МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА

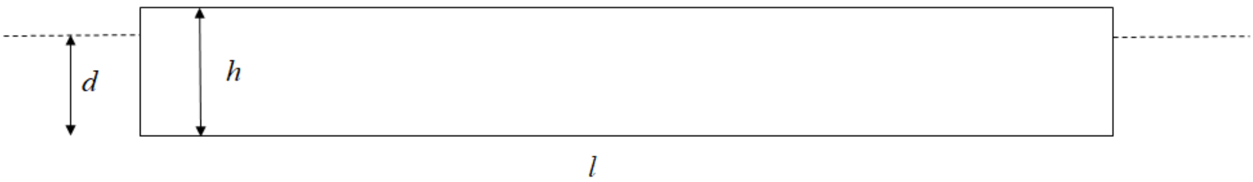
НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО ФИЗИКА

22 април 2023 г., София

Тема за пета състезателна група (11.–12. клас)

Задача 1. Падъл

Момче с маса m седи по средата на падъл (плаваща дъска) с дебелина h, дължина l и широчина w (в направление, перпендикулярно на чертежа). Момчето държи тежка медицинска топка с маса m_1. Плътността на дъската (падъла) е ρ_0, а плътността на водата е ρ. Във всички части от задачата приемете, че: 1) дъската е достатъбно дебела и горната ѝ повърхност винаги остава над водата; 2) силата на съпротивление, с която водата действа на падъла, се пренебрегва.



а) Като направите баланс на силите отделно върху системата „момче-топка" и отделно върху дъската, намерете дълбочината d, на която потъва дъската. **[4 т]**

б) Момчето хвърля топката към предния край на дъската от нулева височина спрямо горната ѝ повърхност. Векторът $\vec{v}_1$ на началната скорост на топката спрямо брега сключва ъгъл ъгъл θ с хоризонта. При каква максимална големина $v_{1\max}$ на началната скорост топката ще падне върху дъската, а не – извън нея? Намерете хоризонталната компонента на скоростта на системата „дъска-момче", след като топката е хвърлена с тази максимална скорост. **[4 т]**

в) Нека момчето хвърля топката с произволна скорост v_1 под ъгъл θ спрямо хоризонта. Докажете, че след хвърлянето системата „дъска-момче" ще извършва трептене във вертикално направление. Намерете периода на това трептене. **[3 т]**

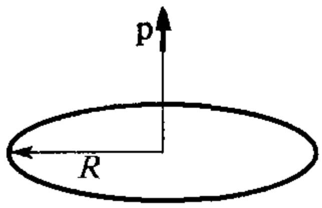
г) Нека означим с $\vec{v}_{12}$ вектора на началната скорост на топката спрямо отправната система „дъска-момче", а с $\vec{v}_2$ – скоростта на тази системата спрямо брега. Ако пренебрегнете малкото трептене на дъската във вертикално направление, направете чертеж, на който са начертани скоростта $\vec{v}_1$ на топката спрямо брега и дефинираните по-горе скорости $\vec{v}_2$ и $\vec{v}_{12}$. Каква е връзката между тези три вектора? **[1 т]**

д) Покажете, че ъгълът θ_1 между вектора $\vec{v}_{12}$ и хоризонта, е по-малък от θ. Ако приемете, че масата на системата „дъска-момче" е много по-голяма от масата на топката, намерете ъгъла $\Delta\theta = \theta - \theta_1$, като използвате приблизителните равенства

$\text{tg}x \approx x$ и $(1+x)^{\alpha} \approx 1+\alpha x$, валидни при $|x| \ll 1$ и за произволна степен α. Изразете отговора посредством θ и дадените в условието параметри. **[3 т]**

Задача 2. Трептене на точков електричен дипол

Електричен заряд $Q = 1\,\mu\text{C}$ е разпределен равномерно по тънък метален пръстен с радиус $R = 1\,\text{cm}$. Точков електричен дипол с маса $m = 1\,\text{g}$ и диполен момент $\vec{p} = q\vec{\delta}$, $|\vec{p}| = 10^{-12}$ C.m, насочен по оста на пръстена, се движи по тази ос, без да променя ориентацията си (вж. фигурата). Влиянието на силата на тежестта е пренебрежимо.



а) Получете израз за потенциалната енергия *U* на дипола като функция на разстоянието *z* между дипола и центъра на пръстена. **[4 т]**

б) Начертайте качествено графиката на функцията *U*(*z*). **[5 т]**

в) При какви начални условия (начално положение и начална скорост) диполът ще извършва движение с характер на трептене? **[2 т]**

г) Определете периода на хармоничното трептене на дипола. **[4 т]**

Упътване. Като модел на точков дипол можем да разглеждаме неутрална система от два точкови заряда , които се намират на разстояние $\delta << R$. Векторът $\vec{\delta}$ е насочен от отрицателния към положителния точков заряд. Константата в закона на Кулон е:

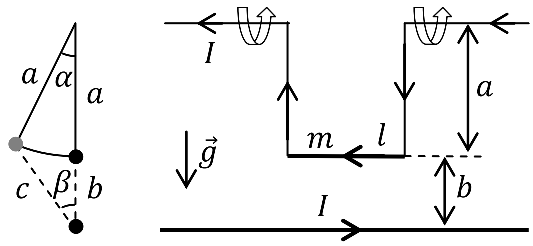
$$k = 1/(4\pi\varepsilon_0) = 9.10^9\ \text{N.m}^2/\text{C}^2 .$$

При определен начин на решаване на задачата може да се окаже полезна приближената формула:

$$(1+x)^{\alpha} \approx 1+\alpha x+\frac{\alpha(\alpha-1)}{2}x^2, \quad |x| \ll 1 .$$

Ако при анализ на даден сложен израз членът, пропорционален на *x*, е различен от нула, можем да не отчитаме квадратичния член. Когато линейният член е равен на нула, съществен се оказва членът, пропорционален на x^2.

Задача 3. Магнитно махало



На разстояние b над неподвижен дълъг праволинеен проводник се намира подвижен проводник с дължина l и маса m, който е закачен на две вертикални проводящи пръчки с дължина a и пренебрежима маса. Цялата рамка може да се върти (люлее като махало) около проводяща хоризонтална ос, минаваща през горните краища на двете вертикални пръчки. Неподвижният проводник и рамката над него са свързани последователно към източник на напрежение (не е показан на фигурата) така, че по тях тече еднакъв по големина ток I в противоположна посока, както е показано на фигурата (вдясно – поглед отпред; вляво – поглед отстрани). Големината на тока може да се регулира плавно.

Земното ускорение е g. В решението използвайте само означенията за величини, разстояния и ъгли, дадени на фигурата и по-долу в текста. Ефектите, свързани с електромагнитна индукция, се пренебрегват.

а) При каква големина I_1 на тока подвижният проводник ще бъде в безтегловност (силата на опън на вертикалните проводници ще бъде нула)? **[2 т]**

б) Получете формула за кръговата честота ω_0 на малките трептения* на подвижния проводник около най-ниското му положение, когато по него тече ток I. **[3 т]**

*т.е. когато проводникът трепти, пръчките, на които е окачен, се отклоняват на малки ъгли от вертикалата.

в) При каква големина I_2 на тока честотата ω_0 ще стане нула? Изразете тока I_2 чрез тока I_1. **[1 т]**

г) При достатъчно голям ток I_α подвижният проводник може да се отклони встрани и да бъде в равновесие при произволен ненулев ъгъл α. Получете формула за I_α. Получете формули за граничните случаи $I_0 = I_\alpha(\alpha \to 0)$ и $I_\pi = I_\alpha(\alpha \to \pi)$. **[3 т]**

д) При каква големина I_3 на тока подвижният проводник ще бъде в безтегловност в най-горното си положение ($\alpha = \pi$, силата на опъване на вертикалните проводници ще бъде нула)? Изразете тока I_3 чрез тока I_π. **[1 т]**

е) Получете израз за кръговата честота ω_α на малките трептения на подвижния проводник, когато равновесното му положение е на даден ъгъл α спрямо вертикалата (за по-компактен отговор, вместо ъгъла α, използвайте съответния му ъгъл β) **[4 т]**

ж) При каква стойност на ъгъла α кръговата честота ω_α ще има максимална стойност $\omega_{\alpha,\max}$? Колко ще бъде $\omega_{\alpha,\max}$? **[1 т]**

Задача 4. Билеща на Бийе

а) Точков източник S на монохроматична светлина с дължина на вълната $\lambda = 650\ \mathrm{nm}$ се намира на разстояние $a = 15{,}0\ \mathrm{cm}$ от тънка събирателна леща с фокусно разстояние $f = 5{,}0\ \mathrm{cm}$ и диаметър $D = 1{,}0\ \mathrm{cm}$, върху оптичната ѝ ос (фиг. 4-1).

На какво растояние b зад лещата трябва да бъде поставен екран, така че върху него да се получи образ на източника? **[2,0 т]**

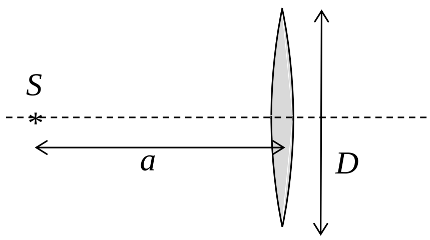
б) Лещата е разрязана по диаметъра си в равнина, перпендикулярна на чертежа. Двете ѝ половини са отдалечени на разстояние $h = 1{,}0\ \mathrm{mm}$ една от друга, симетрично спрямо оста, на която се намира източникът (фиг. 4-2). Зад празнината между полу-лещите е поставена преграда, която не пропуска светлина. Върху екрана се наблюдават два образа на източника.

Начертайте хода на лъчите, от които се формират двата образа. Колко е разстоянието d между образите? **[4,0 т]**

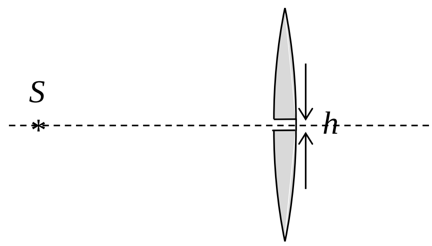
в) Екранът е отдалечен на разстояние $L = 1{,}00\ \mathrm{m}$ от разрязаната на две леща. В центъра на екрана се набллюдава интерференчна картина, която се състои от редуващи се тъмни и светли ивици.

Колко е разстоянието Δx между последователните светли ивици? **[4,0 т]**

Общо колко интерференчни максимума се наблюдават върху екрана? **[5,0 т]**



Фиг. 4-1



Фиг. 4-2

Внимание! На фигурите различните размери са дадени в различен мащаб.