

Министерство на образованието и науката
Национално есенно състезание по физика,
12-13 ноември 2022 г., Сливен
Тема за 11.клас (V състезателна група)
Решения и указания за оценяване

Задача 1. а) Протичането на заряда се прекратява при изравняване на напреженията на кондензаторите, които стават равни на U_0 . При този процес се запазва общият заряд на кондензаторите

$$q_1 + q_2 = q'_1 + q'_2, \quad [1 \text{ т.}]$$

като са изпълнени равенствата $q_1 = C_1 U_1$, $q_2 = C_2 U_2$, $q'_1 = C_1 U_0$, $q'_2 = C_2 U_0$. [1 т.] След заместване в горното равенство намираме

$$U_0 = \frac{C_1 U_1 + C_2 U_2}{C_1 + C_2}. \quad [1 \text{ т.}]$$

б) В произволен момент t , когато токът през резистора е $I(t)$, зарядите на кондензаторите са съответно

$$q_1(t) = q'_1 + \Delta q(t), \quad q_2(t) = q'_2 - \Delta q(t), \quad [1 \text{ т.}]$$

където $\Delta q(t)$ е зарядът, който остава да протече до анулирането на тока. [0,5 т.] В момента t напрежението на всеки от кондензаторите е

$$U_1(t) = \frac{q_1(t)}{C_1}, \quad U_2(t) = \frac{q_2(t)}{C_2}, \quad [0,5 \text{ т.}]$$

а токът през резистора е

$$I(t) = \frac{U_1(t) - U_2(t)}{R} = \frac{\Delta q(t)}{R} \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \right) \sim \Delta q(t). \quad [1 \text{ т.}]$$

в) При затваряне на ключа K в момента $t = 0$ токът е максимален, т. е. $I(0) = I_0$, [0,5 т.] а зарядът, който трябва да протече през резистора, е $\Delta q(0) = q_0$ [0,5 т.]. Когато токът стане $I(t) = \alpha I_0$ [0,5 т.], остава да протече заряд $\Delta q(t) = q_0 - q(t)$ [0,5 т.]. Тогава имаме

$$\frac{I(t)}{I(0)} = \frac{\Delta q(t)}{\Delta q(0)} \rightarrow \frac{\alpha I_0}{I_0} = \frac{q_0 - q(t)}{q_0}. \quad [1 \text{ т.}]$$

От последното равенство намираме

$$q(t) = q_0(1 - \alpha) = 7 \mu\text{C}. \quad [1 \text{ т.}]$$

Задача 2А. Честотите на трептене ν_1 и ν_2 са свързани с коефициентите на еластичност на връщащата сила съответно k_1 и k_2 .

$$\nu_1 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k_1}{m}}, \quad \nu_2 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k_2}{m}}. \quad [1 \text{ т.}]$$

Системата от фиг. 2, в можем да моделираме с две последователно свързани пружини съответно с коефициенти на еластичност k_1 и k_2 (фиг. 3). В точката на свързване имаме равенство на еластичните сили

$$k_1 x_1 = k_2 x_2, \quad [1 \text{ т.}]$$

а тялото с маса m се движи под действието на еластична сила, по големина равна на

$$F = k_2 x_2. \quad [0,5 \text{ т.}]$$

Тъй като общото отместване $x = x_1 + x_2$ [0,5 т.], еластичната сила, действаща на тялото, е

$$F = k_2 x_2 = \frac{k_1 k_2}{k_1 + k_2} x = kx, \quad [1 \text{ т.}]$$

където $k = \frac{k_1 k_2}{k_1 + k_2}$ е коефициентът на еластичност на пружината, заменяща двете

последователно свързани пружини. Тогава честотата на трептене ν на тялото е

$$\nu = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k_1 k_2}{(k_1 + k_2)m}} = \frac{\nu_1 \nu_2}{\sqrt{\nu_1^2 + \nu_2^2}}. \quad [1 \text{ т.}]$$

Задача 2Б. На пръчката действа перпендикулярна на равнината на рамката магнитна сила

$$F = IBl. \quad [1 \text{ т.}]$$

След време τ пръчката ще има скорост

$$v = a\tau = \frac{F\tau}{m} = \frac{IBl\tau}{m}. \quad [1 \text{ т.}]$$

От закона за запазване на енергията имаме

$$\frac{mv^2}{2} = mgh_0 = mgh(1 - \cos \alpha_{\max}), \quad [1 \text{ т.}]$$

което можем да препишем във вида

$$\sin \frac{\alpha_{\max}}{2} = \frac{v}{2\sqrt{gh}} = \frac{IBl\tau}{2m\sqrt{gh}}. \quad [1 \text{ т.}]$$

След заместване с числените стойности намираме

$$\sin \frac{\alpha_{\max}}{2} = 0,3388 \rightarrow \alpha_{\max} \approx 40^\circ. \quad [1 \text{ т.}]$$

Задача 3А. Уравнението на Айнщайн, което описва количествено фотоефекта, е

$$h\nu = A + T_{\max}, \quad [0,5 \text{ т.}]$$

където A е отделителната работа, а T_{\max} е максималната кинетична енергия на фотоелектрона. Червената граница на фотоефекта се определя от отделителната работа, като

$$\nu = \frac{c}{\lambda} \rightarrow A = \frac{hc}{\lambda_0}. \quad [0,5 \text{ т.}]$$

Тогава можем да запишем

$$T_{\max} = hc \left(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda_0} \right). \quad [0,5 \text{ т.}]$$

Тъй като на максимално разстояние от фотокатода могат да се отдалечат електроните, които излитат от него със скорост, насочена перпендикулярно на повърхността му. Изменението на кинетичната енергия на електрона е равно на работата, извършена от електричната сила, т. е.

$$\Delta T = 0 - T_{\max} = -eEl, \quad [1 \text{ т.}]$$

където l е разстоянието, на което се е отдалечил електронът, а силата е противоположна на посоката на движение. Следователно имаме

$$l = \frac{T_{\max}}{eE} = \frac{hc}{eE} \left(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda_0} \right) \approx 1,2 \text{ cm}. \quad [1,5 \text{ т.}]$$

Задача 3Б. Електроните излитат с максимална скорост по големина равна на

$$\frac{mv_{\max}^2}{2} = \frac{hc}{\lambda} - A \rightarrow v_{\max} = \left[\frac{2}{m} \left(\frac{hc}{\lambda} - A \right) \right]^{1/2}, \quad [1 \text{ т.}]$$

като имат всички възможни посоки – от перпендикулярна на повърхността до успоредна на нея [0,5 т.]. Краят на петното върху анода се определя от фотоелектроните, които се отделят от края на кръга върху катода със скорост, успоредна на повърхността [0,5 т.]. Те се движат към анода равноускорително без начална скорост и го достигат за време $t = 2l/v$ [0,5 т.], където

$$\frac{mv^2}{2} = eU \rightarrow v = \sqrt{\frac{2eU}{m}}. \quad [1 \text{ т.}]$$

За това време електронът се е отместил, успоредно на повърхността, на разстояние $\Delta d = v_{\max} t$ [0,5 т.]. Тогава диаметърът на петното върху анода е

$$D = d + 2\Delta d = d + 4l \left(\frac{hc/\lambda - A}{eU} \right)^{1/2} \approx 1,4 \text{ mm}. \quad [2 \text{ т.}]$$