

**МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА
XXVI НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО АСТРОНОМИЯ**

**Областен кръг на олимпиадата по астрономия
17 февруари 2023 г.
Възрастова група IX-X клас – решения**

1 задача. Лунен наблюдател. Пред вас е любопитен бял мечок, който наблюдава пълната Луна.

• А) Да приемем, че мечокът се намира точно на северния полюс на Земята. Може ли той да види това, което е показано на картинката, през януари? А през май?



• Б) А сега да предположим, че мечокът се намира в полярните райони на Канада, които се простират на север зад полярната окръжност. Датата е 22 декември, а времето е около обяд. Може ли при тези обстоятелства мечокът да види Луната, както е показано на картинката? Ако може, то в каква посока трябва да гледа?

Обяснете вашите отговори. Припомняме, че ъгловият диаметър на Луната е около 0.5° . Наклонът на лунната орбита към равнината на еклиптиката е приблизително 5.15° .

Решение:

Като се има предвид, че ъгловият диаметър на Луната е 0.5° , измерването по картинката показва, че центърът на видимия лунен диск е на около 1.6° над хоризонта. Луната е в пълнолуние. В случай че нейният център лежи на еклиптиката, тя би била в точка от небесната сфера, която е диаметрално противоположна на Слънцето. Тогава центърът на Слънцето трябва да е на около 1.6° под хоризонта. Лунната орбита е наклонена на 5.15° към еклиптиката. Да предположим, че Луната е в точката от своята орбита, която е най-силно отклонена от равнината на еклиптиката в посока юг (Луната е най-дълбоко „под“ еклиптиката за наблюдател от северното полукуълбо). Тогава най-високата точка от еклиптиката ще бъде на височина $5.15^\circ + 1.6^\circ = 6.75^\circ$ над хоризонта. Следователно Слънцето трябва да се намира на около 6.75° под хоризонта. Но мечокът се намира точно на северния полюс. Там хоризонтът съвпада с небесния екватор. В деня на зимното слънцестояние около 22 декември там Слънцето е на максимална дълбочина $23^\circ 26'$ под хоризонта и се издига до небесния екватор в деня на пролетното равноденствие около 21 март, когато се случва и единственият му изгрев през годината. При това, около зимното слънцестояние деклинацията на Слънцето се изменя с най-бавни темпове. Следователно през януари Слънцето със сигурност ще бъде на доста повече от 6.75° под хоризонта, а пълната Луна съответно, ще се наблюдава доста по-високо над полярния хоризонт. Така че, дадената ситуация е невъзможна през януари. Що се отнася до въпроса дали може да се види Луната по този начин през май, то

отговорът е очевидно отрицателен. През май Слънцето е вече достатъчно високо над хоризонта, отдавна е настъпил полярният ден и не могат да се виждат звезди в небето. Ако Луната е в пълнолуние, тя със сигурност трябва да е под хоризонта.

Ако мечокът е в полярните райони на Канада, на северната полярна окръжност, в деня на зимното слънцестояние 22 декември по пладне центърът на видимия слънчев диск ще бъде точно на хоризонта и звезди няма да могат да се виждат. Но ако мечокът е на място, което е поне с около 6° по-северна географска ширина, то по пладне вече няма да е светло. По пладне Слънцето въобще няма да се появява на хоризонта, то ще се издига до дълбочина не по-малко от 6° под хоризонта, а тогава няма да настъпва здрач, Гражданският полумрак е във времето, когато Слънцето е най-много на 6° под хоризонта. Ако пълната Луна се намира на еклиптиката, то тя ще бъде на 6° над хоризонта и ще се вижда на север. Поради наклона на лунната орбита към еклиптиката обаче, е възможно Луната да бъде по-ниско от еклиптиката и наистина да се вижда на 1.6° над хоризонта. Следователно тази ситуация е възможна и Луната ще се вижда в посока север.

При всички наши разсъждения не отчитаме влиянието на рефракцията. Отчитането на рефракцията обаче няма да промени изводите, до които достигнахме.

Освен това не отчитаме и влиянието на паралактичния ефект, т.е. на това, че Луната е сравнително близо до Земята. Наблюдателят в полярните области се намира на около един земен радиус над линията, която свързва центъра на Земята с центъра на Луната. Това понижава видимото положение на Луната с около 1 градус. Отчитането на този ефект, обаче, не променя изводите в решението на задачата.

Критерии за оценяване (общо 12 т.):

За съображения, свързани с височината на Луната над хоризонта и възможната дълбочина на Слънцето под хоризонта при пълнолуние на северния полюс – 3 т.

За верен извод относно показаната на картината ситуация през януари – 1.5 т.

За верен извод относно изобразената на картината ситуация през май – 1.5 т.

За разсъждения, свързани с мястото, откъдето може да се види Луната в пълнолуние на 22 декември, както е показано на картинката – 4 т.

За верен отговор за посоката, в която би се виждала Луната – 2 т.

2 задача. Слънчев щит. Ентузиазизиран екип от участници в астрономическата олимпиада предлага проект за предотвратяване на глобалното затопляне. Предвижда се да се построи космически щит, който да намали с 1% количеството лъчиста енергия от Слънцето, попадащо върху Земята. Щитът трябва да бъде установен в първата точка на Лагранж. Тя лежи на правата, минаваща през центровете на Слънцето и Земята, на разстояние 1.5×10^6 km от нашата планета. Ако един обект се намира в тази точка, той се движи в орбита около Слънцето в синхрон със Земята и остава постоянно върху правата Земя – Слънце.

- А) Щитът ще има кръгла форма. Какъв трябва да е неговият диаметър в километри? Видимият ъглов диаметър на Слънцето за земния наблюдател е $32'$ (дългови минути).

- Б) Ако погледнем към Слънцето през подходящ тъмен филтър, ще можем ли да виждаме щита на фона на слънчевия диск с невъоръжено око? При нормално зрение човек може да различава предмети с ъглови размери около $2'$.

• В) Опишете приблизително от кои области от Земята по пладне щитът ще може да се види проектиран в центъра на видимия слънчев диск.

Решение:

Означаваме с δ_0 и δ видимите ъгли диаметри на Слънцето и на слънчевия щит. За да намали с 1% количеството лъчиста енергия, постъпваща на Земята от Слънцето, щитът трябва да има видима ъглова площ 100 пъти по-малка от видимата ъглова площ на слънчевия диск:

$$\frac{\pi\delta^2}{4} = \frac{1}{100} \cdot \frac{\pi\delta_0^2}{4}$$

Оттук получаваме:

$$\delta = \frac{\delta_0}{10} = 3.2'$$

Ако r е разстоянието от Земята до първата точка на Лагранж, то за линейния диаметър на щита d можем да напишем:

$$d = r\delta$$

където δ се измерва в радиани.

$$d = 1.5 \times 10^6 \text{ km} \cdot \frac{3.2'}{60'} \cdot \frac{\pi}{180^\circ} \approx 1400 \text{ km}$$

Тъй като видимият ъглов диаметър леко надвишава минималния ъглов размер на детайлите, които можем да различим с невъоръжено око, то ние ще можем да забележим щита при наблюдение на Слънцето през подходящ тъмен филтър.

Първата точка на Лагранж, където ще бъде разположен щитът, лежи в равнината на земната орбита около Слънцето. Тъй като тази точка се намира на правата, съединяваща центровете на Слънцето и Земята, за да виждаме щита, проектиран в центъра на видимия слънчев диск, Слънцето за нас трябва да е в зенита. Поради наклона на земната ос Слънцето може да се вижда в зенита по пладне в различни дни от годината в зоната между северната и южната тропична окръжност. В тази зона ще можем да виждаме и слънчевия щит, проектиран в центъра на видимия диск на Слънцето. Това ще се случва по пладне, на северната тропична окръжност в деня на лятното слънцестояние, на южната тропична окръжност в деня на зимното слънцестояние, а на екватора – в дните на пролетното и есенното равноденствие. За останалите точки от описана зона щитът ще се вижда в центъра на слънчевия диск в два дни от годината, които ще бъдат различни за различните географски ширини.

Критерии за оценяване (общо 12 т.):

За пресмятане на видимия ъглов диаметър на щита – 4 т.

За намиране на линейния диаметър на щита – 3 т.

За верен отговор дали щитът ще се различава с просто око – 1 т.

За описание къде и кога щитът ще може да се вижда в центъра на видимия слънчев диск – 4 т.

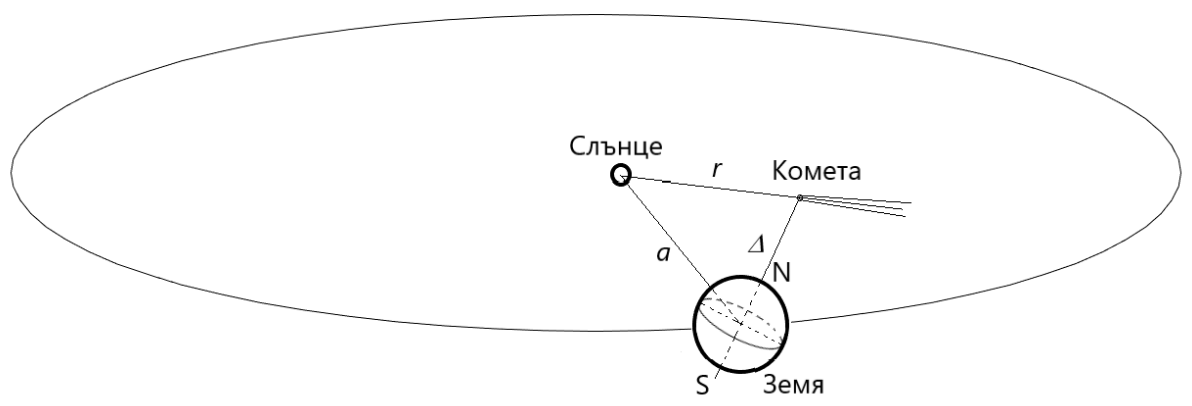
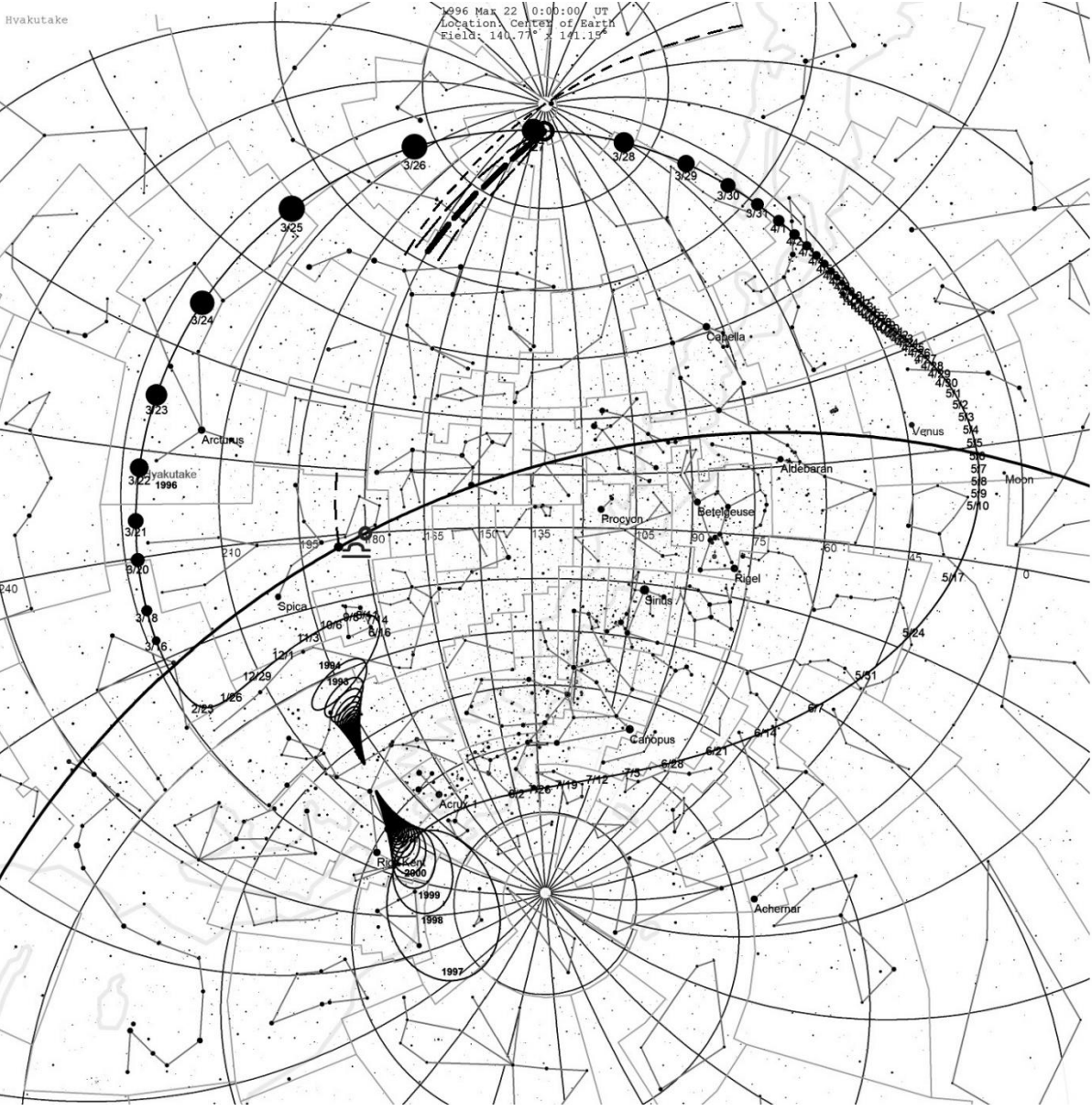
3 задача. Кометата Хиакутаке. Дадена ви е звездна карта, на която е показан видимият път на кометата Хиакутаке при преминаването ѝ близо до Земята през 1996 г. До различните положения на кометата в 0h UT са отбелязани съответните дати.

- **А)** На коя дата кометата се е наблюдавала най-близо до Полярната звезда?
- **Б)** Нарисувайте на картата положението на кометата, когато тя е била най-близо до Полярната звезда, и приблизителната ориентация на опашката на кометата в този момент. Обяснете вашето решение.
- **В)** На същата дата разстоянието от Земята до Слънцето е било 0.998 астрономически единици, а разстоянието от кометата до Слънцето е било 1.004 астрономически единици. Определете приблизително разстоянието от кометата до Земята. Пояснете вашите разсъждения с подходяща схема.

Решение:

Както се вижда на картата, кометата е била най-близо до Полярната на 27 март 1996 г. По видимия път на картата нанасяме точка, в която главата на кометата се е намирала най-близо до Полярната звезда. Опашката на кометата трябва да е насочена в посока обратна на посоката към Слънцето. Тъй като пролетното равноденствие е на 20 или 21 март, то на 27 март Слънцето се е намирало на около $6^\circ - 7^\circ$ източно от пролетната равноденствена точка. Следователно кометната опашка трябва да сочи към точка от еклиптиката, която е на около $6^\circ - 7^\circ$ източно (наляво, по посока на нарастване на ректасцензията) от есенната равноденствена точка. Но не можем да нарисуваме кометната опашка като права отсечка, насочена по направление към тази точка, защото картата е равнинна проекция на небесната сфера. Ние трябва да се съобразим с кривината на небесните меридиани, показани на картата, и да нанесем приблизително направлението на кометната опашка.

Ако кометата беше точно в северния небесен полюс, то опашката ѝ щеше да лежи почти точно по направление на небесния меридиан, който на картата е маркиран частично с прекъсната линия от тънки къси штрихи. Той минава през моментното положение на Слънцето, на около $6^\circ - 7^\circ$ източно от пролетната равноденствена точка, през полюса и през противоположната на Слънцето точка. Кометата, обаче, не е точно в полюса, а е изместена леко настрани. Мислено прекарваме през нея голям кръг, който също минава през моментното положение на Слънцето и през противоположната на Слънцето точка. Там големият кръг на кометата се пресича с описания меридиан. Максималното раздалечаване на двата кръга е недалеч от полюса и от кометата. В областта на максимално раздалечаване двата кръга са почти успоредни един на друг върху небесната сфера. Затова започваме да рисуваме опашката на кометата, като тръгваме успоредно на помощния меридиан и продължаваме към есенната равноденствена точка, движейки се покрай меридиана, и постепенно се приближаваме към него, защото двата големи кръга се пресичат върху еклиптиката. Резултатът е представен на картата с големи черни штрихи, които започват от главата на кометата, която на картата е начертана с кръгче, чийто център е в най-близката до полюса точка от пътя на кометата върху небесната сфера. Покрай тях с по-тънки штрихи е очертана вероятната зона на разположение на опашката.



За да определим разстоянието от Земята до кометата, ще приемем две приближения. Първо, ще считаме, че кометата е приблизително в северния небесен

полюс и следователно тя се намира върху продължението на земната ос. Второ, датата 27 март е много близо до пролетното равноденствие. В момента на пролетното равноденствие земната ос е перпендикулярна на линията Земя-Слънце и ние ще считаме, че на 27 март ъгълът Слънце-Земя-Комета е много близък до 90° . Тогава, ако a е разстоянието то Земята до Слънцето, r е разстоянието от кометата до Слънцето, а Δ е разстоянието от Земята до кометата, то можем да използваме Питагоровата теорема:

$$r^2 = a^2 + \Delta^2$$

Оттук получаваме:

$$\Delta = \sqrt{r^2 - a^2} \approx 0.11 \text{ au}$$

Критерии за оценяване (общо 12 т.):

За нанасяне на положението на кометата – 1 т.

За правилни разсъждения за посоката на опашката на кометата – 3 т.

За нанасяне на опашката на картата – 2 т.

За обосновка на метода за определяне на разстоянието Земя-комета – 4 т.

За правилно пресмятане – 2 т.

4 задача. Kepler 47. Системата Kepler 47 се състои от две звезди, които се движат по почти кръгови орбити около общия си център на масите с период 7.448 денонощия. В таблицата са дадени масите, радиусите и температурите на звездите.

Компонента	Радиус в слънчеви радиуси	Температура	Маса в слънчеви маси
A	0.964	5636 К	1.043
B	0.3506	3357 К	0.362

Около двойната звездна система са открити три планети. Най-външната от тях е Kepler 47c. Смята се, че тя се намира в обитаемата зона около двойната звезда. Планетата обикаля около двойната звезда с период 303.16 денонощия по почти кръгова орбита, практически лежаща в равнината на орбитите на двете звезди. Предполага се, че тя е газов гигант с плътна атмосфера от водна пара. Такава планета едва ли може да е обитаема, но би могла да има спътници, които са пригодни за живот.

- **A)** Определете радиуса на орбитата на планетата около двойната звезда в астрономически единици.
- **B)** През какъв период от време от планетата ще се наблюдава преминаване на звездата A пред звездата B?
- **B)** Кога планетата ще получава по-малко лъчиста енергия от двойната система – когато звездата A преминава пред звездата B, или когато звездата B преминава пред звездата A? Отговорете само качествено и обяснете своя отговор.

Решение:

Радиуса r на орбитата на планетата около двойната звезда намираме от третия закон на Кеплер. Когато радиусът на орбитата се изразява в астрономически единици,

орбиталният период T – в земни години, а масите на звездите M_A и M_B в слънчеви маси, законът може да се запише във вида:

$$\frac{r^3}{T^2} = M_A + M_B$$

Оттук, като превърнем стойността на орбиталния период в години, получаваме:

$$r = \sqrt[3]{T^2(M_A + M_B)} \approx 0.968 \text{ au}$$

Означаваме с T_0 орбиталния период на двете звезди около техния център на масите. За периода T_1 , през който от планетата ще се наблюдава преминаване на звездата А пред звездата В, можем да напишем:

$$\frac{1}{T_1} = \frac{1}{T_0} - \frac{1}{T}$$

$$T_1 = \frac{TT_0}{T - T_0} \approx 7.636 \text{ денонощия}$$

Този резултат се получава ако приемем, че планетата се движи около звездите в същата посока, в която те обикалят около общия си център на масите. Може да се предполага, че това е най-често срещаният случай и е достатъчно, за да се реши задачата. *Все пак, за пълнота, можем да разгледаме случая, когато орбиталните движения на звездите и на планетата стават в противоположни посоки. Тогава:*

$$\frac{1}{T_1} = \frac{1}{T_0} + \frac{1}{T}$$

$$T_1 = \frac{TT_0}{T + T_0} \approx 7.269 \text{ денонощия}$$

Но това не следва да се изисква при оценяването на решението на задачата.

Когато звездата В преминава пред звездата А, планетата ще получава по-малко лъчиста енергия, отколкото когато звездата А преминава пред звездата В. Това е така, защото звездата В има по-ниска температура и излъчването от единица площ от нейната повърхност е по-слабо, отколкото излъчването от единица площ на звездата А.

Критерии за оценяване (общо 12 т.):

За правилен начин на пресмятане на орбиталния радиус на планетата – 4 т.

За верен числен резултат – 1 т.

За правилен начин на пресмятане на интервала, през който ще се повтаря преминаването на звездата А пред звездата В – 4 т.

За верен числен резултат – 1 т.

Не се изисква пресмятането на период в случая, когато орбиталните движения на звездите и планетата с в противоположни посоки.

За правилен отговор и обяснение кога планетата ще получава по-малко лъчиста енергия – 2 т.

5 задача. Лунен ретро-автомобил. Заедно с вашия най-добър приятел вие работите в лунна астрономическа обсерватория. На Земята вашето хоби са били старите автомобили. Затова пътувате до мястото на кацане на „Аполо-16“ и се заемате да поправите и възстановите доставения там лунен автомобил от 1972 г. Автомобилът е развивал скорост 18 km/h. Всяко от четирите му колела е било задвижвано от електромотор с мощност 190 W. Електромоторите са се захранвали с батерии за еднократна употреба, които не са ви от полза. Вие монтирате слънчеви панели с коефициент на полезно действие (КПД), равен на 20%.

- **А)** Каква обща площ трябва да имат слънчевите панели, за да осигурят необходимата мощност? Слънчевата константа (мощността на слънчевото лъчение, минаващо през единица площ, перпендикулярно на слънчевите лъчи, на разстояние една астрономическа единица) е 1361 W/m^2 .

- **Б)** Вие тръгвате на пътешествие около Луната. Шофирате непрекъснато на смени с вашия приятел в посока запад по лунния екватор. Ще можете ли с лунния автомобил да достигнете скорост, равна на скоростта на терминатора на Луната (линията, разделяща дневната от нощната страна на Луната)? Екваториалният радиус на Луната е 1738 km. Синодичният лунен месец се равнява на 29.53 денонощия.

- **В)** Заради неравностите на релефа средната ви скорост е намаляла до 9 km/h. Не разполагате с акумулатори и не можете да пътувате през лунната нощ. В коя част от лунното денонощие трябва да тръгнете, за да завършите най-бързо обиколката около Луната? Колко време ще продължи вашето пътешествие?

Решение:

Всяко от четирите колела на лунния автомобил се задвижва от отделен двигател. Общата мощност на четирите двигателя е:

$$P = 4 \times 190 \text{ W} = 760 \text{ W}$$

Означаваме с S необходимата площ на слънчевите панели и с A слънчевата константа. В сила ще бъде равенството:

$$0.2 \cdot S \cdot A = P$$

Множителят 0.2 се въвежда за да се отчете КПД от 20% на слънчевите елементи. Оттук намираме:

$$S = \frac{P}{0.2A} \approx 2.8 \text{ m}^2$$

Означаваме с R радиуса на Луната и с T синодичния лунен месец. Дадена точка от терминатора на Луната би трябвало да прави една обиколка по лунната повърхност за време, равно на едно слънчево денонощие за Луната, което се равнява именно на синодичния лунен месец. Скоростта на точка от терминатора на Луната, която лежи на лунния екватор, ще бъде:

$$v_T = \frac{2\pi R}{T} \approx 15.41 \text{ km/h}$$

Тази скорост е по-малка от скоростта $v = 18 \text{ km/h}$, с която може да се движи лунният автомобил. Следователно автомобилът може да достигне скорост равна на скоростта на терминатора, а дори и малко по-голяма от нея.

Терминаторът на Луната се движи в посока от изток към запад. Нашият лунен автомобил също се движи на запад, но при средна скорост $v_1 = 9 \text{ km/h}$ той ще изостава от терминатора. За да направим най-бързо обиколката около Луната, най-добре е да тръгнем при изгрев Слънце. В момента на тръгването нашият автомобил ще се намира на терминатора на Луната. Относителната скорост, с която терминаторът ще изпреварва автомобила, ще бъде:

$$v' = v_T - v_1 = 6.41 \text{ km/h}$$

Когато терминаторът изпревари автомобила с половин лунна обиколка по екватора, автомобилът ще се окаже върху противоположната точка от терминатора, в която Слънцето залязва. Можем да пресметнем интервала от време, след който ще стане това:

$$t_1 = \frac{\pi R}{v'} \approx 851.81 \text{ h} \approx 35.49 \text{ денонощия}$$

За това време автомобилът ще измине разстояние по лунната повърхност:

$$x = v_1 t_1 \approx 7666.27 \text{ km}$$

Оттук нататък за нас ще настъпи лунната нощ, през която автомобилът няма да може да се движи, тъй като на тъмно слънчевите панели няма да произвеждат електричество. Ще трябва да изчакаме да отмине лунната нощ. Нейната продължителност ще бъде:

$$t_2 = T/2 \approx 14.765 \text{ денонощия}$$

Цялата обиколка на Луната по екватора е:

$$L = 2\pi R \approx 10920.18 \text{ km}$$

За да я завършим, трябва да изминем още $L - x = 3253.91 \text{ km}$. Това ще стане за време:

$$t_3 = \frac{L - x}{v_1} \approx 361.55 \text{ h} \approx 15.06 \text{ денонощия}$$

Накрая пресмятаме общото време, за което можем да направим нашата окололунна обиколка:

$$t = t_1 + t_2 + t_3 = 65.32 \text{ денонощия}$$

Критерии за оценяване (общо 12 т.):

За правилен начин за пресмятане на площта на слънчевите панели – 2 т.

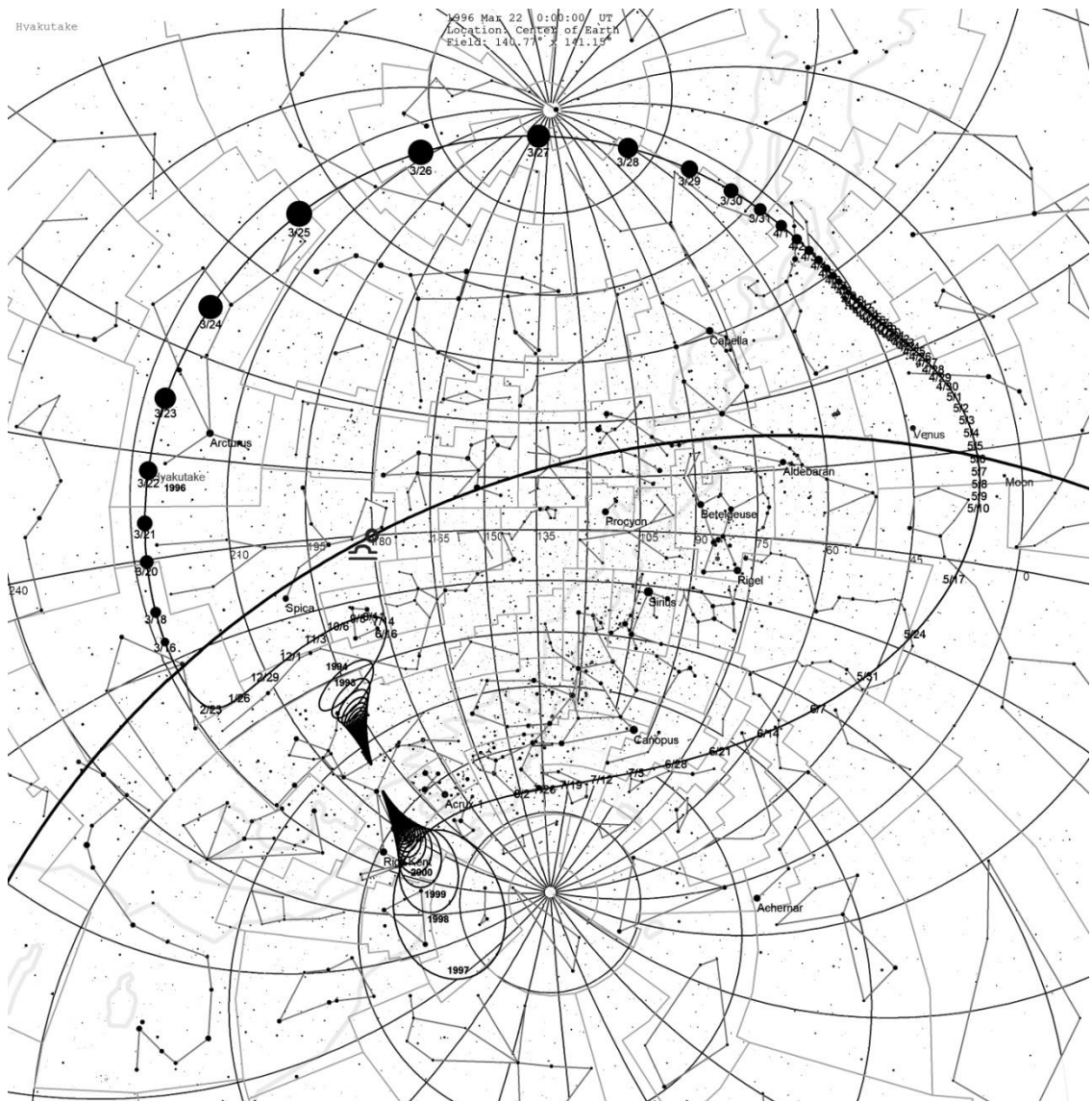
За верен числен отговор – 1 т.

За пресмятане на скоростта на лунния терминатор – 2 т.

За верен извод дали лунният автомобил може да достигне тази скорост – 1 т.

За верен начин за намиране на общото време на обиколката около Луната – 5 т.

За верен числен отговор – 1 т.



Видимият път на кометата Хиакутаке на фона на звездното небе през 1996 г