\text{у}}/2 + \left(s/v_{\text{ср}} - t_{\text{у}}\right)\right]}{s/v_{\text{ср}}} \\
&= \frac{v_2 \left(s/v_{\text{ср}} - t_{\text{у}}/2\right)}{s/v_{\text{ср}}} \ \textbf{(0.5 т.)}, \text{ откъдето намираме } v_2 = \frac{s}{s/v_{\text{ср}} - t_{\text{у}}/2} = \frac{2sv_{\text{ср}}}{2s - v_{\text{ср}} t_{\text{у}}}. \ \textbf{(0.5 т.)}
\end{aligned}$$

Окончателно за средните скорости по време на ускорителното движение получаваме $v_1 = v_3 = v_2/2 = sv_{\text{ср}}/(2s - v_{\text{ср}} t_{\text{у}})$. **(1 т.)**

Забележка: *тази част от задачата може да се реши и като се използва фигурата по-горе, от която да се определи изминатият път като площта на трапец със основи t_2, $t_1 + t_2 + t_3$ и височина v_2. Средната скорост v може да се пресметне като получената площ се раздели на цялото време на движение – голяма основа на трапеца. За това и други алтернативни решения се дават същия брой точки* ***(6 т.)****.*

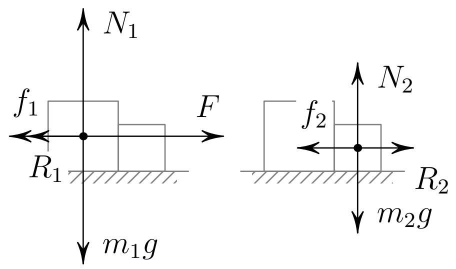
Решение 2.1. Нека означим с N силата, с която равнината действа на тяло с маса m, с R силата на взаимодействие между двете тела, а с f силата на триене действаща на съответното

[1] Точки за фигурата се дават ако графиката е трапец – **(1 т.)**, ако са означени осите – **(1 т.)** ако ясно се вижда, че ускорението при спиране е по-голямо от това при тръгване – **(1 т.)**.

тяло. Сили с долен индекс 1 ще се отнасят за тяло с маса m_1, съответно сили с долен индекс 2 ще се отнасят за тяло с маса m_2. Записваме законите на Нютон за всеки от случаите и намираме търсените ускорения:

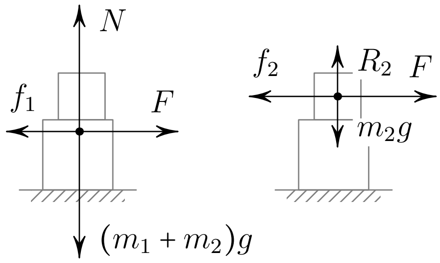
(1) случай:

- за тяло 1: $F - f_1 - R_1 = m_1 a$ **(0.5 т.)**
- за тяло 1: $N_1 = m_1 g$ **(0.5 т.)**
- за тяло 2: $R_2 - f_2 = m_2 a$ **(0.5 т.)**
- за тяло 2: $N_2 = m_2 g$ **(0.5 т.)**
- $R_1 = R_2,\ f_1 = k_1 N_1,\ f_2 = k_2 N_2$ **(1 т.)**
- $a = \dfrac{F - (k_1 m_1 - k_2 m_2)g}{m_1 + m_2}$ **(1 т.)**



(2) случай:

- по условие знаем, че телата се движат с едно и също ускорение (неподвижни са едно спрямо друго), тогава за да определим ускорението може да ги разглеждаме като едно тяло с маса $m_1 + m_1$; **(1 т.)**
- $F - f_1 = (m_1 + m_2)a$; **(0.5 т.)**
- $N = (m_1 + m_2)g,\ f_1 = k_1 N$; **(1 т.)**
- $a = \dfrac{F - k_1(m_1 + m_2)g}{m_1 + m_2}$. **(1 т.)**



Забележка: *случай (2) може да се реши и като се запишат всички сили действащи на всяко от телата поотделно. За това и други алтернативни решения се дават същия брой точки* ***(3.5 т.)****.*

Решение 2.2. За да определим минималния коефициент на триене между двете тела записваме втория закон на Нютон само за второто тяло:

- $F - f_2 = m_2 a$, където $f_2 = kR_2$; **(1 т.)**
- $R_2 = m_2 g$. **(0.5 т.)**

Изразяваме $k = \dfrac{F}{m_2 g} - \dfrac{a}{g}$ и заместваме полученото по-горе ускорение:

$$k \geq \frac{F}{m_2 g} - \frac{F}{(m_1 + m_2)g} + k_1 = \frac{m_1}{m_2}\frac{F}{(m_1 + m_2)g} + k_1 = \frac{F}{m_2 g}\frac{1}{(1 + m_2/m_1)} + k_1. \textbf{(1 т.)}$$

Решение 3.1. Ако звукът, който се чува, при падане на топчетата има равномерен ритъм, то топчетата падат през равни интервали от време – Δt. **(1 т.)** Нека първото топче пада за време t, всяко следващо ще пристига след време Δt или времето за падане на n-то топче ще е $t + (n-1)\Delta t$. **(1 т.)** Искаме да пуснем възможно най-много топчета, така че времето t за падане на първото топче трябва да е минимално, това ще е така ако го пуснем от първия етаж. **(1 т.)** Като използваме, че топчетата нямат начална скорост и падат с ускорение g може да пресметнем, че $h_1 = \Delta h = g\Delta t^2/2$, а $h_n = g(n\Delta t)^2/2 = n^2 \Delta h$. **(1 т.)** В случая $n^2 \leq 27$ или може да пуснем пет топчета **(1 т.)** от етажи – $1, 4, 9, 16$ и 25. **(1 т.)** Времето между ударите ще е $\Delta t = \sqrt{2\Delta h/g} = \sqrt{2 \cdot 3/10}$ s $= \sqrt{3/5}$ s ≈ 0.77 s. **(1 т.)**

Решение 3.2. Сега трябва да разгледаме топчета пускани през еднакъв интервал от време, нека го означим с t. Ако първото топче стига земята когато четвъртото започва да пада означава, че времето на полет на топчето е $3t$, тогава може да запишем $27\Delta h = g(3t)^2/2$. **(1 т.)** Времето на полет на второто топче ще е $2t$, а това на третото t или търсената разлика ще е $H = g(2t)^2/2 - gt^2/2 = 3gt^2/2$. **(1 т.)** Като изразим и заместим t, получаваме – $H = 3g6\Delta H/(2g) = 9\Delta h = 27$ m. **(1 т.)**