

Национално пролетно състезание по физика, гр. Кърджали

Решения на задачите за 11 клас (Пета възрастова група)

Зад. 1.

**Част 1.** Скоростта на вагона няма да се промени, т.е. вагонът ще има скорост  $v$ . Причината е, че тухлата след като изпадне от дупката също има скорост като на вагона  $v$ .

$$Mv = (M - m) \cdot u + mv \Rightarrow u = v \quad (0,5 \text{ т})$$

**Част 2.**

**А)** топчето ще има скорост  $v_1 = 0$ . (0,5 т)

**Б)** След удара вагонът ще има скорост  $V$ , а платформата  $u$ . Прилагаме закон за запазване на импулса и на енергията:

$$mv = mV + Mu \quad (1 \text{ т})$$

$$\frac{mv^2}{2} = \frac{mV^2}{2} + \frac{Mu^2}{2} \quad (1 \text{ т})$$

След съвместно решение на двете уравнения се получава:

$$u = \frac{2m}{m+M} v = \frac{2}{3} v \quad (1 \text{ т})$$

**В)** При тази скорост  $v$ , малкото топче трябва да се изкачи до ръба на вдлъбнатината на височина  $h$ , но в този момент скоростта на топчето ще е равно на скоростта на платформата. (1 т)

Отново прилагаме закон за запазване на импулса и на енергията, но след като топчето се е изкачило на височина  $h$ :

$$Mu = (M + m_1)u_1 \quad (1 \text{ т})$$

$$\frac{mu^2}{2} = \frac{(M+m)u_1^2}{2} + m_1gh \quad (1 \text{ т})$$

Намираме  $u$ :

$$u = \sqrt{\frac{M+m_1}{M} \cdot 2gh} \quad (1 \text{ т})$$

Намираме и търсеният отговор:

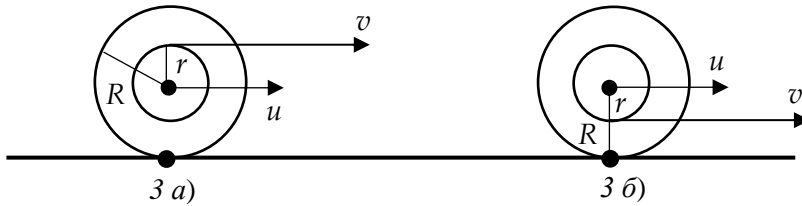
$$v = \frac{M+m}{2m} \cdot \sqrt{\frac{2(M+m_1)}{M} gh} \approx 0,49 \text{ m/s} \quad (1 \text{ т})$$

**Част 3.** Поради триенето на флуида в тръбата част от потенциалната енергия (още по-точно – половината) е преминала във вътрешна. (1 т)

**Зад. 2.**

**Част 1**

**А)**



За случая 3 а:

Разглеждаме въртене спрямо точката на допир между макарата и опората. От равенство на ъгловата скорост, следва че:

$$u = \frac{Rv}{R+r} \quad (1 \text{ т})$$

За случая 3 б аналогично:

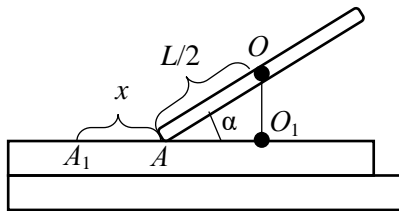
$$u = \frac{Rv}{R-r} \quad (1 \text{ т})$$

И за двата случая макарата ще се движи по посока на скоростта  $v$ . **(0,5 т)**

**Б)** За случая 3а, понеже  $u < v$  конца се размотава от макарата **(0,5 т)**

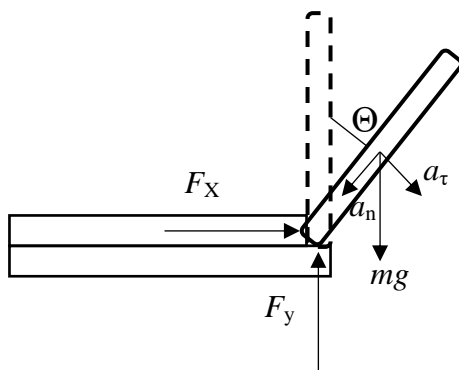
За случая 3б, понеже  $u > v$  конецът се намотава на макарата **(0,5 т)**

**Част 2.**



**А)** В момента след скъсването на нишката на пръчката действат само две сили – силата на тежестта и на реакция на опората. Тези две сили са вертикални и не могат да предизвикат изменение в импулса на пръчката в хоризонтална посока. Това означава, че центъра на масата на пръчката ще се движи само по вертикалата. Център на масата т.О ще се движи по отсечката  $OO_1$ . От чертежа следва, че долния край ще се отмести на разстояние **(0,5 т)**:

$$x = A_1O_1 - AO_1 = \frac{L}{2}(1 - \cos\alpha) = L\sin^2\frac{\alpha}{2} \quad (0,5 \text{ т})$$



**Б)** При падането на пръчката, т.е. при завъртането си потенциалната енергия  $mgL(1 - \cos\Theta)/2$  преминава в кинетична енергия на движение. Инерционния момент на пръчката около ос на въртене, минаваща през нейният край, е  $I = mL^2/3$  **(0,5 т)**:

$$\omega^2 = \frac{3g(1-\cos\theta)}{L} \quad (0,5 \text{ т})$$

Лесно намираме  $a_n$ :

$$a_n = \frac{\omega^2 L}{2} = \frac{3g(1-\cos\theta)}{2} \quad (0,5 \text{ т})$$

Тангенциалното ускорение  $a_\tau$  се намира чрез момента на въртене на силата на тежестта  $mg(L/2)\sin\theta$ : (0,5 т)

$$a_\tau = \frac{3g\sin\theta}{4} \quad (0,5 \text{ т})$$

**В)** Големината на хоризонталната сила е:

$$F_x = m(a_\tau \cos\theta - a_n \sin\theta) \quad (0,5 \text{ т})$$

$$mg - F_y = m(a_n \cos\theta + a_\tau \sin\theta) \quad (0,5 \text{ т})$$

След като използваме изразите за намерените ускорения:

$$F_x = 3mg \frac{3\cos\theta - 2}{4} \cdot \sin\theta \quad (0,5 \text{ т})$$

$$F_y = mg \frac{(3\cos\theta - 1)^2}{4} \quad (0,5 \text{ т})$$

Хоризонталната сила става равна на нула преди вертикалната. Следователно е достатъчно да изследваме само  $F_x$ .

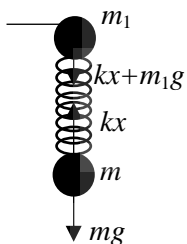
$$F_x = 3mg \frac{3\cos\theta - 2}{4} \cdot \sin\theta = 0 \quad (0,5 \text{ т})$$

Граничният ъгъл, при който ще се откъсне пръчката от чина е:

$$\cos\theta = \frac{2}{3} \text{ или } \theta = 48^\circ \quad (0,5 \text{ т})$$

### Зад. 3.

#### Част 1.



А) На долното топче  $m$  му действа сила на тежестта  $mg$ , която се уравнива от силата на еластичност  $kx$  ( $mg = kx$ ) На горното топче му действа сила на тежестта  $m_1g + kx$ . (1 т)

Следователно в момента на пускане ускоренията са:

$$a = 0 \quad (1 \text{ т})$$

$$m_1 a_1 = m_1 g + kx = 2mg + mg = 3mg$$

$$a_1 = 3g/2 \quad (1 \text{ т})$$

#### Част 2.

А) Търсените разстояния  $x$  и  $y$  спрямо т.О са:

$$x = \frac{m_1}{m_1 + m_2} \cdot l \quad (1 \text{ т})$$

$$y = \frac{m_2}{m_1 + m_2} \cdot l \quad (1 \text{ т})$$

На системата действат само вътрешни сили. Следователно центъра на масите т.О, в контекста на задачата, е неподвижен. (1 т)

Б) След като т.О е неподвижна, следва че можем да разглеждаме трептенията на двете теглилки като всяка свързана към пружина съответно с дължина  $x$  и  $y$  и коефициенти на еластичност  $k_1$  и  $k_2$ .

$$\frac{k_1}{k} = \frac{l}{x} \quad (0,5 \text{ т})$$

$$\frac{k_2}{k} = \frac{l}{y} \quad (0,5 \text{ т})$$

Следователно:

$$k_1 = k \cdot \frac{m_1 + m_2}{m_2} \quad (0,5 \text{ т})$$

$$k_2 = k \cdot \frac{m_1 + m_2}{m_1} \quad (0,5 \text{ т})$$

Периодите на трептене на двете теглилки са равни на:

$$T_1 = T_2 = 2\pi \sqrt{\frac{m_1}{k_1}} = 2\pi \sqrt{\frac{m_2}{k_2}} \quad (\mathbf{1 \tau})$$

$$T_1 = T_2 = 2\pi \sqrt{\frac{m_1 m_2}{(m_1 + m_2)k}} \quad (\mathbf{1 \tau})$$