

Решения на задачите от есенното национално състезание по физика

17-19. ноември. 2023, гр. Копривщица

Трета възрастова група (IX клас)

Задача 1. Сняг, лед и очила. Част 1.

А) Капката ще достигне лещата:

$$h_0 = \frac{gt_1^2}{2} \quad (0,5 \text{ т})$$

$$t_1 = \sqrt{\frac{2h_0}{g}} \approx 0,45 \text{ s} \quad (0,5 \text{ т})$$

Б) Факта, че изобщо се получава образ върху земната повърхност (дори да е недобре фокусиран) означава, че лещата е събирателна (изпъкнала). С разсейвателните (вдлъбнатите) лещи никога не може да се получи действителен образ. (0,5 т)

В) Образът на капката върху земната повърхност ще престане да се вижда, когато капката се намира между фокуса и лещата (0,5 т), т.е. от момента на падане на капката до момента на „изчезване“ на образа тя ще е изминала път $h_0 - f$ равноускорително за време $t_1 - t$:

$$h_0 - f = \frac{g(t_1 - t)^2}{2} \quad (1 \text{ т})$$

$$f = h_0 - \frac{g(t_1 - t)^2}{2} \approx 0,49 \text{ m} \approx 0,5 \text{ m} \quad (1 \text{ т})$$

Част 2. А) Скоростта на нарастване на висулката е:

$$v_1 = \frac{h}{t_2} = 1,2 \text{ m/h} = 2 \text{ cm/min.} \quad (1 \text{ т})$$

Б) Разглеждаме време за един цикъл, равен на падането на 9 капки. Една капка замръзва на висулката, останалите 8 падат, но само 4 замръзват. Радиусът на цилиндъра е 3 пъти по-голям от този на висулката. След като отчетем, че обема на цилиндър зависи от r^2 (1 т).

$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{4}{9} \quad (1 \text{ т})$$

В) Скоростта, с която се приближават висулката и цилиндъра е:

$$v = v_1 + v_2 = \frac{13}{9} v_1 \quad (1 \text{ т})$$

Г) $T_x = \frac{H}{v} \quad (1 \text{ т})$

$$T_x = \frac{9Ht_2}{13h} = \frac{6}{13} \text{ h} = 27,7 \text{ min} \quad (1 \text{ т})$$

Задача 2. Локомотив + вагони = влакова композиция Част 1.

А) При спиране действа сила на триене f :

$$(1) \quad f = M.a \quad (0,5 \text{ т})$$

където M е масата на цялата композиция ($M = (n + 1).m$)

от друга страна:

$$(2) f = kMg, \quad (0,5 \text{ т})$$

След приравняване на уравнения (1) и (2) намираме търсеният коефициент k :

$$k = \frac{a}{g} \quad (1 \text{ т})$$

От друга страна: $S = \frac{v^2}{2a}$ следва, че $a = \frac{v^2}{2S}$ и окончателно:

$$k = \frac{v^2}{2gS} = 0,2 \quad (1 \text{ т})$$

Б) Когато на един от вагоните не сработи спирачката, силата на триене е f_1 . Силата на триене, действаща върху локомотива и влаковата композиция без един вагон е равна на:

$$f_1 = knmg \quad (1 \text{ т})$$

Ускорението ще бъде a_1 :

$$a_1 = \frac{f_1}{M} = \frac{n}{n+1} kg \quad (1 \text{ т})$$

Спирачния път S_1 тогава ще бъде:

$$S_1 = \frac{v^2}{2a_1} = \frac{n+1}{n} \frac{v^2}{2kg} \text{ или } S_1 = \left(1 + \frac{1}{n}\right) S \quad (1 \text{ т})$$

$$S_1 = 110 \text{ m} \quad (0,5 \text{ т})$$

В) Ускорението на влака лесно се съобразява от закона $S = \frac{at^2}{2}$. (0,5 т) След сравняване на закона с дадения израз в условието, следва че:

$$\frac{a}{2} = 0,5 \quad (0,5 \text{ т})$$

$$a = 1 \text{ m/s}^2 \quad (0,5 \text{ т})$$

Г) Теглителната сила е само от страна на локомотива и тя е равна на силата на триене между колелата и релсите. В този случай силата на триене се явява дърпаща и е по посока на движението. Теглителната сила е равна на k_2mg . (0,5 т)

От друга страна силата на триене на вагоните е насочена в посока обратна на движението и е равна на k_1nmg . (0,5 т) Прилагаме втори закон на Нютон:

$$k_2mg - k_1nmg = (n + 1).ma \quad (0,5 \text{ т})$$

$$k_2 = k_1n + (n + 1) \frac{a}{g}$$

$$k_2 = 1,6 \quad (0,5 \text{ т})$$

Задача 3. Време за удар и сила на удар

Част 1. Прилагаме втори закон на Нютон

$$F = ma \Rightarrow F = m \frac{\Delta v}{\Delta t} \quad (1 \text{ т})$$

$$F = \frac{mv}{t_0} \quad (1 \text{ т})$$

Част 2.

А) $P_0 = Nmg = 10 \text{ mN}$ (1 т)

Б) Свободно падане без начална скорост

$$t = \sqrt{\frac{2h}{g}} = 0,1 \text{ s}; (1 \text{ т}) \quad v = \sqrt{2gh} = 1 \text{ m/s} (1 \text{ т})$$

В) Докато пада песъчинката за време t показанията на везната ще бъдат

$$P_1 = (N - 1)mg = 9,99 \text{ mN} \quad (\text{за време } t)$$

В момента на удара показанията на везната от момента t до t_0 ще бъдат, т.е. за време t_0 :

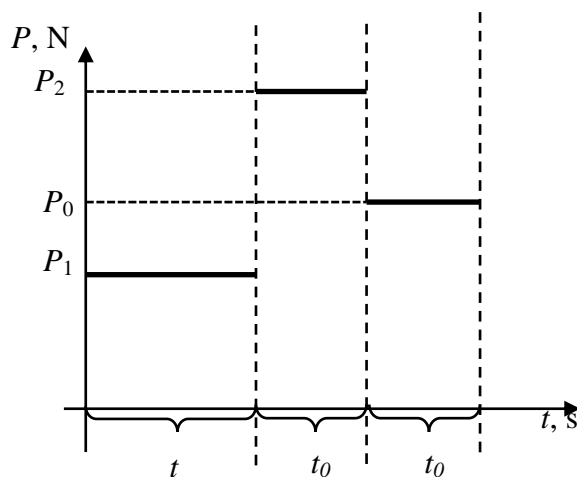
$$P_2 = (N - 1)mg + \Delta P$$

Където ΔP е „допълнителното“ тегло, заради удара на песъчинката в дъното

$$P_2 = (N - 1)mg + \frac{mv}{t_0} = 10,19 \text{ mN} \quad (\text{за време } t_0)$$

Но отчитането на P_2 ще бъде в продължение само на време t_0 и после везната ще покаже отново стойност P_0 .

Изчисленията са пояснителни, оценява се само графиката. (2 т)



Г) За време докато падне първата песъчинка до дъното ще са изминали

$n = t/t_1 = 20$ интервала, т.е. ще са се откъснали 19 песъчинки. Падането на песъчинките ще предизвика промяна в показанието на везната до момента t по следния начин:

Когато се откъсне първата песъчинка везната ще отчита тегло:

От момента 0 до t_1 : $P = (N - 1)mg$ (една песъчинка е във въздуха)

От момента t_1 до $2t_1$: $P = (N - 2)mg$ (две песъчинки са във въздуха)

От момента $2t_1$ до $3t_1$: $P = (N - 3)mg$ (три песъчинки са във въздуха)

От момента $3t_1$ до $4t_1$: $P = (N - 4)mg$ (четири песъчинки са във въздуха)

... и т.н. до момента t , когато във въздуха се намират 19 песъчинки – 18 са във въздуха, а 19-тата започва да навлиза в желето (и в същия момент се отделя 20-тата).

След момента t :

Ако песъчинките падат през интервал от време t_1 , то това означава, че в момента, когато първата се удари в дъното, ще има още 19 падащи песъчинки. Тъй като времето на отделяне на две последователни песъчинки t_1 е равно на времето за пълно спиране на една песъчинка t_0 , то когато приключи времето на удара за първата песъчинка, втората ще е започнала да взаимодейства с дъното, т.е. винаги само една песъчинка ще спира в дъното. Тогава показанията на везната ще бъдат постоянни на P_3 . Винаги ще има падащи 19 песъчинки във въздуха и 20-тата ще взаимодейства с дъното.

Тогава показанията на везната след време t ще бъдат:

$$P_3 = (N - 19)mg + \Delta P$$

$$P_3 = 10,01 \text{ mN}$$

Изчисленията са пояснителни, оценява се само графиката. (2 т)

Графиката в този случай би изглеждала:

