

**МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА**  
**XXV НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО АСТРОНОМИЯ**

**Областен кръг на олимпиадата по астрономия**  
**13 февруари 2022 г.**  
**Възрастова група IX-X клас – решения**

**1 задача. Космически парк.** Астроном любител, който е дизайнер по професия, получава задача да проектира скулптура, представляваща модел на земен глобус и изкуствени спътници около него. Скулптурата ще бъде разположена в градски парк. Глобусът ще има радиус 0.5 метра. Действителният радиус на Земята е 6371 километра. Орбитите на спътниците ще бъдат стоманени обръчи с различни радиуси и ориентации.

- **А)** Международната космическа станция се движи по орбита на височина 407 км над земната повърхност. Какво трябва да е разстоянието от повърхността на земния глобус до обръча, представящ нейната орбита в скулптурата?

- **Б)** На поляната около скулптурата е решено да се постави и макет на Луната. На какво разстояние от земния глобус трябва да е той в същия мащаб, ако Луната е отдалечена от Земята на 384 400 km?

- **В)** Разстоянието от Земята до Слънцето е 149.6 милиона километра. То се означава също и като една астрономическа единица – 1 ае. Ако някъде достатъчно далеч в същия парк, или град, поставим и Слънцето в този мащаб, дали ще можем да достигнем от земния глобус до него в рамките на кратка следобедна разходка?

- **Г)** Транснептуновите обекти са малки тела, намиращи се отвъд орбитата на Нептун. Един от тях е Лелеакухонуа. Той се движи по силно изтеглена елиптична орбита, като се отдалечава на максимално разстояние от Слънцето 2100 ае. Възможно ли е някъде по Земята да се постави камъче, което в мащаба на скулптурата да представлява Лелеакухонуа в такава позиция относно Слънцето?

**Решение:** Радиусът на модела на Земята  $R_E$  се отнася към истинския радиус на Земята  $R'_E$  така, както разстоянието  $h$  от обръча до повърхността на кълбото, се отнася към реалната височина  $h'$  на МКС на земната повърхност:

$$\frac{h}{h'} = \frac{R_E}{R'_E}$$

$$h = h' \frac{R_E}{R'_E} = 0.032 \text{ m} = 3.2 \text{ cm}$$

За намирането на разстоянието  $r_L$  до модела на Луната използваме същия мащабен фактор:

$$r_L = r'_L \frac{R_E}{R'_E} = 30.168 \text{ m} = 30 \text{ m } 16.8 \text{ cm}$$

По същия начин намираме и разстоянието до модела на Слънцето  $r_S$  :

$$r_S = r'_S \frac{R_E}{R'_E} = 11740.7 \text{ m} \approx 11.74 \text{ km}$$

където  $r'_S$  е истинското разстояние от Земята до Слънцето, което с доста голяма точност е равно на една астрономическа единица (1 au). Полученият резултат – 11.74 километра – не е разстояние за кратка следобедна разходка. Необходимо е интензивно ходене в продължение най-малко на 2 часа. *Въпреки това, за да видим Слънцето, няма да е необходимо да стигнем до него. Слънцето е 109 пъти по-голямо от Земята, така че ще се наложи да построим огромно метално кълбо с диаметър, а следователно и височина, 109 метра, което определено ще представлява внушително зрелище и ще се вижда от голямо разстояние.*

Разстоянието до модела на транснептуновия обект Лелеакухонуа намираме много по-лесно, защото знаем, че то е равно на 2100 au. Достатъчно е само да умножим броя на астрономическите единици на разстоянието върху земната повърхност, върху което се изобразява една астрономическа единица и което е равно на 11.7407 километра:

$$r_{TNO} = r'_{TNO} \cdot r_S = 2100 \cdot r_S = 24655.47 \text{ km}$$

Това разстояние е много по-голямо от размерите на Земята. Дори да измерваме разстоянието по земната повърхност, половин обиколка на Земята е приблизително  $\pi R'_E = 20015 \text{ km}$ . Когато достигнем точката, която се намира точно от обратната страна на Земята, ние ще започнем отново да се приближаваме към изходната точка, *движейки се вече по втората половина на големия кръг, който нашето движение очертава по земната повърхност и чиято обиколка е равна на 40030 km.*

Критерии за оценяване (общо 12 т.):

*За правилно пресмятане на разстоянието от повърхността на модела на Земята до орбитата на станцията в метри или сантиметри – 2 т.*

*За правилно пресмятане на разстоянието до модела на Луната – 2 т.*

*За правилно пресмятане на разстоянието до модела на Слънцето – 2 т.*

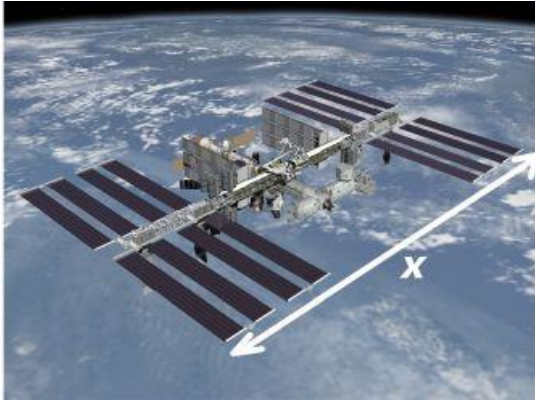
*За правилен коментар относно големината на това разстояние – 1 т.*

*За правилно пресмятане на разстоянието до модела на транснептуновия обект Лелеакухонуа – 2 т.*

*За правилни разсъждения относно невъзможността моделът на Лелеакухонуа да бъде поставен навън по земната повърхност – 3 т.*

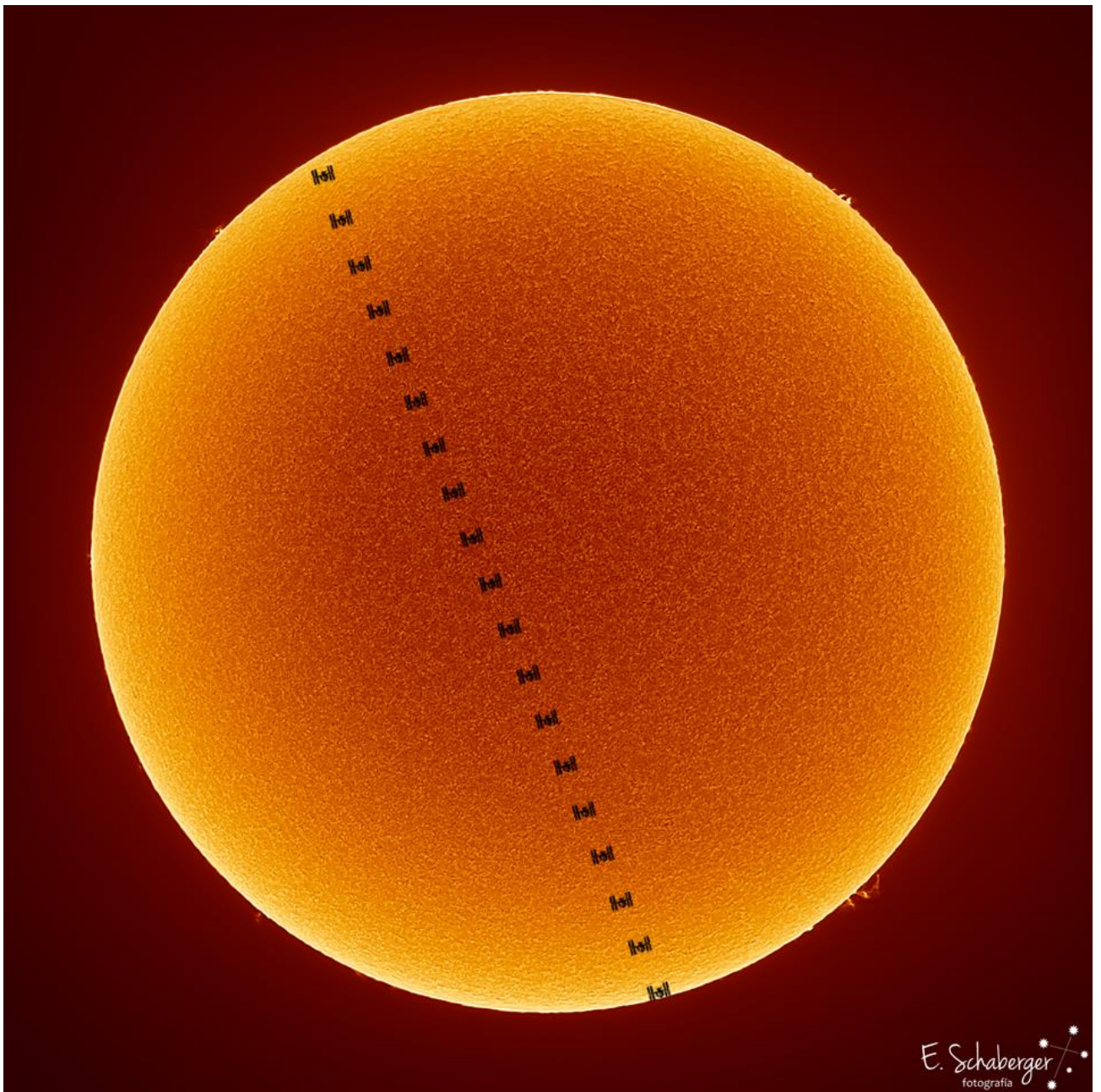
**2 задача. Пасаж на МКС.** На снимката на следващата страница виждате комбинирано изображение от кадри, заснети по време на преминаване на Международната космическа станция (МКС) пред диска на Слънцето. То е получено в края на месец септември от аржентинския град Санта Фе. Височината на МКС над земната повърхност в този момент е била 416 km.

Приемаме, че Слънцето е било в зенита. Видимият му ъглов диаметър е  $0.53^\circ$



- А) Направете необходимите измервания по снимката на Слънцето и определете размера  $x$  на станцията. Предполагаме, че плоскостта на слънчевите панели на станцията е била перпендикулярна на слънчевите лъчи.

- Б) За колко време МКС е прекосила слънчевия диск, ако не отчитаме въртенето на Земята около нейната ос?



**Решение:**

А) От даденото ни изображение измерваме диаметъра на слънчевия диск, който се оказва  $D_{\text{СЛ}} = 143 \text{ mm}$ , а размерът на образа на МКС е  $D_{\text{МКС}} = 4 \text{ mm}$ .

Ако  $\delta_{\text{СЛ}}$  е видимият диаметър на Слънцето, то МКС има видим ъглов диаметър:

$$\delta_{\text{МКС}} = \frac{D_{\text{МКС}}}{D_{\text{СЛ}}} \delta_{\text{СЛ}} \approx 0.0148^\circ \approx 53''$$

Означаваме с  $H$  височината, на която МКС се намира над земната повърхност. Тогава за търсения линеен размер на станцията можем да запишем:

$$x = H \cdot \delta_{\text{МКС}} \approx 107 \text{ m}$$

В тази формула видимият ъглов размер на станцията трябва да е превърнат от градуси в радиани.

Б) Скоростта, с която МКС се движи по своята орбита е:

$$V = \sqrt{\frac{G \cdot M_3}{R + H}} \approx 7.67 \text{ km/s}$$

Понеже станцията е била в зенита за наблюдателя, то видимата ѝ ъглова скорост за него е била:

$$\omega = \frac{V}{H} \approx 1.06^\circ/\text{s}.$$

Оттук следва, че времето, за което МКС видимо е преминала пред диска на Слънцето е:

$$t = \frac{\delta_{\text{СЛ}}}{\omega} \approx 0.5 \text{ s}$$

С добро приближение можем да пресметнем това време и по друг начин. За времето на пасажа станцията е изминала хорда от видимия слънчев диск, която измерваме по изображението. Тя е с дължина 141 mm. Като използваме получения линеен размер на станцията, можем да намерим линейната дължина на тази хорда:

$$l = \frac{141 \text{ mm}}{4 \text{ mm}} \cdot 107 \text{ m} \approx 3772 \text{ m}$$

Тъй като видимият ъглов размер на въпросната хорда е много малък, то нейната линейна дължина в метри е приблизително равна на дъгата от орбитата на станцията, която е измината по време на пасажа. След като сме намерили орбиталната скорост на станцията, можем да изчислим времето за изминаване на въпросната дъга:

$$t = \frac{l}{V} \approx 0.5 \text{ s}$$

Критерии за оценяване (общо 12т.):

А) – 6т.

- за измервания по изображението (възможно е в стойностите на слънчевия диаметър да има малки разлики, поради отпечатването на различни принтери!) – 2 т.

- за правилен начин за намиране на видимия ъглов размер на МКС и правилен числен отговор – 2 т.

- за правилна формула за размера  $x$  и верен числен отговор – 2 т.

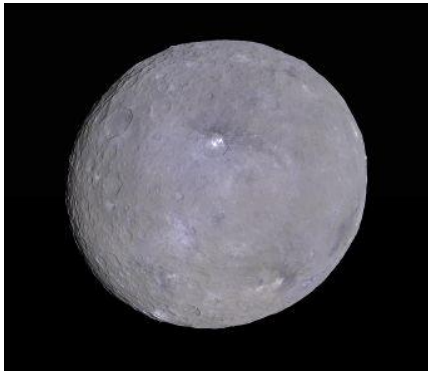
Б) – 6т.

- за правилен израз за скоростта на МКС и вярна стойност – 2 т.

- за правилен израз за видимата ъглова скорост на МКС, относно наблюдателя и вярна стойност – 2 т.

- за правилен начин за намиране на търсения интервал от време и вярна числена стойност – 2т.

### 3 задача. Церера.



Вие възглавявате минно-геоложка космическа експедиция, проучваща залежите от натриев карбонат и воден лед в неотдавна откритото „бяло петно“ в кратера Оркатор и други полезни изкопаеми на планетата джудже Церера. Тя е най-големият обект в Главния астероиден пояс, разположен между орбитите на Марс и Юпитер. Церера е приблизително сферична, с диаметър 939 km и маса 0.016% от масата на Земята. Ето някои въпроси, на които трябва да намерите отговорите:

А) Скоростното ограничение по българските магистрали е 140 km/h. За какво време ще направим обиколка на Церера по екватора, движейки се с такава скорост?

Б) Площта на България е 110 994 km<sup>2</sup>. Колко пъти по-голяма е площта на Церера?

В) Колко пъти теглото на космонавтите на повърхността на Церера ще бъде по-малко от теглото им на Земята? Пресметнете времето за свободно падане на миньорски чук от височина 10 метра над повърхността на Церера, при нулева начална скорост.

Упътване: Ускорението на силата на тежестта на повърхността на тяло с маса  $M$  и радиус  $R$  е:

$$a = \frac{GM}{R^2}$$

където  $G$  е гравитационната константа.

#### Решение:

А) Дължината на екватора на Церера е  $2\pi R$ , където  $R = 939/2 = 469.5$  km е радиусът на Церера. Времето за изминаване на това разстояние със скорост  $v = 140$  km/h е:

$$t_E = 2\pi R/v$$

$$t_E = 21.07 \text{ h}$$

Б) Площта на сфера с радиус  $R$  е  $4\pi R^2$ . Отношението на площите на Церера и България ( $S = 110\,994$  km<sup>2</sup>) е:

$$k = 4\pi R^2/S$$

$$k = 24.96$$

Церера има площ около 25 пъти по-голяма от България.

В) Гравитационното ускорение на повърхността на Церера е:

$$a = \frac{GM}{R^2}$$

където  $M$  е масата на Церера. Можем да запишем същата формула за Земята:

$$g = \frac{GM_0}{R_0^2}$$

Тук  $M_0$  и  $R_0$  са масата и радиусът на Земята. Разделяме почленно двете равенства и получаваме:

$$\frac{a}{g} = \frac{M/M_0}{(R/R_0)^2}$$

Заместваме с  $M/M_0=0.00016$  ,  $R = 469.5 \text{ km}$  и  $R_0 = 6370 \text{ km}$ . Получаваме  $a \approx 0.029g \approx 0.29 \text{ m/s}^2$ . На повърхността на Церера теглото на космонавтите ще бъде около 2.9% от земното им тегло, или те ще тежат около 34 пъти по-малко отколкото на Земята.

Времето  $t$  за свободно падане от височина  $h = 10 \text{ m}$  при нулева начална скорост намираме от формулата:

$$h = at^2/2$$
$$t = \sqrt{\frac{2h}{a}}$$

Получаваме  $t = 8.3 \text{ s}$ .

Критерии за оценяване (общо 12 т.):

*За определяне на времето за обикаляне на Церера по екватора – 4 т.*

*За пресмятане на отношението на площите на Церера и България – 3 т.*

*За определяне колко пъти космонавтите на Церера ще са по-леки отколкото на Земята – 3 т.*

*За пресмятане на времето за падане на геоложкия чук от височина 10 т – 2 т.*

**4 задача. Ослепителен блясък.** Когато в топлите летни нощи се любуваме на ярките звезди Вега, Денеб и Алтаир от летния триъгълник, може и да не предполагаме, че една от тях – Денеб от съзвездие Лебед – се намира над сто пъти по-далеч от нас в сравнение с останалите две. Денеб е на разстояние 2615 светлинни години. Светимостта му обаче е 196 000 пъти по-висока от тази на Слънцето. Денеб е бял свръхгигант с температура 8525 К и маса 19 слънчеви маси.

• **А)** На какво разстояние трябва да се намира звезда като Слънцето, за да има същия видим блясък в нашето небе, както Денеб?

• **Б)** Ако заменим Слънцето с Денеб, на какво разстояние трябва да поставим Земята, така че да получава същата лъчиста енергия, каквато сега получава от Слънцето?

• **В)** Определете радиуса на Денеб в единици слънчеви радиуси и пресметнете какъв би бил неговият видим ъглов диаметър за наблюдател на Земята, ако Денеб е на мястото на Слънцето, а Земята е в новото си положение, описано в подусловие Б). Температурата на Слънцето е 5778 К, а видимият му ъглов диаметър за нас сега е  $0.53^\circ$ . Светимостта на една звезда е пропорционална на четвъртата степен на нейната температура.

• **Г)** Каква ще бъде съдбата на така полученото ни ново слънце в края на неговия живот?

**Решение:** Денеб се намира на разстояние  $r = 2615 \text{ ly}$  (светлинни години). Трябва да поставим звезда подобна на Слънцето на разстояние  $r_{s2}$  от нас, на което тя ще има същия блясък, т.е. ще създава същия поток енергия на единица площ (осветеност) както Денеб. Осветеността е обратнопропорционална на квадрата на разстоянието. *Поради това, че ще работим със светимостите на звездите, в тази задача под осветеност ще разбираме енергетическата осветеност – енергия, постъпваща от звездата за единица време на единица площ.* Понеже Слънцето има 196000 пъти по-малка светимост, то отношението на квадратите на разстоянието до Денеб и до една подобна на Слънцето звезда трябва да е равно на 196000, т.е. на отношението на светимостите:

$$\frac{r^2}{r_{S2}^2} = 196000$$

$$r_{S2} = \frac{r}{\sqrt{196000}} = 5.91 \text{ ly}$$

За да има същия видим блясък като Денеб, звездата подобна на Слънцето трябва да се намира на разстояние равно на 5.91 ly.

Ако заменим Слънцето с Денеб, то за да получава същата енергия, трябва да отдалечим Земята на такова разстояние  $r_{E2}$ , че отношението на квадрата на новото разстояние към квадрата на старото разстояние да е равно на отношението на светимостите на Денеб и Слънцето:

$$\frac{r_{E2}^2}{1^2 \text{ au}} = \frac{L}{L_S} = 196000$$

$$r_{E2} = 442.72 \text{ au}$$

За да получава същата енергия от Денеб, както сега от Слънцето, Земята трябва да се намира от него на разстояние равно на 442.72 au (астрономически единици). Това разстояние е около 11 пъти по-голямо от средното разстояние между Слънцето и Плутон.

Отношението на светимостите, като функция на радиусите и температурата на звездите, е:

$$\frac{L}{L_S} = \frac{R^2}{R_S^2} \cdot \frac{T^4}{T_S^4}$$

Отгук за радиуса на Денеб, изразен в слънчеви радиуси, получаваме:

$$R^2 = \frac{L}{L_S} \cdot \frac{T_S^4}{T^4} \cdot R_S^2$$

$$R = 203.37 \cdot R_S$$

Ъгловият диаметър е пропорционален на линейния диаметър и обратнопропорционален на разстоянието до звездата:

$$\delta^\circ = \frac{2R}{r_{E2}} \cdot \frac{180^\circ}{\pi} = \frac{2 \cdot 203.37 \cdot R_S}{r_{E2}} \cdot \frac{180^\circ}{\pi} = \frac{406.74}{442.72} \cdot \frac{R_S}{1 \text{ au}} \cdot \frac{180^\circ}{\pi} = 0.919 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{D_S}{1 \text{ au}} \cdot \frac{180^\circ}{\pi}$$

$$\delta^\circ = 0.919 \cdot \frac{1}{2} \cdot \delta_S^\circ = 0.919 \cdot \frac{1}{2} \cdot 0^\circ.53 \approx 0^\circ.244$$

Еволюцията на звезди с голяма маса протича бързо и завършва с избухване на свръхнова звезда от II тип. Остътъкът, в зависимост от това колко маса ще загуби звездата в процеса на своята еволюция, може да бъде черна дупка със звездна маса или неутронна звезда.

Критерии за оценяване (общо 12 т.):

*За правилно определяне на разстоянието, на което трябва да се намира звезда като Слънцето, за да има блясък като Денеб – 3 т.*

*За правилно определяне на разстоянието, на което трябва да поставим Земята, след като заменим Слънцето с Денеб – 3 т.*

*За правилно определяне на радиуса на Денеб в слънчеви радиуси – 2 т.*

*За правилно определяне на видимия ъглов диаметър на Денеб, гледан от новата орбита на Земята – 2т.*

*За правилен коментар относно съдбата на Денеб в края на живота му – 2т.*

**5 задача. Необикновено затъмнение.** На 4 декември 2021г. в Антарктида се е наблюдавало пълно слънчево затъмнение. Дадена ви е карта на земното кълбо. На нея е показано как е преминала сянката на Луната по земната повърхност. Отбелязани са също и моментите на преминаване на сянката в Универсално време (UT).

• **А)** Опишете само качествено как се изменя географската дължина на лунната сянка по земната повърхност с времето.

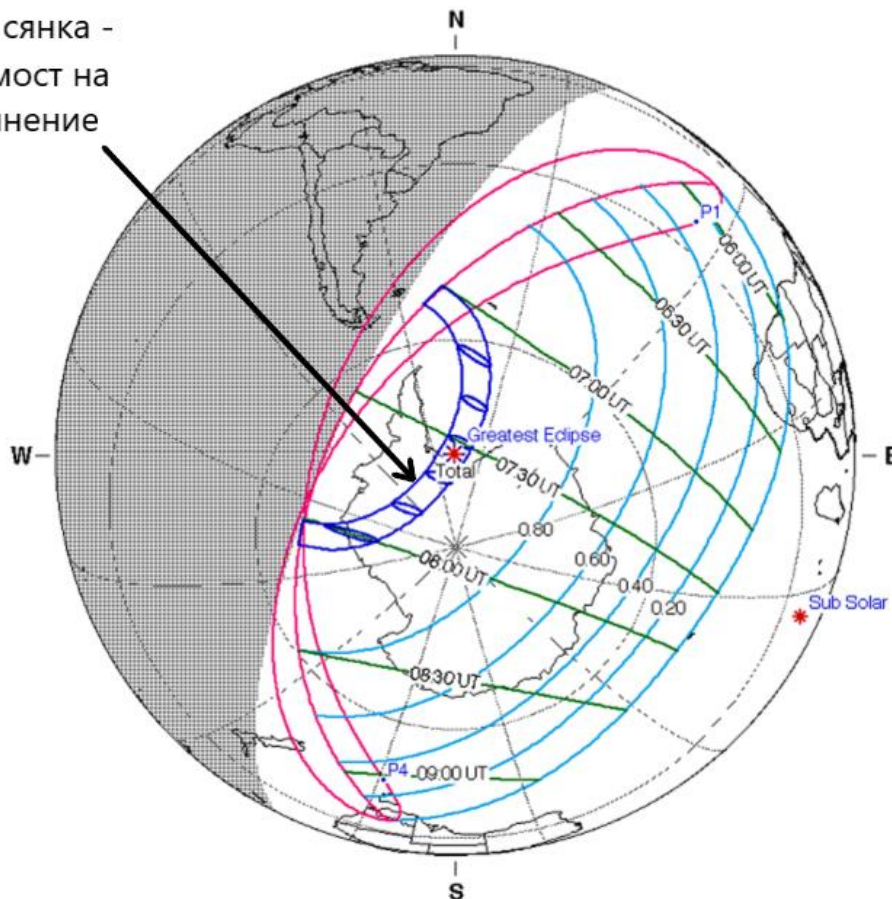
• **Б)** В колко часа приблизително сянката се движи право на юг?

• **В)** Това затъмнение в известен смисъл е необикновено. В каква посока се изменя географската дължина на лунната сянка по време на повечето слънчеви затъмнения, които се наблюдават на места, не толкова близки до земните полюси? Обяснете вашия отговор.

• **Г)** Отговорете качествено дали пълната фаза на това слънчево затъмнение е била по-продължителна или по-кратка от средната продължителност на пълната фаза на слънчево затъмнение, наблюдавана от екватора.



Път на лунната сянка -  
ивица на видимост на  
пълното затъмнение



### Решение:

А) На дадената ни карта виждаме, че сянката на Луната е преминала южно от континента Южна Америка. Общо взето, тя се е движила в посока от изток на запад и през цялото време е оставала в западното полукълбо на Земята. Следователно, нейната западна дължина се е увеличавала.

Горното твърдение, обаче, не е вярно за един много кратък интервал от време, който е малко след навлизането на сянката по земната повърхност. Тогава, за около 15 минути, тя всъщност се е придвижвала на югоизток, т.е. нейната западна географска дължина намалява. Това е видно от изображението, защото в този времеви интервал сянката се движи в обратна посока относно реда на меридианите на Земята по нарастваща западна географска дължина.

Б) За да намерим в кой момент по UT сянката се е движила точно на юг, трябва да прекараме права линия, която е допирателна към нейната траектория и преминава през Южния полюс. Точката, в която тази линия се допира до пътя на сянката, е именно точката, в която сянката се е движила точно на юг. Използвайки означените моменти от време, забелязваме, че тази точка съответства приблизително на 7:15 UT. (Поради това, че подусловието се изпълнява на ръка, е възможно получените от учениците стойности слабо да се различават, дори при напълно правилно решение).

В) Луната се движи по своята орбита в същата посока, в която Земята се върти около своята ос. Следователно, по време на слънчево затъмнение, точките от земната повърхност „догонват“ лунната сянка. Това означава, че ако скоростта на Луната по нейната орбита е по-висока от линейната скорост на точките от земната повърхност при околоосното въртене на Земята, то сянката на Луната ще ги „изпреварва“ и относно

повърхността на Земята ще се движи в същата посока, в която Луната по орбитата си, т.е. от запад на изток.

Нека да въведем следните означения:

$r_{ЗЛ}$  – разстояние Земя-Луна;

$T_{SYD}$  – сидеричен лунен месец;

$R$  – радиус на Земята;

$T_{ЗВ}$  – звездно денонощие.

Луната орбитална скорост е:

$$V_L = \frac{2\pi r_{ЗЛ}}{T_{SYD}} \approx 1.02 \text{ km/s}$$

С максимална скорост относно центъра на Земята се движат точките от земния екватор и тази скорост е:

$$V_E = \frac{2\pi R}{T_{ЗВ}} \approx 0.47 \text{ km/s}$$

Очевидно, лунната скорост е по-голяма, следователно при слънчевите затъмнения сянката на Луната трябва да се придвижва от запад на изток по земната повърхност. Представеното на картата затъмнение е необикновено, защото при него през по-голямата част от времето лунната сянка се движи в обратна посока. Това е така, защото затъмнението е станало на 4 декември, не много време преди лятното слънцестояние за южното полукълбо. Тогава южният полюс на Земята е „наклонен“ в посока към Слънцето и сянката на Луната е попаднала „отвъд“ полюса в зона, където на по-ниски географски ширини са нощните часове на денонощието.

Г) Ако се наблюдава едно слънчево затъмнение от екватора, то линейната скорост на наблюдателя, дължаща се на околоосното въртене на Земята, е в същата посока като скоростта на Луната по нейната орбита. Това означава, че относителната скорост на сянката спрямо този наблюдател е по-малка отколкото би била, ако той бе неподвижен. Близо до полюсите, обаче, линейната скорост на въртене на точките от земната повърхност е много ниска. Поради това, там относителната скорост на лунната сянка е по-голяма, в сравнение с тази на екватора. Това означава, че на високи географски ширини, далечни от екватора пълната фаза на слънчевото затъмнение би следвало да е по-кратка, отколкото близо до екватора.

*Тук дори би могло да се отбележи, че поради „обратното“ движение на лунната сянка при разглежданото затъмнение, скоростите на Луната по нейната орбита и на наблюдателя, спрямо оста на Земята би следвало да се съберат, защото са в противоположни посоки. Скоростта на наблюдателя, обаче е прекалено ниска, поради много високата южна географска ширина. Затова тя ще окаже много слабо влияние върху относителната скорост на сянката.*

#### Критерии за оценяване (общо 12т.):

А) – 2т.

- за правилен извод относно общото движение на сянката по географска дължина – 1 т.

- за разсъждения относно промяната на географската дължина на сянката през краткия интервал, малко след навлизането ѝ върху земната повърхност – 1 т.

Б) – 3т.

- за правилно разсъждение, геометрична постановка и построение – 2 т.

- за вярна стойност на търсения момент от време – 1 т.

В) – 4т.

- за намиране на скоростите на Луната по нейната орбита и тази на точка от екватора – 2 т.

- за правилен извод за посоката, в която се движи лунната сянка, произтичащ от сравнението на двете скорости – 2 т.

Г) – 3т.

- за съобразението, че относителната скорост на лунната сянка около екватора е по-малка – 2 т.

- за правилен извод какво влияние оказва това на продължителността на наблюдаваните слънчеви затъмнения – 1 т.

**Справочни данни, които могат да се използват за всички задачи:**

Маса Земята  $5.97 \times 10^{24}$  kg

Радиус на Земята 6371 km

Гравитационна константа  $G = 6.67 \times 10^{-11}$  m<sup>3</sup>/kg.s<sup>2</sup>