

**МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА**  
**НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО ФИЗИКА**

**София, 22 април 2023 г.**

**Решения на темата за четвърта състезателна група (10. клас)**

**Задача 1. Скок с бърнджи**

Нека отбележим с  $k$  коефициента на еластичност, а с  $l_0$  – дължината на въжето в неразтегнато състояние.

**А)** Максималната дължина на въжето е:

$$l_1 = h - h_0 = 23 \text{ m} \quad (0,5 \text{ т})$$

**Б)**  $l_2 = l_1 - \Delta h = 15 \text{ m} \quad (0,5 \text{ т})$

**В)** От закона за запазване на енергията следва, че

$$mgh = \frac{k(l_1 - l_0)^2}{2}. \quad (1 \text{ т})$$

В състояние на равновесие се уравниват силата на тежестта и силата на еластичност:

$$mg = k(l_2 - l_0). \quad (1 \text{ т})$$

При почленно разделяне на двете уравнения се получава:

$$l_0^2 + 2(h - l_1)l_0 + (l_1^2 - 2hl_2) = 0 \quad (0,5 \text{ т})$$

или

$$l_0^2 + 4l_0 - 221 = 0. \quad (0,5 \text{ т})$$

Уравнението има един положителен и един отрицателен корен. Физически смисъл има само положителният корен:

$$l_0 = 13 \text{ m}. \quad (0,5 \text{ т})$$

**Г)** Коефициентът  $k$  на еластичност на въжето е:

$$k = \frac{mg}{l_2 - l_0} = 500 \text{ N/m} \quad (1 \text{ т})$$

**Д)** От закона за запазване на енергията, приложен за хармонично трептене:

$$\frac{mv^2}{2} + \frac{k(l_2 - l_0)^2}{2} = mg(l_2 + h_0), \quad (1 \text{ т})$$

получаваме максималната скорост при преминаване през равновесното положение:

$$v = \sqrt{g(l_2 + l_0 + 2h_0)} \approx 17,8 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad (1 \text{ т})$$

**Е)** Максималната деформация на въжето спрямо неразтегнатото му състояние е:

$$l_1 - l_0 = 23 - 13 = 10 \text{ m}, \quad (0,5 \text{ т})$$

а деформацията му спрямо равновесното състояние на скачача:

$$l_2 - l_0 = 2 \text{ m} \quad (0,5 \text{ т})$$

Следователно максималната сила на опън на въжето е  $k(l_1 - l_0) = 5mg$ , а съответната равнодействащата сила върху Митко:

$$F_p = 5mg - mg = 4mg \quad (1 \text{ т}).$$

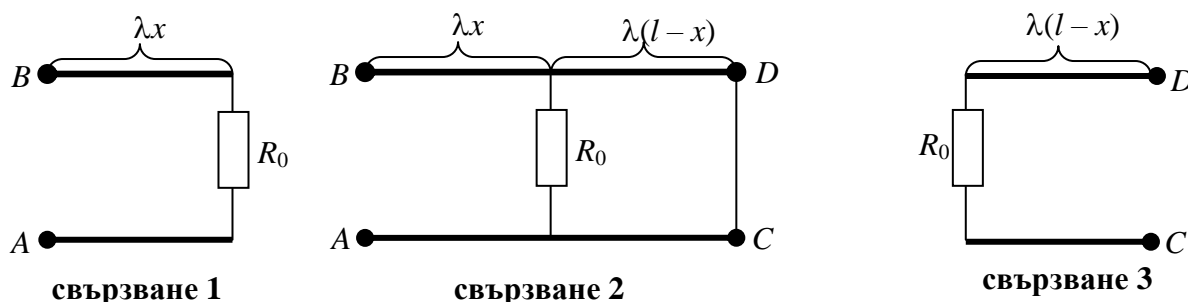
От II принцип на механиката,  $F_p = ma$ , намираме максималното ускорение на Митко:

$$a = 4g \quad (0,5 \text{ т}).$$

## Задача 2. Проблем с електрозахранването в стара къща

А) От формулата  $R = \rho \frac{l}{S}$  следва че съпротивлението  $R$  на проводник е правопрпорционално на дължината му  $l$  (1 т).

Б) Еквивалентните схеми са показани на фиг. 1. Участъците с дължина  $x$  и  $l-x$ , на които са разделени свързващите кабели, са еквивалентни на резистори със съпротивления, означени на чертежа. (1,5 т).



В) Нека с  $\lambda$  означим съпротивлението на единица дължина от проводниците. Тогава за еквивалентните съпротивления при трите измервания се получават следната система уравнения (\*):

$$2\lambda \cdot x + R_0 = R_1 \quad \text{за свързване 1,} \quad (1 \text{ т})$$

$$2\lambda \cdot x + \frac{R_0 \cdot 2\lambda(l-x)}{R_0 + 2\lambda(l-x)} = R_2 \quad \text{за свързване 2,} \quad (1 \text{ т})$$

$$2\lambda(l-x) + R_0 = R_3 \quad \text{за свързване 3,} \quad (1 \text{ т})$$

от които изразяваме неизвестното съпротивление на нарушената изолация:

$$R_0 = \sqrt{R_3(R_1 - R_2)} \quad (2,5 \text{ т})$$

Г) От същата система (\*) намираме разстоянието от краищата на кабелите до нарушената изолация:

$$x = l \frac{R_1 - R_0}{R_1 + R_3 - 2R_0} = l \frac{R_1 - \sqrt{R_3(R_1 - R_2)}}{R_1 + R_3 - 2\sqrt{R_3(R_1 - R_2)}} \quad (2 \text{ т})$$

### Задача 3.

#### Част 1. Изчисляваме палубата на кораб от лед

$$\text{А) } Q_1 + Q_2 + \dots + Q_n = 0 \quad (1 \text{ т})$$

За телата, които отделят топлина  $Q < 0$ , а за телата, които поглъщат топлина  $Q > 0$ .

Б) Изтичащата от маркуча вода (струята) обменя за време  $\Delta t$  количество топлина:

$$Q_1 = c\Delta m(T - T_1) = cq\Delta t(T - T_1) \quad (2 \text{ т})$$

Понеже  $T_1 > T$ , следва че  $Q_1 < 0$ , т.е. водата отдава топлина.

В) Нека  $\Delta m_1$  е масата на разтопения лед за време  $\Delta t$ . Тогава ледът получава топлина, докато се стопи, а образувалата се вода – докато се затопли от  $0^\circ\text{C}$  до  $3^\circ\text{C}$ :

$$Q_2 = \lambda\Delta m_1 + c\Delta m_1(T - T_0) \quad (1 \text{ т})$$

Г) От уравнението за топлинен баланс:

$$Q_1 + Q_2 = 0 \quad (1 \text{ т})$$

следва, че масата на разтопения лед за време  $\Delta t$  е:

$$\Delta m_1 = \frac{cq\Delta t(T_1 - T)}{\lambda + c(T - T_0)} \quad (1 \text{ т})$$

От палубата за единица време изтича излязлата от маркуча вода плюс водата, получена при разтапяне на леда:

$$q_1 = \frac{\Delta m + \Delta m_1}{\Delta t} = q \left( 1 + \frac{T_1 - T}{T - T_0 + \lambda/c} \right) \approx 1,2q = 12 \text{ kg/s.} \quad (2 \text{ т})$$

#### Част 2. Как да изчакаме чаят да изстине?

Необходимо е да изчакам 5 минути и после да добавя малко мляко.

**Решение:** Може да се приеме, че чаят и млякото, като воден разтвор, имат приблизително един и същ топлинен капацитет. В началото чаят ще отдава най-бързо топлина в околната среда, защото температурата му е висока. След това ще добавя малко мляко, което ще доохлади чая.

Ако постъпя обратно, то добавеното мляко ще намали с малко температурата на чая, т.е. ще се намали и отдаденото за единица време количество топлина. Освен това ще се увеличи количеството на горещата напитка, която трябва да се охлади. Следователно чаят ще се охлади по-бавно във втория случай. (2 т)