



III кръг, 7 май 2022 г.

Ученици от 7-8 клас – решения

1 задача. Геосинхронен спътник. Участник в астрономическата олимпиада от Бургас е изпълнил своята мечта и е станал космонавт. Той лети в кръгова орбита около Земята на борда на изследователски кораб-спътник. Орбитата на спътника е полярна – тя минава над двата полюса на Земята. Орбиталният период на спътника е равен на периода на околоосно въртене на нашата планета.

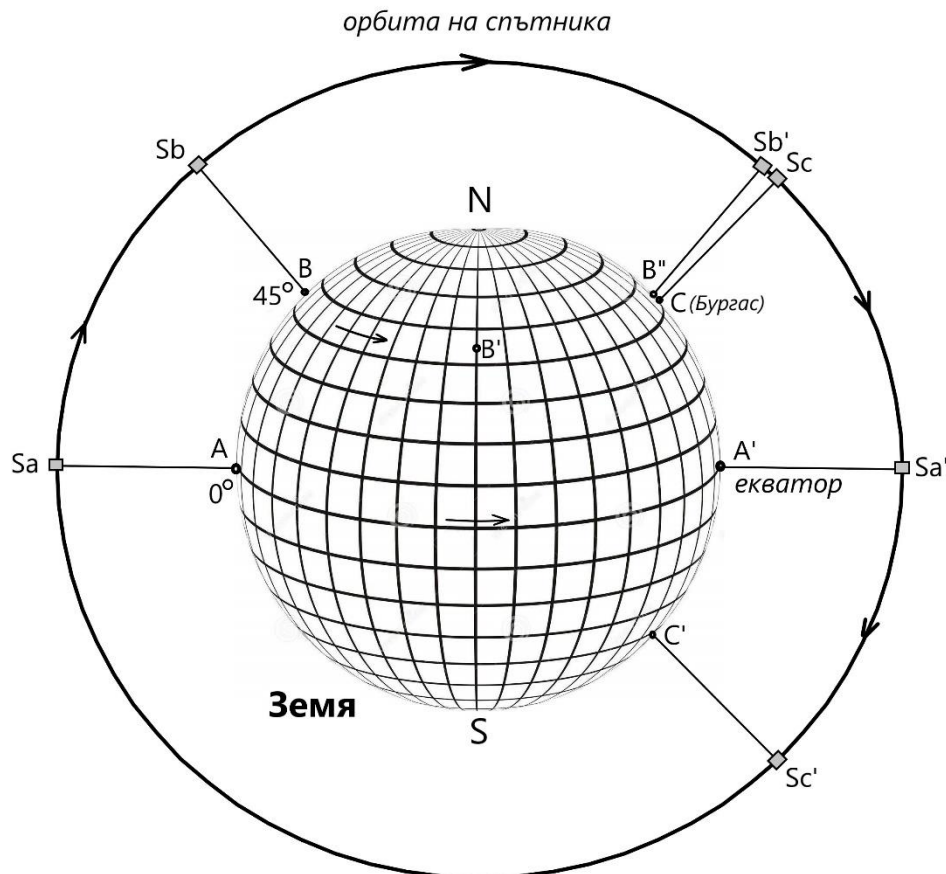
• **А)** За наблюдатели в някои точки от земната повърхност спътникът минава през зенита. Колко на брой са тези точки върху екватора на Земята?

• **Б)** Движейки се на север, спътникът прелита над точка с географска ширина 45°N . Колко време след това той отново ще се окаже над точка от същия географски паралел? На какво разстояние по географска дължина ще отстоят тези две точки една от друга?

• **В)** В даден момент космонавтът вижда, че корабът му прелита над неговия любим град Бургас ($\varphi = 42^\circ 30' \text{ N}$, $\lambda = 1^{\text{h}} 50^{\text{m}} \text{ E}$). По това време корабът се движи на юг. След като пресече екватора, корабът преминава над точка от южното полукуълбо с географска ширина $\varphi = 42^\circ 30' \text{ S}$. Каква ще бъде нейната географска дължина?

Решение (13т.):

На схемата е изобразена Земята с орбитата на спътника.



Нека в първия момент корабът-спътник се намира в точка Sa от своята орбита, над точка A от земния екватор. След като направи половин орбитална обиколка, спътникът ще бъде в точка Sa'. Това ще се случи след време, равно на половината от орбиталния период на спътника, който пък е равен на периода на околоосно въртене на Земята. Следователно за същото време точка A от земната повърхност ще се завърти заедно със земното кълбо и ще се окаже в положение A' – т.е. спътникът ще прелети отново над същата точка от екватора. Това ще се повтаря винаги след всяка половина от орбиталния период на спътника. Така стигаме до извода, че точката от земния екватор, над която прелита спътникът, е само една.

Нека сега спътникът да се намира над точка B, на 45° северна ширина (в положение Sb) и да лети в посока север. Докато достигне отново 45-градусовия паралел на Земята, спътникът ще измине $45^\circ + 45^\circ = 90^\circ$, или една четвърт от своята обиколка и ще се окаже в положение Sb'. Орбиталният период на спътника е равен на периода на въртене на Земята около нейната ос, или 23^h56^m . Спътникът ще прелети разстоянието от точка Sb до точка Sb' за време $t = 23^h56^m / 4 \approx 5^h59^m$. За това време обаче, точка B ще се завърти също на 90° заедно със Земята и ще се окаже в положение B'. А спътникът ще бъде над точка B'', която е на 90° разстояние по географска дължина от първата точка, над която е прелетял спътникът.

От момента, в който корабът-спътник прелита над Бургас (положение Sc над точка C от земната повърхност), до момента, когато той се оказва в положение Sc' над точка C', корабът ще е изминал по своята орбита ъгъл $2\varphi = 85^\circ$. Това ще стане за време:

$$t = \frac{85^\circ}{360^\circ} \cdot 23^h56^m \approx 5^h39^m$$

През това време Земята ще се е завъртяла около своята ос на също такъв ъгъл, в посока изток, както е известно. Следователно точката C', над която ще се окаже корабът, ще бъде на 5^h39^m западно по географска дължина от Бургас. Понеже Бургас има 1^h50^m източна дължина, точката C' ще бъде на запад от Гринуичкия меридиан. Нейната географска дължина ще бъде:

$$\lambda = 1^h50^m - 5^h39^m = -3^h49^m = 3^h49^m \text{ W}$$

Критерии за оценяване (общо 13 т.):

A) За правилни разсъждения и обяснения – 3 т.

За правилен краен извод – 1 т.

B) За правилни разсъждения и обяснения – 3 т.

За пресмятания и верен краен резултат – 2 т.

B) За правилни разсъждения и обяснения – 2 т.

За пресмятания и верен краен резултат – 2 т.

Забележка: Ако при пресмятанията в подусловия B) и B) участникът е използвал слънчевото денонощие вместо звездното, оценката да се намали с 1 т. (не за всяко подусловие по 1 т., а 1 т. общо за двете подусловия).

2 задача. Лунно затъмнение. На 16-ти юли 2000 г. от Земята се наблюдаваше едно от най-продължителните пълни лунни затъмнения за последните 100 години. Тогава Луната премина централно през сянката на Земята – по време на максималната фаза центровете на земната сянка и на Луната практически съвпадаха. Ето някои важни параметри на това затъмнение:

- Момент на максимална фаза – $13^h55^m35^s$ UT (Универсално време)
- Първи контакт със сянката – $11^h57^m35^s$ UT
- Момент, в който Луната навлиза напълно в сянката – $13^h02^m23^s$ UT

- Момент, в който Луната започва да излиза от сянката – $14^{\text{h}}48^{\text{m}}47^{\text{s}}$ UT
- Последен контакт със сянката – $15^{\text{h}}53^{\text{m}}35^{\text{s}}$ UT
- Деклинация на Луната по време на максималната фаза $\delta = -21^{\circ}13'25''$

• А) Било ли е възможно от България да се наблюдава някаква част от това затъмнение? Защо?

• Б) Намерете географските координати на точката, в която Луната се е виждала в зенита в момента на максималната фаза на затъмнението.

• В) Трима млади астрономи са пътешествали до различни точки от земния меридиан, за който в момента на максимална фаза на затъмнението Луната е била в горна кулминация. Осмокласникът е виждал Луната на юг, а седмокласникът – на север. Какви са могли да бъдат техните географски ширини? Шестокласникът по грешка е попаднал на диаметрално противоположния меридиан. Дали все пак на този меридиан могат да се намерят точки, от които Луната в същия момент да се вижда над хоризонта? Приемете, че разстоянието от Земята до Луната е много по-голямо от земния радиус.

• Г) Оценете приблизително диаметъра на земната сянка, който е бил прекосен от Луната по време на затъмнението. Разстоянието от Земята до Луната е $384\,000\text{ km}$. Сидеричният лунен месец е равен на 27.32 денонощия, а синодичният лунен месец е равен на 29.53 денонощия.

Решение:

А) На 16-ти юли в България се използва лятно часово време. Това означава, че за да получим в характерните моменти на затъмнението в местното за нашата страна време, трябва да добавим 3 часа към часовете по универсално време (UT).

От дадените ни часове се вижда, че първият контакт със сянката е бил в $11^{\text{h}}57^{\text{m}}35^{\text{s}}$ по универсално време, а последният контакт в $15^{\text{h}}53^{\text{m}}35^{\text{s}}$ по UT. Тези моменти съответстват на $14^{\text{h}}57^{\text{m}}35^{\text{s}}$ и $18^{\text{h}}53^{\text{m}}35^{\text{s}}$ по българско време.

По време на лунно затъмнение, Луната е във фаза Пълнолуние, поради което тя се намира на 180° от Слънцето и изгрява в момента на слънчевия залез. През юли месец, обаче, Слънцето залязва значително след последния контакт между сянката на Земята и Луната. *В средата на юли Слънцето залязва около 21ч.* Това означава, че никаква част от затъмнението не е била видима за нашата страна.

Б) Деклинацията на Луната по време на затъмнението е била $-21^{\circ}13'25''$. Това означава, че точката, за която Луната е била в зенита има географска ширина $\varphi = -21^{\circ}13'25''$.

Понеже по време на лунно затъмнение, Луната се намира в противоположната точка по небето, спрямо Слънцето, то тя ще е в горна кулминация в момент на местна полунощ.

Максималната фаза на затъмнението е настъпила в $13^{\text{h}}55^{\text{m}}35^{\text{s}}$ UT. Това означава, че това е часът по местно време за Гринуичкия меридиан. Следователно, местното време ще е бъде $0^{\text{h}}0^{\text{m}}0^{\text{s}}$ за меридиан, който е $10^{\text{h}}4^{\text{m}}25^{\text{s}}$ източно от Гринуич. Превръщайки в градуси получаваме, че географската дължина на този меридиан е $151^{\circ}6'15''$. *Мястото с намерените координати е разположено в Тихия океан, западно от континента Австралия, близо до щата Куинсленд.*

В) При положение, че приемаме разстоянието до Луната за безкрайно голямо, то следва, че тя се вижда от половината площ на Земята. С други думи, ако Луната е на хоризонта за даден наблюдател, то тя е на хоризонта и за неговия срещуположен.

За да се вижда Луната на юг, то наблюдателят трябва да се в място, чиято географска ширина е по-голяма от лунната деклинация. Следователно, осмокласникът трябва да има ширина, която отговаря на следното условие: $\varphi > -21^{\circ}13'25''$. От друга страна, обаче, Луната не трябва да е неизгряващо светило за него. Следователно, той трябва да има географска ширина, която отговаря на следното условие: $\varphi < 90 - |\delta| < 68^{\circ}46'35''$.

Седмокласникът, който вижда Луната в горна кулминация на север би следвало да се намира на юг от паралела с географска ширина $\varphi = -21^{\circ}13'25''$. Всъщност, той би могъл да бъде във всяка точка от този паралел, чак от Южния полюс.

Шестокласникът, който явно поради неопитност е объркал правилния меридиан с неговия срещуположен, би могъл също да вижда Луната по време на затъмнението! За целта, той трябва да се намира в област около Южния полюс, в която Луната е незалязващо светило (когато Луната е в горна кулминация за неговите приятели, за него тя ще е в долна кулминация). Тъй като приемаме, че Луната е безкрайно далече, то той трябва да бъде на отстояние от полюса не по-голямо от $|\delta|$. Следователно, неговата географска ширина трябва да отговаря на следното условие: $\varphi < -90 + |\delta| < -68^{\circ}46'35''$.

Г) Луната изминава диаметъра на земната за интервала от време между първия контакт със сянката и момента, в който започне да излиза от нея. Продължителността му е $t = 2\text{h}51\text{m}12\text{s}$. *Всъщност, можем да използваме и интервала от време между момента, в който Луната навлиза напълно в сянката и момента, в който напълно излиза от нея, резултатът би бил същият.*

Луната прави една обиколка по орбитата си около Земята за един сидеричен месец. Същевременно, обаче, земната сянка също се движи на фона на звездите, с ъглова скорост, която е равна на ъгловата скорост, с която Слънцето се движи по еклиптиката (или Земята по своята орбита). Тъй като двете движения са в една и съща посока, то можем да заключим, че ъгловата скорост на Луната, относно сянката е равна на тази, която Луната има относно Слънцето. Това означава, че периодът, за който Луната прави една обиколка по орбитата си относно сянката на Земята е равен на периода, през който се сменят лунните фази, а именно синодичният период T_{SYN} .

От тук следва, че ако r е разстоянието между Земята и Луната, то дължината диаметър на сянката, през който Луната преминава е:

$$d = \frac{t}{T_{SYN}} 2\pi r \approx 9\,700\text{km}.$$

Критерии за оценка:

А) – 2т.

За съобразяване на характерните моменти на затъмнението по местно време за България – 1т.

За съобразяване, че затъмнението няма да се вижда в България – 1т.

Б) – 3т.

За съобразяване на географската ширина на мястото, където Луната е била в зенита – 1т.

За съобразяване, че там трябва да е местна полунощ, правилен метод за намиране на географската дължина и правилен отговор – 2т.

Съображението за това къде по земното кълбо се намира точката, за която Луната е в зенита не се изисква от учениците.

В) – 4т.

За правилен метод за намиране на диапазоните, в които трябва да са географските ширини на осмокласника и седмокласника и верни числени – за всеки по 1т.

За съобразяване на факта, че шестокласникът все пак има възможност да вижда Луната, правилен метод за намиране на диапазона от географски ширини – 2т.

Г) – 4т.

За правилно съобразяване на интервала от време, който трябва да се използва и вярна числена стойност – 1т.

За правилно съображение кой от лунните месеци следва да се използва – 2т.

За правилни математически съображения (може и различни от авторските) за намиране на диаметъра от сянката и верен числен резултат – 1т.

3 задача. Близки свръхнови звезди. Взривовете на свръхнови звезди са сред най-мощните експлозии, които наблюдаваме в космоса, но почти всички те са безопасни за Земята, тъй като се случват на огромни разстояния. Според съвременните оценки в Млечния път избухва по една свръхнова средно на 50 години.

Приемете, че дискът на нашата Галактика има ефективен радиус 15 000 парсека и ефективна дебелина 400 парсека. За „Слънчева околност” се счита пространството в рамките на 100 парсека разстояние от Слънцето (1 парсек \approx 3.26 светлинни години).

• **А)** Веднъж на колко години се очаква да избухва свръхнова в Слънчевата околност? Свръхновите избухват главно в диска на Галактиката.

• **Б)** Слънцето е на разстояние 8200 парсека от центъра на Галактиката и обикаля около него със скорост 220 km/s. Оценете колко свръхнови звезди избухват в Слънчевата околност за една обиколка на Слънцето около центъра на Галактиката.

• **В)** Основният риск от потенциални взривове на близки свръхнови е свързан с мощното гама-лъчение, което може да повреди озоновия слой в земната атмосфера. В резултат от такива експлозии до Земята могат и да достигат малки количества радиоактивни частици. Ако свръхнова избухне на 20 парсека от Земята и скоростта на изхвърляне на материята при експлозията е 20 000 km/s, то колко години след като видим свръхновата, радиоактивните частици от обвивката ѝ ще достигнат Земята?

• **Г)** В момента има две звезди в Слънчевата околност, които очакваме да избухнат като свръхнови. Една от тях е ярка синьо-бяла двойна звезда – и двете ѝ компоненти са от спектрален клас В и имат маси съответно 11.4 и 7.2 слънчеви маси. По време на националния кръг на олимпиадата, при наблюдение от Бургас, звездата е в горна кулминация около 23^h40^m българско време, ниско на юг. Случва се Луната да я затъмнява. Коя е звездата?

Може да използвате картата, дадена в приложенията.

Решение (12т.):

А) Апроксимираме (приближаваме) диска на Галактиката с цилиндър с радиус $R_G = 15\,000$ pc и височина $h = 400$ pc. Обемът на това пространство е:

$$V_G = \pi R_G^2 h$$

Слънчевата околност е сфера с радиус $R_S = 100$ pc. Обемът ѝ е:

$$V_S = \frac{4}{3} \pi R_S^3$$

Отношението на обемите е $V_S/V_G = 67\,500$.

Вероятността, дадена свръхнова в Галактиката да избухне в Слънчевата околност, оценяваме на 1:67500, следователно очакваното средно време между две такива избухвания е $t = 67500 \times 50 \text{ yr} = 3.375 \times 10^6 \text{ yr}$, т.е. 3.375 милиона години. **(4т.)**

Б) Периодът за обикаляне на центъра на Галактиката е равен на дължината на обиколката, разделена на скоростта:

$$T = \frac{2\pi r}{v} = 229 \times 10^6 \text{ yr}$$

Средният брой свръхнови, които избухват в Слънчевата околност за една обиколка, е:

$$N = \frac{T}{t} = 68$$

(2т.)

В) Разстоянието до свръхновата е $d = 20$ pc = 65.2 светлинни години. Виждаме свръхновата $t_0 = 65.2$ yr след избухването.

Времето за пристигането на частиците със скорост $v_1 = 20\,000 \text{ km/s} = (1/15)c$ е:

$$t_1 = \frac{d}{v_1} = 978 \text{ yr}$$

Търсенето време е времето от момента, в който виждаме избухването, до момента, в който частиците от обвивката пристигат до Земята, т.е.

$$t_1 - t_0 = 912.8 \text{ yr}$$

(4т.)

Г) Олимпиадата се провежда на 7 май, т.е. 48 дни след пролетното равноденствие на 20 март. За 15 дни Слънцето се премества с около 1h по ректасцензия, т.е. ректасцензията на Слънцето по време на олимпиадата е около 3h. Средата на нощта е около 1:10 часа поясно време (+1h заради лятното часово време и +10 min заради разстоянието до средата на часовия пояс). В средата на нощта звездното време е с 12 h повече от ректасцензията на Слънцето, т.е. 15 h. В 23:40, т.е. 1.5 h по-рано, звездното време е около 13.5 h. Приблизително такава е ректасцензията на търсената звезда (тъй като звездното време е ректасцензията на звездите в горна кулминация).

Щом кулминира ниско на юг, гледано от България, деклинацията на звездата е малка, може би отрицателна, но не по-малка от около -45° .

Ярката синя звезда в тази област от пролетното небе е Спика (ректасцензия $\alpha = 13\text{h } 25\text{m}$, деклинация $\delta = -11^\circ$).

(2т.)

4 задача. Нощ над Еренбург. Пред вас е снимка на нощното небе, направена на хълма Еренбург в югоизточната част на Германия. В приложението след задачите ще намерите същото изображение в негативен вид и с увеличен размер, което следва да използвате при решаването на задачата.

- А) Снимката е направена с продължителна експонация. Поради видимото денонощно въртене на звездното небе изображенията на звездите са части от концентрични дъги – звездни трекове. Направете необходимите построения и измервания и определете колко време е продължила експонацията.

- Б) Отбележете на снимката трековете на звездите Кохаб и Мицар.

- В) Определете звездното време в момента на започването на експонацията. Екваториалните координати на звездата Дубхе са $\alpha = 11^{\text{h}}03^{\text{m}}48^{\text{s}}$, $\delta = 61^\circ44'$. Снимката е направена на 8 септември 2001 г. Приблизително колко часа е било по местното слънчево време? (Тясната страна на кадъра е успоредна на математическия хоризонт.)

- Г) Параклисът на хълма има географски координати $\varphi = 49^\circ43' \text{ N}$, $\lambda = 0^{\text{h}}44^{\text{m}}37^{\text{s}} \text{ E}$. Определете положението на линията на математическия хоризонт и я начертайте върху даденото ви негативно изображение (тя може да не съвпада с видимия хоризонт и да се окаже по-високо или по-ниско от него, дори извън границата на снимката).



Решение (12т.): За едно денонощие звездите правят един оборот около Северния небесен полюс. Следователно за 1 час звездно време те ще се преместят относно полюса на ъгъл равен на 15° . Може да предположим къде е Северният небесен полюс като използваме разположението на дъгите на звездите, които са близко до полюса, както и много късата дъга на Полярната звезда. Предвид неголемият ъгъл на дъгите и големите

Ъглови разстояния по снимката може да използваме за полюс и самата Полярна звезда. Построяваме лъчи с начало в Северния небесен полюс, примерно в Полярната звезда, които да пресичат началото и края на една, две или три от дъгите, които звездите са оставили върху снимката. Измерваме ъгъла между така построените лъчи и получаваме ъгъл в границите на 14 - 15 градуса. Следователно продължителността на експонацията е била около 55-60 минути, т.е. около 1 час.

Лесно се разпознават конфигурациите на двете най-известни съзвездия – Голямата мечка и Малката мечка. Кохаб е втората по яркост звезда от съзвездието Малка мечка. Мицар е средната звезда от опашката на Голямата мечка. Нейният трек започва извън кадъра, но по-голямата част от него се вижда върху изображението, вляво, в долната половина на снимката.

Звездното време обикновено се определя като часовият ъгъл на пролетната равноденствена точка. Часовият ъгъл се отчита по небесния екватор от пресечната му точка с меридиана на мястото, т.е. от посоката юг, на запад, в посока противоположна на нарастването на ректасцензията. Ректасцензията е равна на 0h в пролетната равноденствена точка и расте до 24h, в посока на изток от нея. Лесно се съобразява, че когато пролетната равноденствена точка е точно на юг, звездното време е 0h. С напредване на времето, поради въртенето на Земята, пролетната равноденствена точка се придвижва на запад. Нейният часови ъгъл нараства, а с него расте и звездното време. Лесно се съобразява, че ако разглеждаме скалата на ректасцензията върху небесния екватор като циферблат, то меридианът на мястото, в посока юг, може да се разглежда като стрелка, която отчита звездното време по „циферблата“. Особеното тук е, че за наблюдател на земната повърхност, „стрелката“ е неподвижна, а „циферблатът“ се върти, като прави един оборот за едно звездно денонощие, т.е. за един оборот на Земята около оста ѝ относно звездите (а не относно Слънцето).

Нека определим звездното време в началото на експонацията на снимката. Когато гледаме към Северния небесен полюс звездите се въртят около него в посока обратна на часовниковата стрелка. Следователно на началото на експонацията отговаря левият край на треквете на звездите, които в момента преминават под полюса. Спускаме вертикална линия от полюса и измерваме ъгъла на който е отместено наляво началото на трека на Дубхе. Този ъгъл е равен на 8.7° . Превръщаме този ъгъл във време и виждаме, че в началото на експонацията Дубхе се е намирала на $0^h34^m48^s$ преди долна кулминация. Следователно в долна кулминация е била точка с ректасцензия $\alpha_{\text{дк}} = \alpha - 0^h34^m48^s = 10^h29^m$. Тогава в горна кулминация, на юг, е била точка с координати:

$$\alpha_{\text{гк}} = \alpha_{\text{дк}} + 12^h = 22^h29^m = s$$

Това е и звездното време s в началото на експонацията.

Местното слънчево време зависи от положението на Слънцето относно меридиана на мястото. Нека определим приблизителните координати на Слънцето. Снимката е направена на 8 септември 2001 година. Есенното равноденствие е настъпило на 23 септември, т.е. 15 дни по-късно. За целта трябва да определим средно на какъв ъгъл се премества Слънцето през годината за 1 ден, да го умножим по 15 и да извадим получената стойност от ректасцензията на Слънцето по време на есенното равноденствие, която е равна на 12^h :

$$\alpha_{\text{Sol}} = 12^h - \frac{15}{365.25} \cdot 24^h = 11^h.014 \approx 11^h00^m50^s$$

Виждаме, че ректасцензията на Слънцето се отличава от ректасцензията на Дубхе само с 3 часови минути. Дубхе се е намирала на $0^h34^m48^s$ преди долна кулминация. Следователно Слънцето се е намирало на около 31 минути преди долна кулминация или местното слънчево време е било 23^h29^m , около половин час преди полунощ.

Височината на полюса над математическия хоризонт е равна на географската ширина φ на мястото. Следователно математическия хоризонт е на $49^\circ43'$ под Северния небесен полюс. Измерваме с линия разстоянието от полюса до трека на Дубхе и

получаваме, че то е равно на $x = 118 \text{ mm}$. Това разстояние съответства на ъгловото разстояние от Дубхе до полюса $\Delta\gamma = 90^\circ - \delta = 28^\circ 16'$. Тогава разстоянието от полюса до математическия хоризонт в милиметри, в мащаба на изображението е равно на:

$$h_{mm} = \frac{\varphi}{\Delta\gamma} \cdot x = 208 \text{ mm}$$

По вертикална линия нанасяме това разстояние, тръгвайки от Северния небесен полюс. Построяваме перпендикулярна линия към нея и получаваме схематично изображение на математическия хоризонт. (Виж приложението към решенията)."

Критерии за оценяване (общо 12 т.):

А) За правилен метод при определяне на продължителността на експонацията – 1 т.

За правилен краен резултат – 1 т.

Б) За правилно отбелязване на трековете – 2 т.

В) За правилно разсъждения при определянето на звездното време – 2 т.

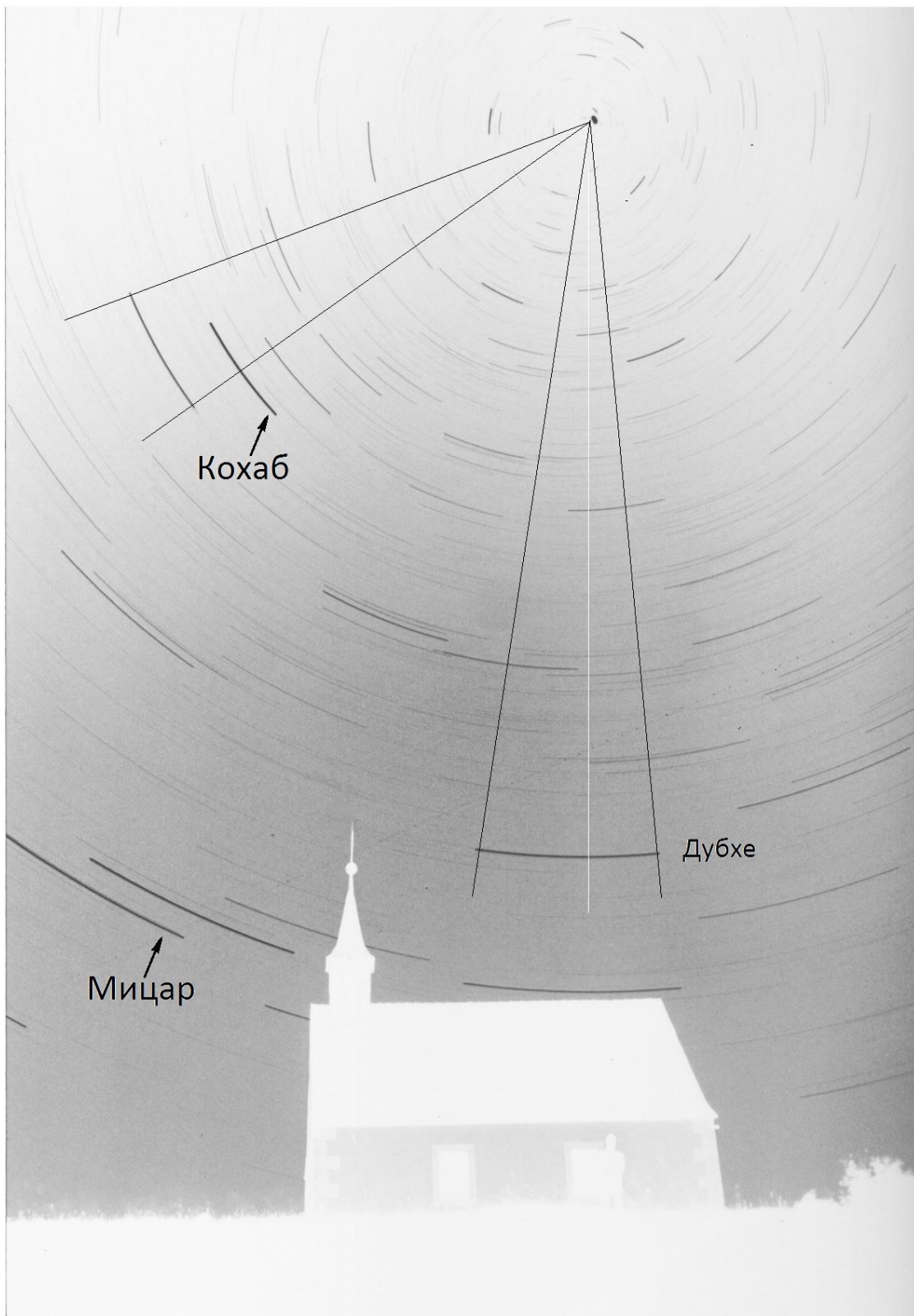
За верен краен резултат – 1 т.

За правилни разсъждения при определянето на местното слънчево време – 2 т.

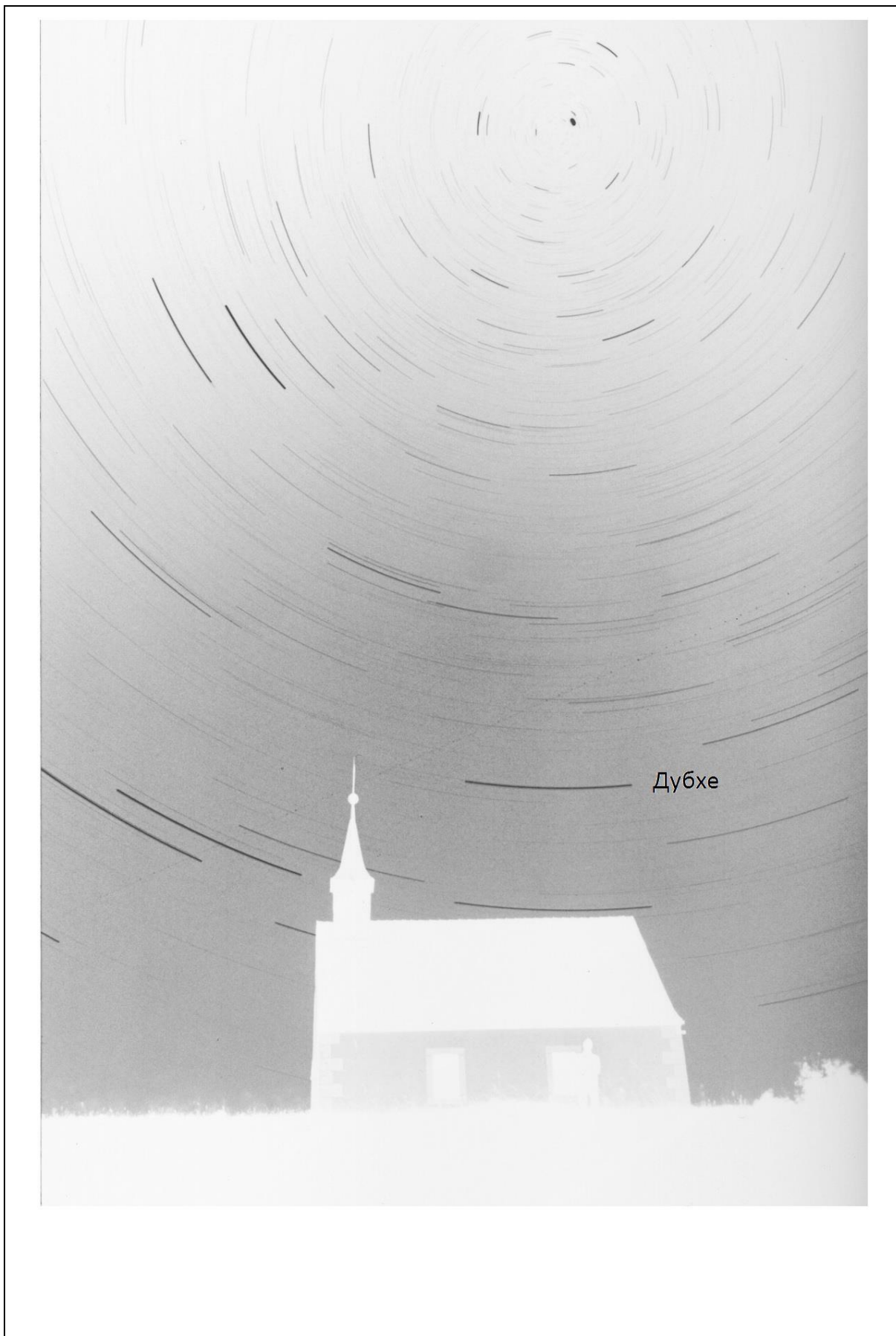
За правдоподобен краен резултат – 1 т.

Г) За правилни разсъждения относно връзката на географската ширина и взаимното разположение на небесния полюс и математическия хоризонт – 1 т.

За правилно построяване на математическия хоризонт – 1 т.

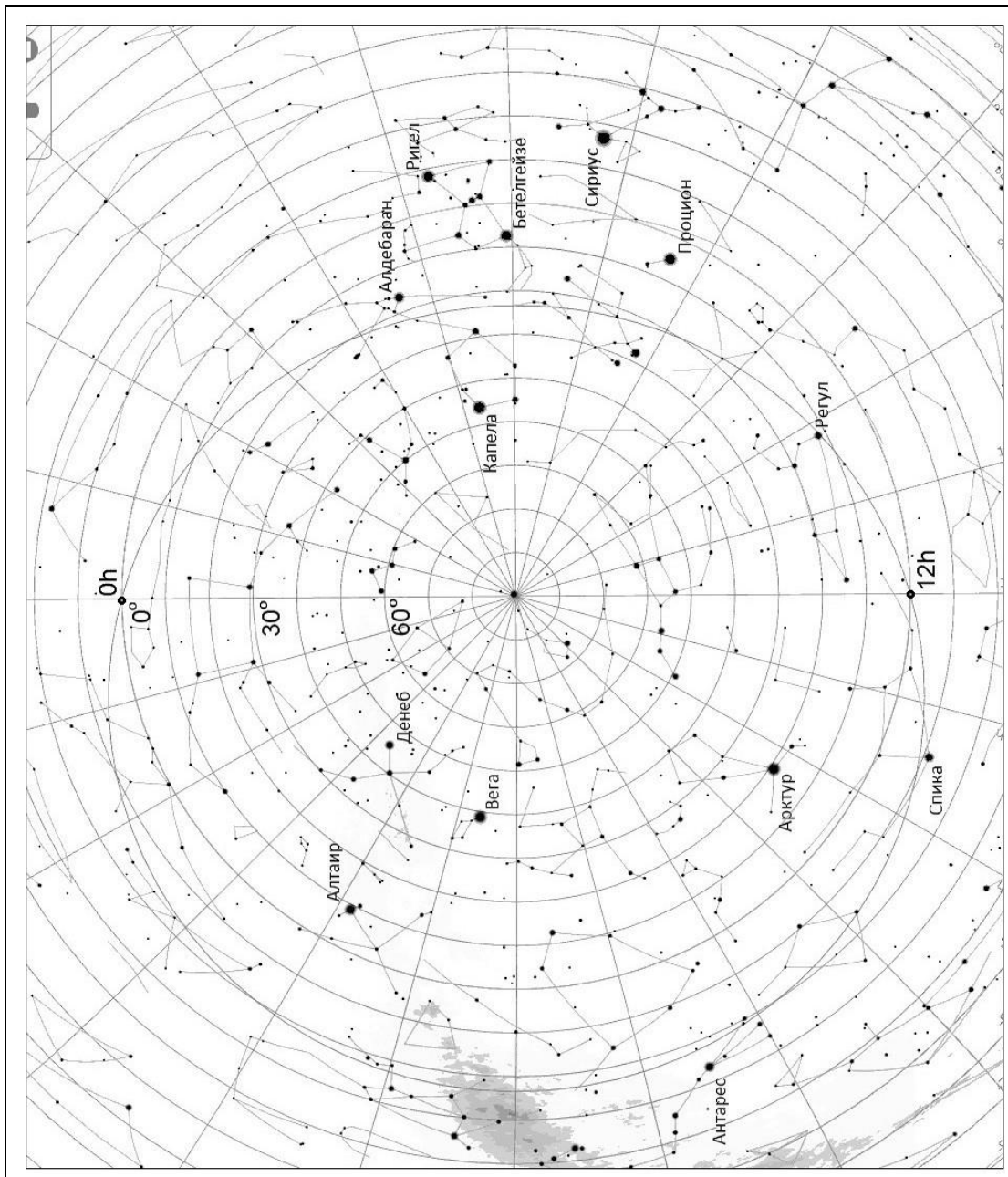


Математически хоризонт



Нощ над Еренбург

Предайте този лист с вашите решения на задачите!



Карта на северното небе с екваториална координатна мрежа и еклиптика.

Предайте този лист с вашите решения на задачите!