

МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА
НАЦИОНАЛНО ЕСЕННО СЪСТЕЗАНИЕ ПО ФИЗИКА

11 – 13 ноември 2022 г., Сливен

Решения на задачите от Темата за 12. клас
(шеста възрастова група)

Задача 1. Натриев дублет.

а) Разстоянието между процепите (константата на решетката) е $d = \frac{1}{n}$. [0,5 т.] От формулата за дифракционната решетка $d \sin \theta = k\lambda$, следва че $\sin \theta = \frac{k\lambda}{d} = nk\lambda$. [0,5 т.] В разглеждания случай $k = \pm 1$. Следователно $\sin \theta_1 = 2400 \frac{1}{10^{-2}\text{m}} \cdot 589,0 \cdot 10^{-9}\text{m} = 0,141360$, а $\sin \theta_2 = 2400 \frac{1}{10^{-2}\text{m}} \cdot 589,6 \cdot 10^{-9}\text{m} = 0,141504$. Разстоянията между първия (1) и минус първия (-1) дифракционен максимум $D_{-1,1}^{\lambda_1}$ и $D_{-1,1}^{\lambda_2}$ за всяка една от двете дължини на вълните на дублета са съответно $D_{-1,1}^{\lambda_1} = 2l \tan \theta_1 = 0,5712 \text{ m}$ [2 т.] и $D_{-1,1}^{\lambda_2} = 2l \tan \theta_2 = 0,5718 \text{ m}$. [2 т.]

б) Разстоянието между (средите на) двата съседни първи максимума е $\frac{D_{-1,1}^{\lambda_2} - D_{-1,1}^{\lambda_1}}{2} = 0,3 \text{ nm}$. [1 т.] Можем да приемем, че в такъв тесен интервал от дължини на вълните, позицията зависи линейно от дължината на вълната. [1 т.] Тогава $\frac{\frac{D_{-1,1}^{\lambda_2} - D_{-1,1}^{\lambda_1}}{2}}{x} = \frac{\lambda_2 - \lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1 - 2\Delta\lambda}$,

откъдето $\Delta\lambda = \frac{\lambda_2 - \lambda_1}{2} \left[1 - \frac{x}{\frac{D_{-1,1}^{\lambda_2} - D_{-1,1}^{\lambda_1}}{2}} \right] = 0,2 \text{ nm}$. [3 т.]

Задача 2. Смесване на газове.

а) Записваме уравнението на състоянието на идеалния газ за смесените газове $p(V_1 + V_2) = (n_1 + n_2)RT$ [0,5 т.] откъдето $n_1 = \frac{p(V_1 + V_2)}{RT} - n_2$. [0,5 т.] След заместване $n_1 = \frac{1 \cdot 10^5 \text{ Pa} \cdot 0,1 \text{ m}^3}{8,314 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}} \cdot 300 \text{ K}} - 1,5 \text{ mol} \approx 2,5 \text{ mol}$. [1 т.]

б) От уравнението на състоянието на идеалния газ за затворения контейнер 1 $p_1 V_1 = n_1 R T_1$ [1 т.] се получава $T_1 = \frac{p_1 V_1}{n_1 R} = \frac{8 \cdot 10^4 \text{ Pa} \cdot 6 \cdot 10^{-2} \text{ m}^3}{2,5 \text{ mol} \cdot 8,314 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}}} \approx 231 \text{ K}$. [1 т.]

в) Тъй като при смесването на двата газа, те не обменят топлина с околната среда и не се извършва работа, то общата им вътрешна енергия се запазва. [0,5 т.] Вътрешната енергия на идеален газ е пропорционална на количеството вещество и температурата му. [0,5 т.] Тогава $U = U_1 + U_2$ и $(n_1 + n_2)CT = n_1 C T_1 + n_2 C T_2$, [0,5 т.] откъдето $T_2 = \frac{(n_1 + n_2)T - n_1 T_1}{n_2} = \frac{(2,5 \text{ mol} + 1,5 \text{ mol})300 \text{ K} - 2,5 \text{ mol} \cdot 231 \text{ K}}{1,5 \text{ mol}} = 415 \text{ K}$. [0,5 т.]

г) От уравнението на състоянието на идеалния газ за затворения контейнер 2 $p_2 V_2 = n_2 R T_2$ [1 т.] се получава $p_2 = \frac{n_2 R T_2}{V_2} = \frac{1,5 \text{ mol} \cdot 8,314 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}} \cdot 415 \text{ K}}{4 \cdot 10^{-2} \text{ m}^3} \approx 129 \text{ kPa}$. [1 т.]

д) Тъй като $\rho = \frac{m}{V} = \frac{(n_1 + n_2)\mu}{V_1 + V_2}$, [1 т.] то $\mu = \frac{\rho(V_1 + V_2)}{n_1 + n_2} = \frac{1,6 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 0,1 \text{ m}^3}{4 \text{ mol}} = 0,04 \text{ kg/mol} = 40 \text{ g/mol}$ [1 т.] (Такава моларна маса има аргонът)

Задача 3. Подскачане на топка.

а) За време t_1 топката ще измине път $s_1 = v_0 t_1 + \frac{1}{2} g t_1^2$ (1). [0,2 т.] За време $t_1 + 1$ топката ще измине път $s_2 = v_0(t_1 + 1) + \frac{1}{2} g(t_1 + 1)^2$ (2). [0,2 т.] Ако умножим (1) по $t_1 + 1$, умножим (2) по t_1 и извадим (1) от (2) се получава $s_2 t_1 - s_1(t_1 + 1) = \frac{1}{2} g(t_1 + 1)t_1$. [0,6 т.] Замествайки с дадените стойности получаваме $t_1^2 - 4t_1 + 3 = 0$. [0,2 т.] Решенията му са $t_1 = 1$ s и $t_1 = 3$ s. [0,2 т.] След пресмятане на началната скорост v_0 в следващото подусловие правим извода, че върнатата стойност е $t_1 = 1$ s. [0,6 т.]

б) Замествайки получените стойности за t_1 в (1), $v_0 = \frac{s_1 - \frac{1}{2} g t_1^2}{t_1}$ [0,2 т.] се получават скорости $v_{0,1} = 10$ m/s (за $t_1 = 1$ s) [0,2 т.] и $v_{0,2} = -10$ m/s (за $t_1 = 3$ s) [0,2 т.] (вторият случай съответства на случая, ако топката е хвърлена нагоре). Затова $v_0 = 10$ m/s. [0,4 т.]

в) Времето на падане (до първия удар в земната повърхност) $t_{\text{пад}}$ се изчислява пак от (1) като заместим s_1 с h и $t_1 = t_{\text{пад}}$, $h = v_0 t_{\text{пад}} + \frac{1}{2} g t_{\text{пад}}^2$. [0,2 т.] Замествайки с дадените и пресметнатите стойности получаваме $t_{\text{пад}}^2 + 2t_{\text{пад}} - 15 = 0$. [0,2 т.] Решения на уравнението са $t_{\text{пад},1} = 3$ s и $t_{\text{пад},2} = -4$ s. Следователно $t_{\text{пад}} = 3$ s. [0,6 т.]

г) Скоростта на падане $v_{\text{пад}}$ (точно преди първия удар в земната повърхност) може да се намери от закона за запазване на механичната енергия, $\frac{mv_0^2}{2} + mgh = \frac{mv_{\text{пад}}^2}{2}$, [1 т.] откъдето $v_{\text{пад}} = \sqrt{v_0^2 + 2gh}$. [0,5 т.] (Или от закона за скоростта $v_{\text{пад}} = v_0 + gt_{\text{пад}}$. [0,5 т.] Замествайки, $v_{\text{пад}} = 40$ m/s. [0,5 т.]

д) Тъй като след първия удар остава k енергия от тази преди удара, то $\frac{mv_1^2}{2} = k \frac{mv_{\text{пад}}^2}{2}$, [0,4 т.] откъдето $v_1 = \sqrt{k} v_{\text{пад}}$. [0,3 т.] След заместване $v_1 = 32$ m/s. [0,3 т.]

е) Нека скоростта на топката след i -ия удар е v_i . Тогава времето $t_{i,i+1}$ между i -ия удар и $i + 1$ -ия удар ще бъде $t_{i,i+1} = \frac{2v_i}{g}$. [0,5 т.] Сумирайки времената между първия и втория удар, втория и третия удар и тъй нататък, получаваме, че времето от първия удар докато топката спре да подскача, е $t_{1,\infty} = \frac{2v_1}{g} + \frac{2v_2}{g} + \frac{2v_3}{g} + \dots$ [0,5 т.] = $\frac{2v_1}{g} + \frac{2\sqrt{k}v_1}{g} + \frac{2(\sqrt{k})^2 v_1}{g} + \dots = \frac{2v_1}{g} (1 + \sqrt{k} + (\sqrt{k})^2 + (\sqrt{k})^3 + \dots) = \frac{2v_1}{g} \frac{1}{1 - \sqrt{k}}$. [1 т.] Замествайки с дадените стойности $t_{1,\infty} = 32$ s. [0,5 т.] Тъй като $T = t_{\text{пад}} + t_{1,\infty}$, $T = 35$ s. [0,5 т.]