

МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА
ОЛИМПИАДА ПО ФИЗИКА, ОБЛАСТЕН КРЪГ, 18 февруари 2023 г.
Решения на темата за 10. клас (четвърта състезателна група)

Задача 1. Електрическа верига

а) Токовете удовлетворяват следните съотношения:

(1) $I_1 = I_2$ (съпротивленията R_1 и R_2 са свързани последователно), **(0,5 т.)**

(2) $I = I_1 + I_3$ (от закона за запазване на електричния заряд), **(0,5 т.)**

(3) $I_4 = I_1 + I_3 = I$. **(0,5 т.)**

От друга страна имаме

(4) $I_3 R_3 = I_1 (R_1 + R_2)$. **(0,5 т.)**

Като изразим I_3 от (4) и заместим в (3), намираме

$$I_1 = I_2 = \frac{R_3}{R_1 + R_2 + R_3} I. \quad (1 \text{ т.})$$

Освен това получаваме

$$I_3 = \frac{R_1 + R_2}{R_1 + R_2 + R_3} I. \quad (1 \text{ т.})$$

б) Мощността на всеки един от резисторите се дава с израза

$$P_i = I_i^2 R_i \leq P_0, \quad (0,5 \text{ т.})$$

при което максималният възможен ток през съответния резистор е

$$I_i = \sqrt{\frac{P_0}{R_i}}. \quad (0,5 \text{ т.})$$

Така получаваме следните възможни стойности на максималния ток I :

$$I^{(1)} = \frac{R_1 + R_2 + R_3}{R_3} \sqrt{\frac{P_0}{R_1}} \approx 0,269 \text{ А}, \quad (0,5 \text{ т.})$$

$$I^{(2)} = \frac{R_1 + R_2 + R_3}{R_3} \sqrt{\frac{P_0}{R_2}} \approx 0,170 \text{ А}, \quad (0,5 \text{ т.})$$

$$I^{(3)} = \frac{R_1 + R_2 + R_3}{R_1 + R_2} \sqrt{\frac{P_0}{R_3}} \approx 0,172 \text{ А}, \quad (0,5 \text{ т.})$$

$$I^{(4)} = \sqrt{\frac{P_0}{R_4}} \approx 0,224 \text{ А}. \quad (0,5 \text{ т.})$$

Следователно нито един от резисторите няма да се повреди, ако максималният ток във веригата е $I = 0,170 \text{ А}$. **(0,5 т.)**

в) Общата мощност във веригата се дава с израза

$$P = I^2 R, \quad (0,5 \text{ т.})$$

където R е еквивалентното съпротивление. Така имаме

$$R' = R_1 + R_2, \quad (0,5 \text{ т.})$$

$$R'' = \frac{R'R_3}{R' + R_3} = \frac{(R_1 + R_2)R_3}{R_1 + R_2 + R_3}, \quad (0,5 \text{ т.})$$

$$R = R'' + R_4 = \frac{(R_1 + R_2)R_3}{R_1 + R_2 + R_3} + R_4 \approx 512 \Omega. \quad (0,5 \text{ т.})$$

Окончателно получаваме

$$P \approx 14,8 \text{ W}. \quad (0,5 \text{ т.})$$

Задача 2. Магнитно поле

а) Когато индукцията е насочена от листа към нас (\odot) е изпълнено равенството

$$2T_1 = mg + F_A, \quad (1 \text{ т.})$$

а при противоположна посока на полето (\otimes)

$$2T_2 + F_A = mg, \quad (1 \text{ т.})$$

където силата на Ампер е

$$F_A = BIl. \quad (1 \text{ т.})$$

От тези уравнения намираме

$$B = \frac{T_1 - T_2}{Il} = 5 \text{ мТ}. \quad (1 \text{ т.})$$

б) За да бъде силата на опън на всяка нишка равна на нула, трябва F_A да уравновесява силата на тежестта mg . Това се постига при посока на индукцията (\otimes) (0,5 т.) Тогава имаме

$$B_0 = \frac{mg}{Il} = \frac{T_1 + T_2}{Il} = 15 \text{ мТ}. \quad (2 \text{ т.})$$

в) Нишките се късат, когато

$$F_A + mg \geq 2T_0, \quad (1 \text{ т.})$$

откъдето следва, че индукцията B_1 има посока (\odot) (0,5 т.) и

$$B_1 \geq \frac{2T_0 - mg}{Il} = \frac{2T_0 - T_1 - T_2}{Il} = 25 \text{ мТ}. \quad (2 \text{ т.})$$

Задача 3. Движение в електрично поле

а) В електричното поле на електрона действа сила $F = q_0E$ в посока, противоположна на неговото движение. (1 т.) Тогава от втория принцип на механиката $ma = F$ (1 т.), изразяваме ускорението на електрона

$$a = \frac{q_0E}{m}. \quad (1 \text{ т.})$$

б) Общото време на движение на електрона до спирането му е $t = t_1 + t_2$, където времето на движение с постоянна скорост е

$$t_1 = \frac{L}{v}, \quad (1 \text{ т.})$$

докато времето за спиране на електрона при равнозакъснителното движение е

$$t_2 = \frac{v}{a}, \quad (1 \text{ т.})$$

т.е. имаме

$$t = \frac{L}{v} + \frac{v}{a}. \quad (1\text{т.})$$

Първи начин. Този израз за t може да се преобразува чрез отделяне на пълен квадрат:

$$t = \left(\sqrt{\frac{L}{v}}\right)^2 + \left(\sqrt{\frac{v}{a}}\right)^2 - 2\sqrt{\frac{L}{v}} \times \sqrt{\frac{v}{a}} + 2\sqrt{\frac{L}{a}} = \left(\sqrt{\frac{L}{v}} - \sqrt{\frac{v}{a}}\right)^2 + 2\sqrt{\frac{L}{a}}. \quad (2\text{т.})$$

Тогава времето е минимално, когато изразът в скобите е равен на нула и

$$t_{\min} = 2\sqrt{\frac{L}{a}} = 2\sqrt{\frac{mL}{q_0E}}, \quad (1\text{т.})$$

а скоростта на излъчения електрон е

$$v_0 = \sqrt{La} = \sqrt{\frac{q_0EL}{m}}. \quad (1\text{т.})$$

Втори начин. Изразът за t може да се препише като квадратно уравнение за v :

$$v^2 - atv + aL = 0. \quad (1\text{т.})$$

Уравнението има реални решения, когато дискриминантата

$$D = a^2t^2 - 4aL \geq 0. \quad (0,5\text{ т.})$$

Тъй като имаме

$$t \geq 2\sqrt{L/a}, \quad (0,5\text{ т.})$$

окончателно намираме

$$t_{\min} = 2\sqrt{\frac{L}{a}} = 2\sqrt{\frac{mL}{q_0E}}, \quad (1\text{т.})$$

$$v_0 = \sqrt{La} = \sqrt{\frac{q_0EL}{m}}. \quad (1\text{т.})$$

Трети начин. Диференцираме израза за t по v . Тогава имаме

$$t'(v) = -\frac{L}{v^2} + \frac{1}{a} = 0, \quad (2\text{ т.})$$

откъдето следва

$$v_0 = \sqrt{La} = \sqrt{\frac{q_0EL}{m}}, \quad (1\text{т.})$$

$$t_{\min} = \frac{L}{v_0} + \frac{v_0}{a} = 2\sqrt{\frac{L}{a}} = 2\sqrt{\frac{mL}{q_0E}}. \quad (1\text{т.})$$