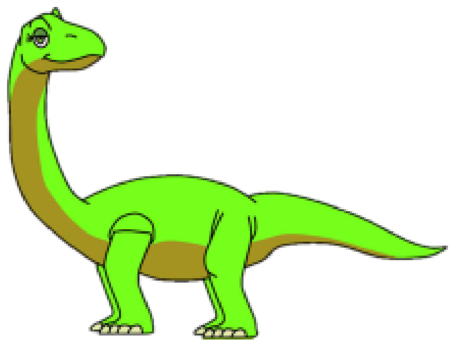
МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА
XXVII НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО АСТРОНОМИЯ

Областен кръг на олимпиадата по астрономия
25 февруари 2024 г.
Възрастова група IX-X клас

1 задача. Гигантски динозавър. С машината на времето вие се връщате 150 милиона години назад в миналото на Земята. Намирате се в обширна равна местност. До вас се приближава гигантски динозавър диплодок. (Не се плашете, този вид динозаври са тревопасни.) Динозавърът е съвсем благосклонен към вас. При изправена шия височината му достига до 15 метра.



- **А)** Както е известно, поради приливното въздействие главно на Луната, околоосното въртене на Земята се забавя. Дадена ви е таблица с данни за продължителността на слънчевото денонощие в различни епохи. Като използвате тези данни, покажете, че през последните 510 милиона години продължителността на денонощието се е изменяла с приблизително постоянен, равномерен темп. Въз основа на това определете каква е била продължителността на денонощието преди 150 милиона години.
- **Б)** Вие сте на екватора в деня на пролетното равноденствие. Излежавате се върху древните лишеи и мъхове. Определете колко време преди вие да видите първия слънчев лъч, главата на вашия гигантски приятел ще започне да се огрява от Слънцето. Екваториалният радиус на Земята е 6378 км.

Продължителност на денонощието в различни епохи

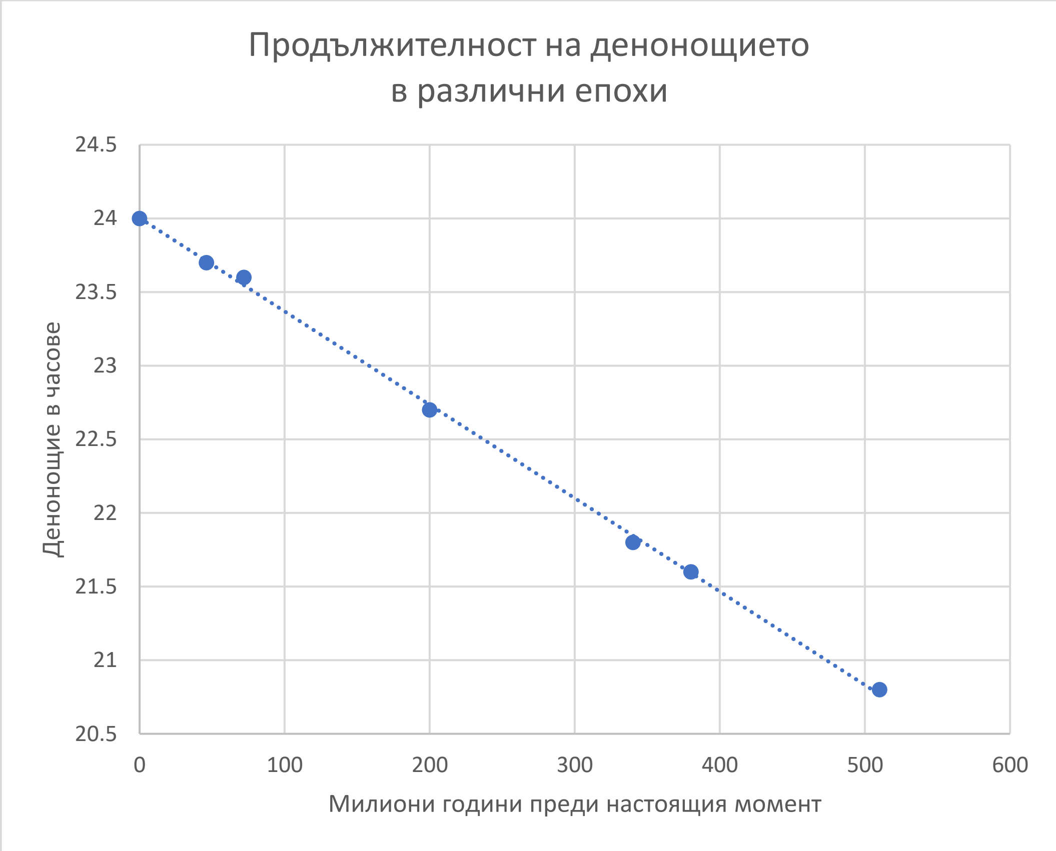
Милиони години преди настоящия момент	0	46	72	200	340	380	510
Денонощие в часове	24	23,7	23,6	22,7	21,8	21,6	20,8

Решение:

Можем по различни начини да покажем, че през последните 510 милиона години продължителността на денонощието се е изменяла с постоянен темп и да определим този темп, примерно като нарастване в часове за милион години. Можем да намерим с колко е нараснало денонощието за милион години в интервала между сегашния момент и времето преди 46 милиона години, след това – с колко е нараснало денонощието между времето преди 72 милиона години и преди 46 милиона години и т.н., а накрая да намерим средното аритметично на всички тези нараствания. В случая е добре да изключим от усредняването стойността на нарастването между времената преди 72 и 46 милиона години, защото тя значително се отклонява от останалите, най-вероятно поради неточността на данните.

Можем да намерим нарастването на денонощието между момента преди 200 милиона години и сегашния момент и нарастването преди 510 милиона години и преди 200 милиона години и да усредним двете стойности.

Възможни са и други начини. Ако имаме време, можем да построим графика от тези стойности и да извършим линейна апроксимация – да прекараме (на ръка) най-добре съответстващата права линия на нанесените точки. По получената линейна графика можем да отчетем каква трябва да е била продължителността на денонощието преди 150 милиона години.



( )

При всички тези методи на пресмятане се получава, че действително темпът на нарастване на денонощието е относително постоянен и има стойност между 0.0062 и 0.0063 части от часа за милион години. Равномерността на темпа на нарастване, която произтича от графиката, е очевидна. В крайна сметка се получава, че продължителността на денонощието преди 150 милиона години е била около 23.1 часа.

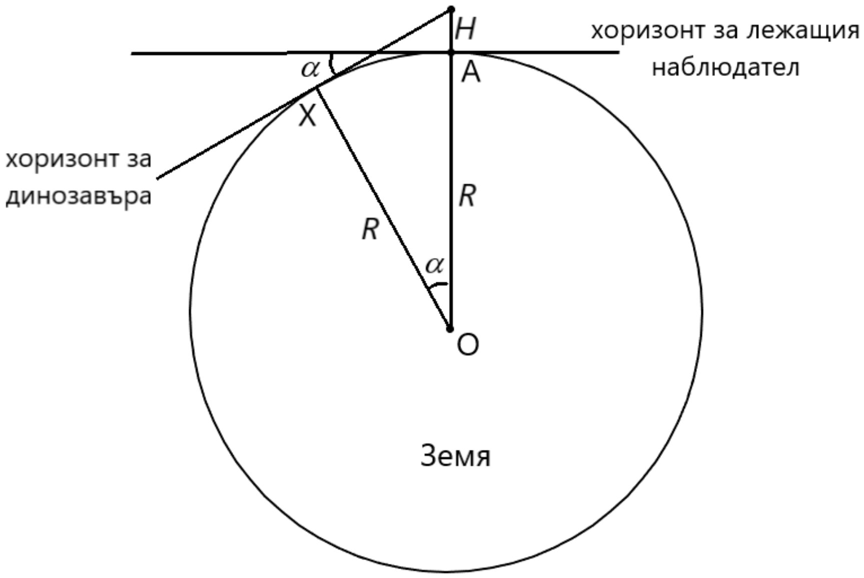
На схемата с O е означен центърът на Земята, а с A – точката, в която се намираме заедно с динозавъра. Височината на динозавъра в изправено положение е H, а R е радиусът на Земята. Както се вижда, ъгълът XOA е равен на ъгъла α, с който се понижава хоризонтът за погледа на динозавъра в сравнение с нашия хоризонт – това са ъгли с взаимно перпендикулярни рамена. Следователно можем да напишем:

$$\cos\alpha = \frac{R}{R+H}$$

$$\alpha = \arccos\left(\frac{R}{R+H}\right) \approx 0°.124$$

Сега можем да намерим колко време преди ние да видим първия слънчев лъч главата на динозавъра ще започне да се огрява от Слънцето:

$$\Delta t = \frac{\alpha}{360°} \cdot 23.1 \text{ часа} \approx 30 \text{ секунди}$$



<u>Критерии за оценяване (общо 12 т.):</u>

За обосноваване на твърдението, че темпът на нарастване е бил приблизително постоянен – 4 т.

За определяне на продължителността на денонощието преди 150 милиона години – 3 т.

За правилен начин за определяне на времето между огряването на главата на динозавъра и достигането на първия слънчев лъч до наблюдателя – 3 т.

За пресмятане на отговора – 2 т.

2 Задача. Луна и обсерватория. Снимката, с която разполагате, е направена на 25 януари 2024г. от астронома Юри Белецки, когато Луната е била във фаза пълнолуние. Снимката е била публикувана на 27 януари в страницата Astronomy Picture of the Day на NASA. Разстоянието между Земята и Луната в този момент е било 401 000 km. На фона на лунния диск се виждат куполите на телескопите Magellan от обсерваторията Лас Кампанас, разположена в чилийската пустиня Атакама.

А) Разстоянието $\boldsymbol{d}$ по права линия между най-лявата страна на левия купол и най-дясната страна на десния купол е равно на 90 m. Намерете на какво разстояние от куполите се е намирал фотографът.

На следващите два въпроса отговорете само качествено. Наклонът на лунната орбита към еклиптиката да не се отчита.

Б) Ще може ли фотографът да заснеме как пълната февруарска Луна изгрява зад телескопите Magellan, ако остане на същото място, откъдето е заснел дадения кадър?

В) Ако Вашият отговор на предния въпрос е „не“, то в каква посока ще се измести точката на изгрев на пълната Луна, спрямо куполите: наляво или надясно?

Обяснете Вашите отговори.

Справочни данни:

Радиус на Луната – 1 738 km

Решение:

А) Нека да означим търсеното разстояние с X, диаметъра на Луната с D, а разстоянието между Земята и Луната (което ще приемем, че равно на разстоянието между Луната и наблюдателя) в този момент с r.

С линийка измерваме, че дадената ни отсечка, която съответства на d=90m има размер l_1 = 40mm върху листа. Също така, измерваме, че диаметърът на Луната има размер l_2 = 62mm на даденото ни изображение.

Размерите на обектите по снимката са пропорционални на техните видими ъглови размери за наблюдателя. Видимият размер на Луната можем да изразим като:

$$\delta_{Л} = \frac{D}{r}$$

Видимият ъглов размер на обсерваторията Magellan може да се изрази така:

$$\delta_{М} = \frac{d}{X}$$

Съгласно казаното:

$$\frac{\delta_{Л}}{\delta_{М}} = \frac{l_2}{l_1}$$

От тук намираме, че:

$$\frac{l_2}{l_1} = \frac{D}{r}.\frac{X}{d}$$

Следователно:

$$X = \frac{l_2}{l_1}.\frac{d}{D}.r \approx 16 \text{ km}$$

При проверката трябва да се има предвид, че точните стойности на l_1 и l_2 могат да се различават от дадените тук, поради различните настройки на печатащото устройство.

Б) При фаза пълнолуние, Луната се намира в противоположната на Слънцето точка от небесната сфера (или много близо до тази точка). Следователно, ако пренебрегнем наклона на лунната орбита по еклиптиката, то Луната би трябвало да се намира в противоположното съзвездие на това, в което е Слънцето. Понеже снимката е направена на 25 януари, то Луната се намира в тази точка от еклиптиката, в която е Слънцето в края на месец юли. Тази точка е в съзвездието Рак. След един синодичен месец, когато Луната пак ще бъде във фаза пълнолуние, тя ще се наблюдава в следващото по посока на годишното движение на Слънцето съзвездие, а именно Лъв. Важното в случая е, че тя ще има по-ниска деклинация, отколкото по време на януарското пълнолуние. Положението на точката от която едно небесно светило изгрява зависи само от положението на това светило спрямо небесния екватор, т.е. то неговата деклинация. Следователно, ако наблюдателят се намира на същото място, от което е заснел дадения кадър, то той няма да наблюдава изгрева на следващото пълнолуние от същото място по хоризонта, т.е. няма да може да заснеме същия кадър и през следващия месец.

В) Наблюдавайки изгрев (независимо на кое небесно тяло) наблюдателят би следвало да е обърнат приблизително в източна посока. Това означава, че посоката юг за него е надясно. И тъй като по време на пълнолунието през февруари, Луната ще има по-ниска деклинация отколкото през януари, то точката на нейният изгрев ще бъде отместена надясно, спрямо положението, в което Луната е заснета на кадъра.

Критерии за оценяване (общо – 12т):

А) – 6т

- *За измервания от изображението – 1т.*

- *За правилна математическа постановка и верен краен израз – 4т.*

- *За верен числен отговор – 1т.*

Б) – 4т

- *За правилно съображения относно съзвездието, в което се намира Луната на 25 януари – 2т.*

- *За правилни съображения за това, че по време на следващото пълнолуние Луната ще има по-ниска деклинацията – 2т*

- *За правилен, че точката на изгрев няма да е същата – 2т.*

В) – 2т.

- *За правилни разсъждения относно това как по-ниската деклинация променя положението на точката на изгрев и правилен извод – 2т.*

3 задача. Полярна орбита. Спътник се движи около Земята по полярна орбита и в даден момент прелита през зенита за наблюдател в точка А.

А) Следващото по ред прелитане на спътника през зенита за точка А става след като той е направил 16 обиколки около Земята. Определете орбиталния период на спътника и височината на неговата орбита над земната повърхност.

Б) След като спътникът премине през зенита за наблюдател в точка А първия път, на какъв ъгъл ще се е завъртяла Земята до следващото преминаване на спътника над същия паралел, на който лежи точка А? Географската ширина на точка А е 60° N.

Справочни данни:
Гравитационна константа $G = 6{,}67.10^{-11}$ m³/kg.s²
Маса на Земята 6.10^{24} kg
Радиус на Земята 6370 km

Решение: Когато спътник се движи в орбита около Земята, той запазва равнината на своята орбита независимо от това как се върти Земята около своята ос и как се движи около Слънцето по своята орбита. Равнината на полярната орбита е перпендикулярна на равнината на екватора, при което спътникът прелита над полюсите на планетата. Щом след 16 обиколки спътникът отново прелита над точка А, то следователно след 16 обиколки Земята е извършила точно един оборот около оста си. Един оборот на Земята е равен точно на едно звездно денонощие. Продължителността на едно звездно денонощие T_{sid} можем да получим от броя на слънчевите денонощия в една година $T = 365^{d}.25$, и от броя на часовете в едно слънчево денонощие T_{sol} :

$$\frac{1}{T_{sid}} - \frac{1}{T_{sol}} = \frac{1}{T} = \frac{1}{365^{d}.25}$$

Нека изразим всички величини в часове. Получаваме:

$$T_{sid} = \frac{T \cdot T_{sol}}{T + T_{sol}} = \frac{8766^{h} \cdot 24^{h}}{8790^{h}} = 23.93447^{h} = 23^{h}56^{m}04^{s}.1$$

Продължителността T_{sat} на една обиколка на спътника около Земята е равна на една шестнайсета част от звездното денонощие:

$$T_{sat} = \frac{1}{16} \cdot T_{sid} = 1.4959045 = 1^{h}29^{m}45^{s}.26$$

В действителност съществуват огромен брой формални решения за орбити, отговарящи на поставеното условие. Те са кратни на полученото решение и са от вида

$$T_{sat} = \frac{N}{16} \cdot T_{sid}$$

където N е нечетно цяло положително число. При това броят на завъртанията на Земята около своята ос е по-голям от единица. Количеството на орбитите е ограничено поради увеличаването на радиусите на орбитите с нарастване на N, при което спътникът е все по-далеч от Земята и на определено разстояние престава да се движи около нея, а се превръща в спътник на Слънцето. (Тук влиянието на Луната не се разглежда).

Щом се търси височината на орбитата, то се предполага, че орбитата е кръгова. За да определим височината на орбитата ще използваме третия закон на Кеплер:

$$\frac{a^3}{T_{sat}^2} = \frac{GM}{4\pi^2}$$

Където a е радиусът на орбитата на спътника, G е гравитационната константа, а M е масата на Земята. След преобразования получаваме:

$$a = \left(\frac{GM}{4\pi^2} \cdot T^2\right)^{\frac{1}{3}} = 6649311.75\ m \approx 6649.312\ km$$

Височината h на орбитата е:

$$h = a - R = 279.312\ km \approx 280\ km$$

Където R е радиусът на Земята.

Ако спътникът се движи на север, при прелитането си над точка А, то той ще измине 30° от своята орбита, гледано от центъра на Земята, докато достигне точката над Северния полюс, след което – още 30° до пресичането на същия паралел на 60° северна ширина. Тогава той ще е изминал 60° от 360° на своята орбита, т.е. 1/6 от орбитата си. Времето за което това ще се случи е равно на 1/6 от периода на спътника и следователно на 1/96 от звездното денонощие в продължение на което Земята се завърта на 360°. Ъгълът α_1 на който ще се завърти Земята за това време е:

$$\alpha_1 = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{16} \cdot 360° = \frac{1}{96} \cdot 360° = 3°.75$$

Ако спътникът се движи на юг, то той първо ще прелети над екватора, после над Южния полюс, после отново над екватора, след което ще достигне 60° северен паралел. Това са 5/6 от орбитата на спътника и времето за което той ще измине такава част от орбитата си, ще бъде 5/6 от периода на спътника и следователно 5/96 от звездното денонощие. Ъгълът α_2 на който ще се завърти Земята за това време е:

$$\alpha_2 = \frac{5}{6} \cdot \frac{1}{16} \cdot 360° = \frac{5}{96} \cdot 360° = 18°.75$$

Критерии за оценяване (общо 12 т.):

За съобразяване, че спътникът запазва равнината на орбитата си, независимо от въртенето на Земята – 2т.

За правилни разсъждения и пресмятане на звездното денонощие – 2т.

За правилни разсъждения и пресмятане на периода на спътника – 1т.

За правилно прилагане на Закона на Кеплер или формулата за Първа космическа скорост – 2т.

За правилно пресмятане на радиуса на орбитата на спътника – 1т.

За правилно пресмятане на височината на орбитата – 1т.

За правилно определяне на ъгъла на който ще се завърти Земята 2×1.5т – 3т.

4 задача. Ross 248. Звездата Ross 248 е червено джудже от спектрален клас М6 с маса 0,145 слънчеви маси, радиус 0,19 слънчеви радиуса, температура на повърхността 2930 K, видима звездна величина $12^m,3$ и се намира на разстояние 10,3 светлинни години от нас. Ross 248 се приближава към нас и ще бъде максимално близо след 36 000 години, като ще прелети на разстояние 3,0 светлинни години от Слънцето. Приемете, че за това време Ross 248 ще се движи по права линия спрямо Слънцето.

А) Пресметнете средната плътност на Ross 248 като знаете, че средната плътност на Слънцето е 1,4 g/cm^3.

Б) Колко пъти по-ярък ще бъде видимият блясък на звездата Ross 248 след 36 000 години, в сравнение със нейния сегашен видим блясък? Ще може ли тогава звездата да се наблюдава с невъоръжено око?

В) С каква скорост се движи Ross 248 спрямо Слънцето? А с каква скорост се приближава към Слънцето (абсолютна стойност на лъчевата скорост)?

Скоростта на светлината е 3.10^8 m/s.

Решение:

А) Средната плътност на звезда с радиус R и маса M е

$$\rho = \frac{M}{V} = \frac{3M}{4\pi R^3}$$

Сравняваме със Слънцето, разделяме почленно и получаваме

$$\frac{\rho}{\rho_\odot} = \frac{M/M_\odot}{\left(R/R_\odot\right)^3} = \frac{0{,}145}{0{,}19^3}$$

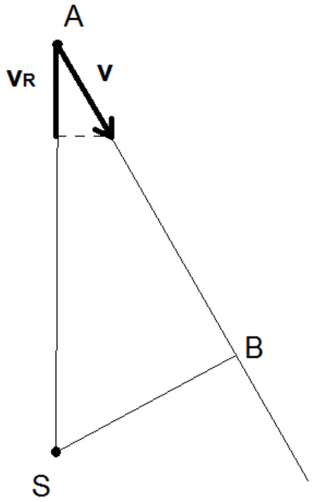
Получаваме ρ = 29,6 g/cm^3. **(4т.)**

Б) Възприеманата яркост зависи от лъчистия поток Φ. Зависимостта на потока от разстоянието до източника е

$$\Phi \propto 1/r^2$$

Сравнявайки звездата на разстояние 3, 0 ly със същата звезда на разстояние 10,3 ly, отношението на потоците ще бъде $(10{,}3/3{,}0)^2 = 11{,}8$.

Една звездна величина по-малко съответства на около 2,512 пъти по-голям поток. Тъй като $11{,}8 < 2{,}512^3$, звездата няма да е станала повече от 3 звездни величини по-ярка, когато е най-близо, т.е. звездната ѝ величина ще бъде над 9,3. Тя няма да се вижда с просто око, тъй като видимите с просто око звезди са по-ярки от звездна величина 6,0. **(4т.)**



В) На чертежа е показано преместването на Ross 248 от настоящия момент (в т. A) до достигане на минималното разстояние до Слънцето S в т. B. Изминатия път пресмятаме по Питагорова теорема:

$$l = AB = \sqrt{SA^2 - SB^2} = 9{,}85 \text{ ly}$$

Този път звездата ще измине в хелиоцентрична отправна система за време t = 36 000 yr, следователно скоростта спрямо Слънцето е $v = l/t$ = 82,1 km/s.

Тъй като триъгълникът от скоростите на чертежа е подобен на триъгълник SAB, можем да напишем отношението

$$\frac{|v_R|}{v} = \frac{AB}{SA}$$

Пресмятаме и получаваме, че скоростта на приближаване на звездата е 78,5 km/s (т.е. лъчевата скорост е v_R = –78,5 km/s). **(4т.)**

5 задача. Малко куче. Двете най-ярки звезди в съзвездието Малко куче (Canis Minor) са Процион (α = 07h 39m 18s, δ = +05° 13′ 30″, звездна величина $0^m{,}3$) и Гомейза (α = 07h 27m 09s, δ = +08° 17′ 21″, звездна величина $2^m{,}9$). За наблюдател в точка X по земната повърхност Процион кулминира (достига максимална височина над хоризонта) на 10 януари в 06:15 UT (Универсално време), точно в зенита (на височина 90°).

А) Намерете разстоянието от точка X до екватора, измервано в километри по земната повърхност.

Б) Каква е максималната височина над хоризонта, до която може да се издигне завездата Гомейза, за наблюдател в точка X?

В) В колко часа по UT Гомейза е в горна кулминация на 1 януари за точка X?

Г) Каква приблизително е географската дължина на точка X?

Приемете, че Земята е сфера с радиус 6370 km.

Решение:

А) Процион на деклинация +05° 13′ 30″ кулминира в зенита за точка X. Деклинацията на зенита е равна на географската ширина, следователно географската ширина на точка X е +05° 13′ 30″ = 5.225°N. Разстоянието до екватора пресмятаме с отношения на дъги:

$$\frac{s}{2\pi R} = \frac{5{,}225°}{360°}$$

Получаваме приблизително 581 km до екватора. **(3т.)**

Б) Разликата на деклинациите на двете звезди е 08° 17′ 21″ – 05° 13′ 30″ = 03° 04′ приблизително. Тъй като деклинацията на зенита за X винаги е 05° 13′ 30″, гореполученото е отстоянието на Гомейза от зенита в горна кулминация. Максималната височина на Гомейза е 90 – 03° 04′ = 86° 56′. **(3т.)**

В) Ректасцензията на Гомейза е около 8m по-малка от тази на Процион, т.е. Гомейза кулминира около 8 минути по-рано, или в 06:07 UT на 10 януари. Звездите кулминират около 4 минути по-рано всеки ден, т.е. на нова година (9 дни по-рано) Гомейза е кулминирала 36 минути по-късно спрямо 10 януари, около 06:43 UT. **(3т.)**

Г) При зимното слънцестоене на 21 декември ректасцензията на Слънцето е 18h и в полунощ (00:00 UT) на Гриничкия меридиан звездното време е 6h (тъй като Слънцето тогава е в долна кулминация там). На 10 януари (20 дни по-късно) Слънцето е увеличило ректасцензията си приблизително с 20° = 1h 20m и звездното време в 00:00 UT на Гринуич е 6h + 1h 20m = 7h 20m. В 06:15 UT на 10 януари звездното време се е увеличило с 6h 16m и на Гринуич вече е 7h 20m + 6h 16m = 13h 36m. В този момент звездното време в град X е 07h 39m, тъй като звездното време е равно на ректасцензията на звездите в горна кулминация в момента (в случая, Процион). Това е с 5h 57m по-малко от звездното време на Гринуич, което се равнява на разликата в географските дължини. Географската дължина на X е –5h 57m = 89°W (запад). **(3т.)**