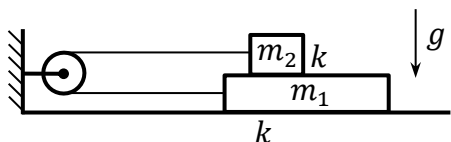


**МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА  
НАЦИОНАЛНО ЕСЕННО СЪСТЕЗАНИЕ ПО ФИЗИКА**

**11 – 13 ноември 2022 г., Сливен**

**Решения на темата за IV състезателна група (10. клас)**

**Задача 1. Трупчетата на нишка**



а) Освен външната сила  $F$  и силата на опън на нишката, при движението на трупчетата трябва да отчетем и силите на триене. На долното трупче действа не само силата на триене  $f_1 = k(m_1 + m_2)g$  [0,3 т.] с повърхността, но също така и силата на триене  $f_2 = km_2g$  [0,2 т.] с горното трупче. На горното трупче

действа само силата на триене  $f_2$  обратно на движението му. Когато дърпаме *долното* трупче надясно със сила  $F$ , от II принцип на Нютон следват уравненията:  $F - T_d - f_1 - f_2 = m_1 a$  [0,5 т.] (за долното трупче) и  $T_d - f_2 = m_2 a$  [0,5 т.] (за горното трупче). От друга страна, когато дърпаме *горното* трупче надясно със същата сила  $F$ , от II принцип на Нютон следват уравненията:  $T_r - f_1 - f_2 = m_1 a$  [0,5 т.] (за долното трупче) и  $F - T_r - f_2 = m_2 a$  [0,5 т.] (за горното трупче). Като използваме условието  $T_r = 2T_d$ , може да получим, че външната сила  $F = \frac{6km_2^2g}{2m_2 - m_1}$  [1 т.], а големината на ускорението на трупчетата е  $a = \frac{km_1g}{2m_2 - m_1}$  [1 т.].

б) Първоначално силата на опън на нишката е  $T_r = f_1 + f_2 + m_1 a = \frac{4km_2^2g}{2m_2 - m_1}$ . [0,5 т.] Нека да означим силата на опън при равномерно движение с  $T_p$ . Системата се движи равномерно, ако ускорението на трупчетата е нула, т.е.  $T_p = f_1 + f_2 = k(m_1 + 2m_2)g$ . [0,5 т.] По условие  $T_r = 3T_p$ , откъдето следва, че  $3m_1^2 = 8m_2^2$ , т.е.  $\frac{m_2}{m_1} = \frac{\sqrt{6}}{4} \approx 0,61$ . [1 т.]

в) След прерязването на нишката уравнението на Нютон за движението на горното трупче придобива вида:  $F_p - f_2 = m_2 a'$ . [0,5 т.] От уравненията по-горе следва, че силата  $F_p = f_1 + 2f_2 = k(m_1 + 3m_2)g$  [0,5 т.], откъдето  $k = \frac{m_2 a'}{(m_1 + 2m_2)g} = \frac{(3 - \sqrt{6})a'}{2g} \approx 0,11$  [1 т.]. Ускорението  $a = \frac{km_1g}{2m_2 - m_1} = \frac{m_1 m_2 a'}{4m_2^2 - m_1^2} = \frac{\sqrt{6}a'}{2} \approx 4,9 \text{ m/s}^2$ . [0,5 т.]

г) Външната сила  $F = \frac{6km_2^2g}{2m_2 - m_1} = \frac{6m_2^3 a'}{4m_2^2 - m_1^2} = \frac{9\sqrt{6}m_1 a'}{8} \approx 11 \text{ N}$  [0,5 т.], докато силата  $F_p = k(m_1 + 3m_2)g = \frac{m_2(m_1 + 3m_2)a'}{m_1 + 2m_2} = \frac{(5\sqrt{6} - 6)m_1 a'}{8} \approx 3,1 \text{ N}$  [0,5 т.].

**Задача 2. Трептяща система**



а) Началната еластична потенциална енергия на пружината е  $E_{п0} = \frac{k(\Delta x_0)^2}{2}$  [0,5 т.], откъдето  $k = \frac{2E_{п0}}{(\Delta x_0)^2} = 100 \text{ N/m}$ . [0,5 т.]

б) Външната сила се уравновесява от еластичната сила:  $F = k\Delta x_0 = \frac{2E_{п0}}{\Delta x_0} = 8 \text{ N}$ . [1 т.]

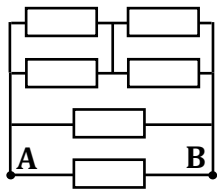
в) Съдът има максимално ускорение в положенията на максимално свиване или разтягане на пружината. [0,5 т.] Тогава  $(m + M)a_{\max} = k\Delta x_0$ , откъдето  $m + M = \frac{k\Delta x_0}{a_{\max}} = \frac{2E_{п0}}{\Delta x_0 a_{\max}}$ . [1 т.] От закона за запазване на пълната механична енергия  $E$  на системата следва, че скоростта на съда е максимална, когато пружината е неразтегната и съответно тогава няма еластична

потенциална енергия:  $E = \frac{(m+M)v_{\max}^2}{2} = E_{\text{п0}}$ . [1 т.] Следователно  $v_{\max} = \sqrt{\frac{2E_{\text{п0}}}{m+M}} = \sqrt{\Delta x_0 a_{\max}} = 0,4 \text{ m/s}$ . [1 т.]

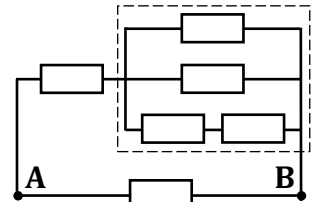
г) Първоначалният период на трептене е  $T = 2\pi\sqrt{\frac{m+M}{k}}$ . [0,3 т.] След премахването на теглилка съдът трепти с период  $T' = 2\pi\sqrt{\frac{M}{k}}$ . [0,2 т.] Следователно  $\sqrt{\frac{M}{k}} = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{m+M}{k}}$  и  $M = \frac{m+M}{4} = \frac{E_{\text{п0}}}{2\Delta x_0 a_{\max}} = 1 \text{ kg}$ . [1 т.] Оттук  $m = 3M = \frac{3E_{\text{п0}}}{2\Delta x_0 a_{\max}} = 3 \text{ kg}$ . [1 т.]

д) Когато пружината е наполовина разтегната спрямо нейното максимално разтегнато състояние, пълната механична енергия на трептящата система е  $E = \frac{Mv'^2}{2} + \frac{k}{2}\left(\frac{\Delta x_0}{2}\right)^2 = \frac{Mv'^2}{2} + \frac{E_{\text{п0}}}{4} = E_{\text{п0}}$ . [1 т.] Следователно получаваме, че  $v' = \sqrt{\frac{3E_{\text{п0}}}{2M}} = \sqrt{3\Delta x_0 a_{\max}} \approx 0,7 \text{ m/s}$ . [1 т.]

### Задача 3. Електрически вериги (задачата се състои от две независими части)

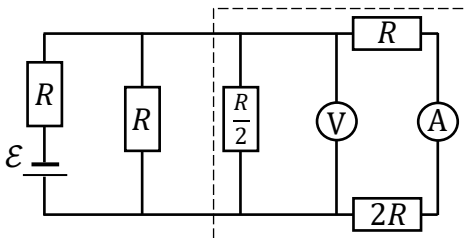


**Част I** Електрическата верига може да се представи еквивалентно по начина, показан на фигурата вляво. Горните двойки от успоредно свързани резистори са еквивалентни на резистор със съпротивление  $2(R_0/2) = R_0$ . [0,5 т.] Оттук следва, че съпротивлението



между точките **A** и **B** е  $R_{\text{AB}} = R_0/3$ . [0,5 т.] Ако премахнем проводника между точките **C** и **D**, ще получим веригата по-горе вдясно. [1 т.] Съпротивлението на оградената част от веригата е  $\frac{2R_0(R_0/2)}{2R_0+R_0/2} = \frac{2R_0}{5}$ . [0,5 т.] Еквивалентното съпротивление между точките **A** и **B** ще бъде

$R'_{\text{AB}} = \frac{R_0(7R_0/5)}{R_0+7R_0/5} = \frac{7R_0}{12}$  [0,5 т.], т.е. съпротивлението нараства  $\frac{R'_{\text{AB}}}{R_{\text{AB}}} = \frac{7}{4} = 1,75$  пъти [0,5 т.].



**Част II а)** Може да се съобрази, че волтметърът показва напрежението върху двата най-десни резистора, като токът през тях е същият като тока през амперметъра. Следователно  $U = 3IR$  [1 т.] и  $R = \frac{U}{3I} = 10 \Omega$  [0,5 т.]. Съпротивлението на оградената част от веригата (вж. фигурата вляво) е  $R_{\text{орп}} = \frac{3R(R/2)}{3R+R/2} = \frac{3R}{7}$ . [0,5

т.] Еквивалентното съпротивление на веригата е  $R_{\text{екв}} = R + \frac{RR_{\text{орп}}}{R+R_{\text{орп}}} = R + \frac{R(3R/7)}{R+3R/7} = R + \frac{3R}{10} = \frac{13R}{10}$ . [0,5 т.] Токът през батерията е  $I_{\epsilon} = \frac{\epsilon}{R_{\text{екв}}} = \frac{10\epsilon}{13R} = \frac{30\epsilon}{13U} I$ . [0,5 т.] От друга страна,  $I_{\epsilon} = \frac{10U}{3R} = 10I$  [0,5 т.], т.е.  $\epsilon = \frac{13U}{3} = 13 \text{ V}$  [0,5 т.].

б) Откачването на амперметъра е еквивалентно на откачване на двата най-десни резистора, тъй като през тях вече няма да тече ток. [0,5 т.] По този начин веригата ще има съпротивление  $R'_{\text{екв}} = R + \frac{R(R/2)}{R+R/2} = \frac{4R}{3}$  [0,5 т.] и токът през батерията ще бъде  $I'_{\epsilon} = \frac{\epsilon}{R'_{\text{екв}}} = \frac{13U}{4R} = \frac{39}{4} I$  [0,5 т.]. Процентното намаление на тока през батерията е  $\frac{I_{\epsilon} - I'_{\epsilon}}{I_{\epsilon}} = \frac{1}{40} = 2,5\%$ . [1 т.]