

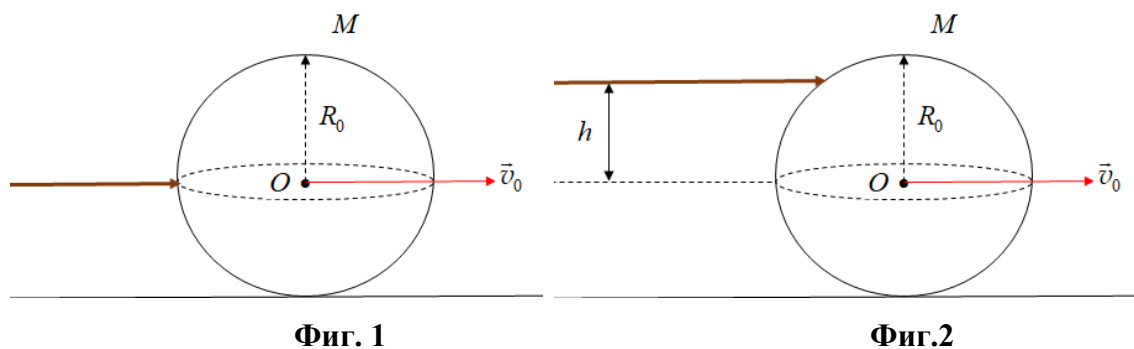
МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА  
НАЦИОНАЛЕН КРЪГ НА ОЛИМПИАДАТА ПО ФИЗИКА

Тема за V състезателна група (11. и 12. клас)

Теоретичен етап – 1 април 2022 г.

**Задача 1. Теория на билиардните топки**

Да разгледаме удар на билиардна топка с щек. Масата на топката е  $M$ , радиусът ѝ е  $R_0$ , началната скорост на центъра  $O$  на масата на топката веднага след удара е  $v_0$ , а коефициентът на триене при хлъзгане е  $k$ , земното ускорение е  $g$ . Инерчният момента на топката спрямо ос, минаваща през центъра на масата  $O$  е  $I = \frac{2}{5}MR_0^2$ . Топката се намира върху хоризонтална повърхност. По време на удара щеката упражнява върху топката за много кратко време сила, насочена успоредно на щеката.



а) **Централен удар.** Нека по време на удара щеката е насочена хоризонтално към центъра  $O$  на топката, както е показано на фиг. 1. Да се определи след колко време  $\tau_0$ , топката ще започне да се търкаля без хлъзгане. Каква е скоростта  $v$  на топката в този момент? [3 т.]

б) **Нецентрален удар.** Нека по време на удара щеката е насочена хоризонтално, но на височина  $h$  над хоризонталната екваториална равнина на топката, както е показано на фиг. 2. Да се намери височината  $h_0$ , при която веднага след удара топката започва да се търкаля без хлъзгане. [3 т.]

в) Да се определи след колко време  $\tau_1$  топката ще започне да се търкаля без хлъзгане, ако  $h > h_0$ . Да се намери скоростта  $v_1$  на центъра на масата  $O$  на топката в този момент. [4 т.]

г) Да се определи след колко време  $\tau_2$  топката ще започне да се търкаля без хлъзгане, ако  $h < h_0$ . Да се намери скоростта  $v_2$  на центъра на масата  $O$  на топката в този момент. [4 т.]

д) Опишете качествено какво би се случило в случаите в) и г), ако преди билиардната топка да започне да се търкала, се удари с друга билиардна топка със същата маса  $M$ , намираща се в покой. Приемете, че между двете топки не действат сили на триене.

Опишете движението на двете топки и когато  $h < 0$ , т.е. щеката удря първата топка под централната хоризонтална екваториална равнина. [1 т.]

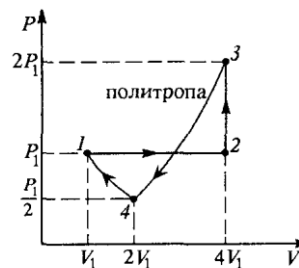
## Задача 2. Топлинна машина

Задачата се състои от две независими части.

### Част А.

Работното вещество на топлинна машина е един mol двуатомен идеален газ. Работният цикъл на машината е показан на фиг. 2. Той включва следните по вид процеси: 1–2 изобарен, 2–3 изохорен, 3–4 политропен\*, 4–1 изотермен. За политропния процес с идеален газ е в сила съотношението  $PV^n = \text{const}$ , където:

$$n = \frac{C_p - C}{C_v - C}.$$



Фиг. 2

Тук  $C$  е топлинният капацитет на газа при политропния процес, а  $C_p$  и  $C_v$  са топлинните капацитети съответно при изобарния и при изохорния процес.

а) Пресметнете стойността на  $C$ . [2,5 т.]

б) Докажете какъв по вид е работния цикъл – цикъл за работа на топлинен двигател или цикъл за работа на хладилна машина (топлинна помпа). [5,5 т.]

в) Определете, в зависимост от доказаното в пункт б), или възможния КПД  $\eta$  на топлинния двигател или коефициентите на ефективност  $\phi$  на хладилника и  $\psi$  на топлинната помпа. [2 т.]

\*Пояснение. Политропен се нарича всеки процес с идеален газ, при който топлинният капацитет  $C$  на газа е постоянен, т.е.  $C = \text{const}$ .

Част Б. Оценете максималната работа  $W_{\text{max}}$ , която може да се получи, ако топлинен двигател използва като охладител айсберг с обем  $V = 1 \text{ km}^3$  и плътност  $\rho = 0,9 \text{ g/cm}^3$ , а като нагревател – водата в океана. Приемете, че специфичната топлина на топене на леда е  $\lambda = 335 \text{ kJ/kg}$ , температурата на айсберга е  $0^\circ\text{C}$ , а температурата на водата в океана е  $20^\circ\text{C}$ . [5 т.]

## Задача 3. Диелектрик в електростатично поле

Кондензатор се състои от две успоредни правоъгълни метални плочи със страни  $a = 2,0 \text{ cm}$  и  $b = 1,0 \text{ cm}$ , намиращи се на разстояние  $d = 1,0 \text{ mm}$  една от друга. Между плочите е поставена правоъгълна пластинка от диелектрик с относителна диелектрична проникваемост  $\epsilon = 5,0$ , която заема изцяло пространството между плочите (фиг. 3, а).

Пластинката може да се хлъзга без триене в направление на страната  $a$ . Плочите на кондензатора са свързани към източник на постоянно напрежение  $U = 100 \text{ V}$ .

а) Запишете израз и пресметнете капацитета  $C_0$  на така конструирания кондензатор. [2,0 т]

б) Диелектричната пластинка е отместена на разстояние  $x$  успоредно на страната  $a$  ( $x < a$ ), както е показано на фиг. 3, б. Получете израз за капацитета  $C(x)$  на кондензатора като функция на отместването на пластинката. [2,0 т]

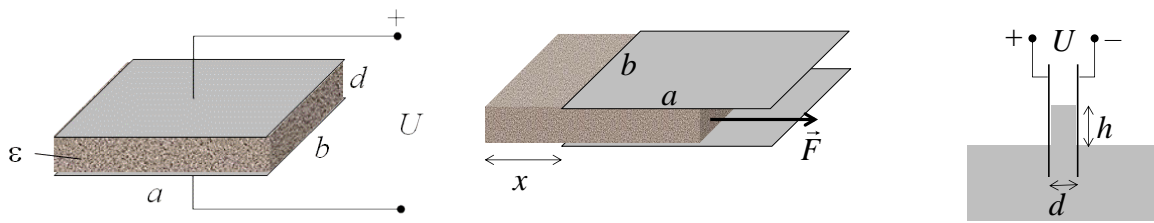
в) В началото диелектричната пластина е поставена изцяло в кондензатора (вж. фиг. 3, а), след което е извадена напълно от него. Какво количество заряд  $\Delta q$  минава през източника на напрежение при изваждането на пластинката? Направете и схема на електрическата верига, като означите посоката, в която минава зарядът през източника. [3,0 т]

г) При изваждане на пластината от кондензатора, върху нея действа постоянна електрична сила  $\vec{F}$ , която се стреми да я „върне“ обратно в кондензатора (вж. фиг. 3, б). Получете израз за големината  $F$  на тази сила и я пресметнете числено. [5,0 т]

*Упътване.* Връщащата електрична сила е резултат от взаимодействието между зарядите върху плочите на кондензатора и електричните диполи в диелектрика. Затова непосредственото пресмятане на  $F$  чрез закона на Кулон е сложна задача. Вместо това проследете енергетичните промени, които настъпват в електрическата верига при изваждането на диелектричната пластинка от кондензатора.

д) Две вертикални успоредни метални плочи са частично потопени в съд с машинно масло. На каква максимална височина  $h$  може да се издигне маслото между плочите, ако към тях бъде приложено електрично напрежение, както е показано на фиг. 3, в? [3,0 т]

Плътноста на маслото е  $\rho = 900 \text{ kg/m}^3$ , а относителната му диелектрична проницаемост е  $\varepsilon = 2,5$ . Полето на електричен пробив на въздуха е  $E_{\text{в}} = 3,0 \cdot 10^6 \text{ V/m}$ , а на маслото –  $E_{\text{м}} = 1,5 \cdot 10^7 \text{ V/m}$ . Земното ускорение е  $g$ . Капилярните сили, действащи на маслото се пренебрегват. Приемете, че маслото не може да достигне горния ръб на плочите.



Фиг. 3

а

б

в

#### Полезни константи:

- електрична константа (проницаемост на вакуума),  $\varepsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ F/m}$ ;
- земно ускорение,  $g = 9,8 \text{ m/s}^2$ .

#### Задача 4. “Воден” експеримент на Физо (Fizeau)

а) Използвайки дадените Лоренцови трансформации, получите релятивисткия закон за събиране на скоростите.

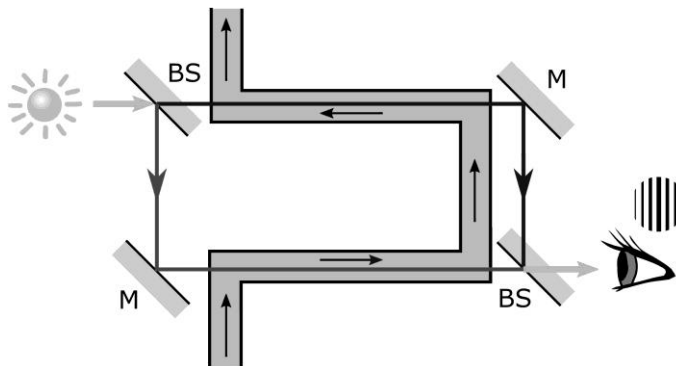
Лоренцови трансформации:

$$x' = \frac{x-ut}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}, t' = \frac{t-\frac{ux}{c^2}}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}, \text{ където } (x, t) \text{ и } (x', t') \text{ са координатите на едно събитие в системите}$$

$K$  и  $K'$ .  $K'$  се движи спрямо  $K$  със скорост  $u$  в посока  $x$  ( $x'$ ). Скоростите на движещо се тяло в двете системи бележете с  $v$  и  $v'$ .  $c$  е скоростта на светлината във вакуум. [3 т]

б) Получете приближена релятивистка формула за събиране на скоростите, когато  $u \ll c$ , но  $v$  и  $v'$  са релятивистки скорости. [3 т]

в) В средата на XIX век е проведен експеримент, проверяващ стойността на скоростта на светлината в движещи среди, изследвайки промяната на една интерференчна картина. Принципната схема на експеримента е дадена на фигурата. Сноп светлина от източник се разделя от полупрозрачното огледало BS. След това с помощта на огледало M двата снопа преминават по две еднакви тръби, по които тече вода със скорост  $u$ . В горната тръба светлината се движи срещу течението на водата, а в долната – по течението на водата. След това с помощта на още едно огледало M и още едно полупрозрачно огледало BS двата снопа се събират отново. Образуваната интерференчна картина се наблюдава с око. Интерференчната картина представлява успоредни максимуми и минимуми с различна интензивност, като лесно се разпознава нулевият максимум (най-яркият) и неговото положение. Показателят на пречупване за неподвижна вода е  $n$ . Получете ефективните показатели на пречупване  $n_+$  и  $n_-$  за светлината в движещата се вода в долната и горната тръба, изразени чрез  $c$ ,  $n$  и  $u$ . [2 т]



г) Нека дължината на хоризонталните части на тръбата (там където минава светлината) е  $l$ . Приемете, че опитът се прави с монохроматична светлина с дължина на вълната  $\lambda$  (това е дължината на вълната във вакуум). При каква скорост на водата в тръбите интерференчната картина ще се измести на  $k$  максимума в сравнение със случая на неподвижна вода. [4 т]

д) Какво ще бъде изместването на интерференчната картина, ако водата тече в обратна посока – картината ще се измести в същата посока или в противоположна посока? [1 т]

е) Нека  $l = 1,50 \text{ m}$ ,  $c = 3,00 \cdot 10^8 \text{ m/s}$ ,  $\lambda = 500 \text{ nm}$ ,  $n = 1,333$ . Изчислете при каква скорост  $u_1$  на водата интерференчната картина ще се измести с 1 максимум. [2 т]