

МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА
XXV НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО АСТРОНОМИЯ

Областен кръг на олимпиадата по астрономия
13 февруари 2022 г.
Възрастова група VII-VIII клас – решения

1 задача. Космически парк. Астроном любител, който е дизайнер по професия, получава задача да проектира скулптура, представляваща модел на земен глобус и изкуствени спътници около него. Скулптурата ще бъде разположена в градски парк. Глобусът ще има радиус 0.5 метра. Действителният радиус на Земята е 6371 километра. Орбитите на спътниците ще бъдат стоманени обръчи с различни радиуси и ориентации.

- **А)** Международната космическа станция се движи по орбита на височина 407 км над земната повърхност. Какво трябва да е разстоянието от повърхността на земния глобус до обръча, представящ нейната орбита в скулптурата?

- **Б)** На поляната около скулптурата е решено да се постави и макет на Луната. На какво разстояние от земния глобус трябва да е той в същия мащаб, ако Луната е отдалечена от Земята на 384 400 km?

- **В)** Разстоянието от Земята до Слънцето е 149.6 милиона километра. То се означава също и като една астрономическа единица – 1 аи. Ако някъде достатъчно далеч в същия парк, или град, поставим и Слънцето в този мащаб, дали ще можем да достигнем от земния глобус до него в рамките на кратка следобедна разходка?

- **Г)** Транснептуновите обекти са малки тела, намиращи се отвъд орбитата на Нептун. Един от тях е Лелеакухонуа. Той се движи по силно изтеглена елиптична орбита, като се отдалечава на максимално разстояние от Слънцето 2100 аи (астрономически единици). Възможно ли е някъде по Земята да се постави камъче, което в мащаба на скулптурата да представлява Лелеакухонуа в такава позиция относно Слънцето?

Решение: Радиусът на модела на Земята R_E се отнася към истинския радиус на Земята R'_E така, както разстоянието h от обръча до повърхността на кълбото, се отнася към реалната височина h' на МКС на земната повърхност:

$$\frac{h}{h'} = \frac{R_E}{R'_E}$$

$$h = h' \frac{R_E}{R'_E} = 0.032 \text{ m} = 3.2 \text{ cm}$$

За намирането на разстоянието r_L до модела на Луната използваме същия мащабен фактор:

$$r_L = r'_L \frac{R_E}{R'_E} = 30.168 \text{ m} = 30 \text{ m } 16.8 \text{ cm}$$

По същия начин намираме и разстоянието до модела на Слънцето r_S :

$$r_S = r'_S \frac{R_E}{R'_E} = 11740.7 \text{ m} \approx 11.74 \text{ km}$$

където r'_S е истинското разстояние от Земята до Слънцето, което с доста голяма точност е равно на една астрономическа единица (1 au). Полученият резултат – 11.74 километра – не е разстояние за кратка следобедна разходка. Необходимо е интензивно ходене в продължение най-малко на 2 часа. *Въпреки това, за да видим Слънцето, няма да е необходимо да стигнем до него. Слънцето е 109 пъти по-голямо от Земята, така че ще се наложи да построим огромно метално кълбо с диаметър, а следователно и височина, 109 метра, което определено ще представлява внушително зрелище и ще се вижда от голямо разстояние.*

Разстоянието до модела на транснептуновия обект Лелеакухонуа намираме много по-лесно, защото знаем, че то е равно на 2100 au. Достатъчно е само да умножим броя на астрономическите единици на разстоянието върху земната повърхност, върху което се изобразява една астрономическа единица и което е равно на 11.7407 километра:

$$r_{TNO} = r'_{TNO} \cdot r_S = 2100 \cdot r_S = 24655.47 \text{ km}$$

Това разстояние е много по-голямо от размерите на Земята. Дори да измерваме разстоянието по земната повърхност, половин обиколка на Земята е приблизително $\pi R'_E = 20015 \text{ km}$. Когато достигнем точката, която се намира точно от обратната страна на Земята, ние ще започнем отново да се приближаваме към изходната точка, *движейки се вече по втората половина на големия кръг, който нашето движение очертава по земната повърхност и чиято обиколка е равна на 40030 km.*

Критерии за оценяване (общо 12 т.):

За правилно пресмятане на разстоянието от повърхността на модела на Земята до орбитата на станцията в метри или сантиметри – 2 т.

За правилно пресмятане на разстоянието до модела на Луната – 2 т.

За правилно пресмятане на разстоянието до модела на Слънцето – 2 т.

За правилен коментар относно големината на това разстояние – 1 т.

За правилно пресмятане на разстоянието до модела на транснептуновия обект Лелеакухонуа – 2 т.

За правилни разсъждения относно невъзможността моделът на Лелеакухонуа да бъде поставен накъде по земната повърхност – 3 т.

2 задача. Въпроси за планети. Вие кандидатствате за работа в народна астрономическа обсерватория. Нека проверим дали ще можете да отговорите на всякакви въпроси, задавани от посетителите – ученици, учители и широката публика:

- **А)** Кой от изброените радиуси на орбита на малко тяло около Слънцето е най-малко вероятен: 3 au (астрономически единици), 12 au или 40 au? Защо?

- **Б)** Сатурн обикаля около Слънцето с период приблизително 30 години. Веднъж на колко години (приблизително) пръстените на Сатурн видимо изчезват за наблюдател от Земята? Защо?

- **В)** Оценете на какво най-голямо разстояние можем да се отдалечим от Юпитер и все още да го виждаме с просто око. Подкрепете резултата си с пресмятания, ако

можете. Юпитер е около 2500 пъти по-ярък от най-слабите звезди, видими с невъоръжено око (вижте упътването към 3 задача).

• Г) Назовете 3 спътника на планети гиганти от Слънчевата система. Не назовавайте повече от три спътника.

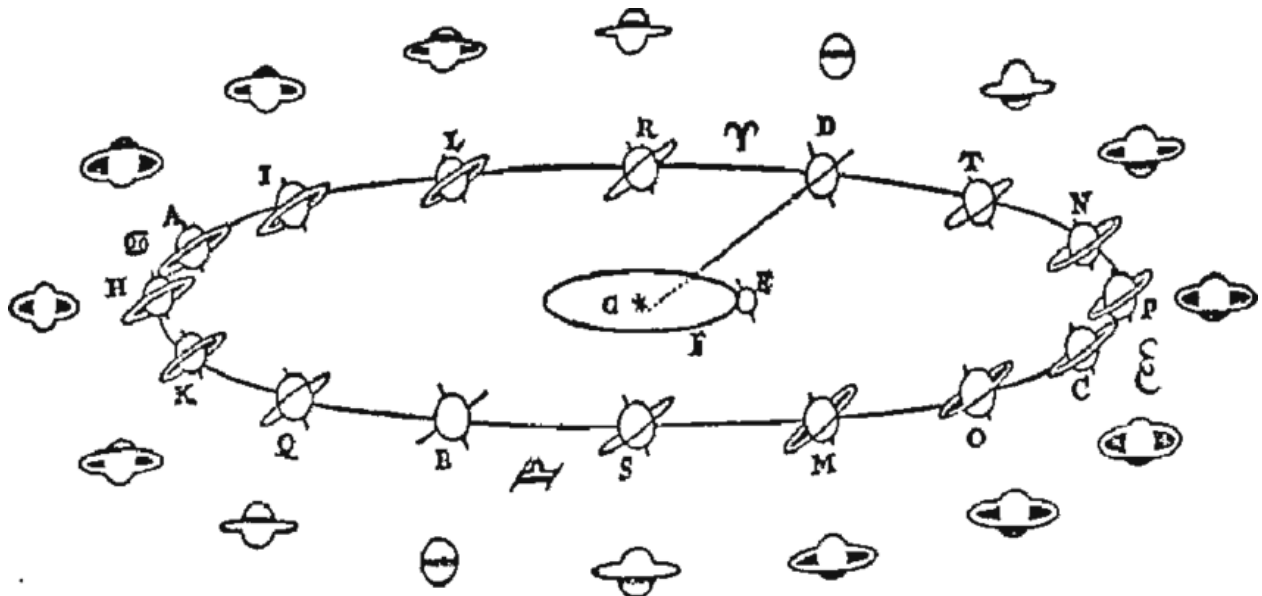
Решение:

А) На разстояние 3 au от Слънцето бихме попаднали в зоната между орбитите на Марс (1.5 au от Слънцето) и Юпитер (5.2 au от Слънцето). Там се намира Главният астероиден пояс, в който са концентрирани огромен брой астероиди. Следователно има немалка вероятност да намерим астероид на такова разстояние от Слънцето.

Разстояние от Слънцето 40 au е характерно за транснептунов обект (TNO), примерно като Плутон (средно разстояние от Слънцето 39.5 au). Нептун е средно на 30 au от Слънцето. В тази зона от Слънчевата система се намира поясът на Кайпер, съдържащ също многобройни обекти. Затова и тук има немалка вероятност да намерим астероид.

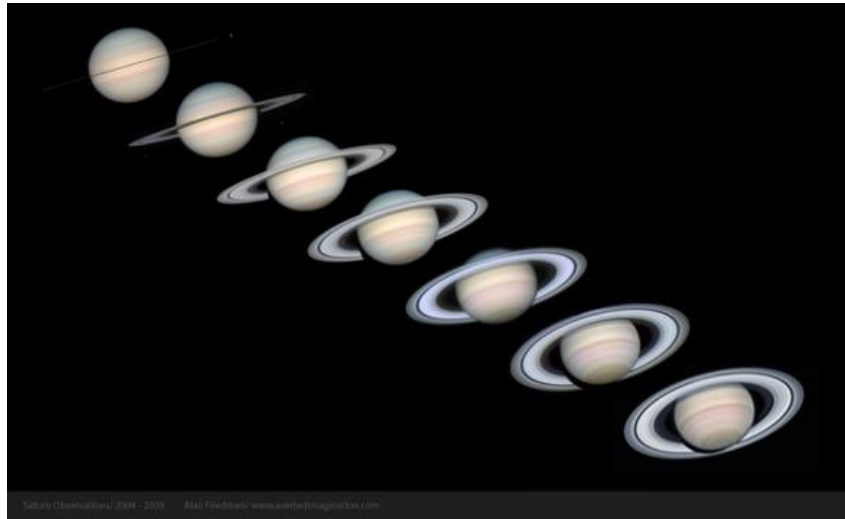
Верният отговор е 12 au. Това разстояние попада между орбитите на Сатурн и Уран, които са съответно на 9.6 au и 19.2 au от Слънцето. На такива разстояния в областите между орбитите на газовите гиганти, обектите са силно повлияни от гравитацията на тези масивни планети и трудно успяват да запазят стабилните си орбити около Слънцето. Обектите, които успяват, се наричат „кентаври“.

Б) Периодичното „изчезване“ на пръстените на Сатурн при наблюдение от Земята е правило впечатление на астрономите от векове. Обяснението е дадено от техния откривател – холандския физик и астроном Кристиан Хюйгенс.



Както се вижда от схемата, публикувана в едно от съчиненията на Хюйгенс през 1659 г., при орбиталното движение на Сатурн около Слънцето ориентацията на неговите пръстени в пространството се запазва. Два пъти за един орбитален период на Сатурн около Слънцето пресечната линия между орбиталната равнина на Сатурн и равнината на неговите пръстени минава през Слънцето. На схемата това се случва в точките В и D. Сатурн е много по-далеч от Слънцето, отколкото Земята, поради което Земята е твърде близо до Слънцето, гледано от Сатурн. Затова приблизително веднъж на 15 години

(половината от орбиталния период на Сатурн) Земята е в равнината на пръстените. Тъй като пръстените на Сатурн са изключително тънки (под 1 km дебелина), веднъж на около 15 години се случва те видимо да изчезнат за земния наблюдател.



В) Видимата яркост (осветеността E) на обектите намалява пропорционално на квадрата на разстоянието до тях: $E \sim 1/r^2$. Тъй като $2500 = 50^2$, то за да стане видимият блясък на даден обект 2500 пъти по-слаб за нашия поглед, ние трябва да се отдалечим от него на 50 път по-голямо разстояние.

Юпитер е на 5.2 au от Слънцето. Ако Юпитер е в противостояние (опозиция), той ще бъде на разстояние $5.2 - 1 = 4.2$ au от Земята. На разстояние $50 \times 4.2 = 210$ au Юпитер в пълна фаза ще изглежда ярък колкото най-слабите звезди, видими с просто око.

Г) Най-големите спътници на газовите гиганти в Слънчевата система са: Ганимед, Титан, Калисто, Йо, Европа, Тритон, Титания, Рея, Оберон, Япет, Умбриел, Ариел, Диона, Тетида, Енцелад, Миранда, Протей, Мимас, Нереида. Трябва да се назоват три спътника.

Критерии за оценяване (общо 12 т.):

За правилни обяснения по подусловията А), Б) и В) – 3×2 т. = 6 т.

За верни отговори по подусловията А), Б) и В) – 3×1 т. = 3 т.

За посочване на 3 спътника по подуслове Г) – 3 т.

3 задача. Светимост на звезди. Мощността на излъчването на една звезда се нарича светимост. Мерната единица за светимост в SI е ватове (W), но тъй като звездите излъчват огромно количество енергия, техните светимости обикновено се измерват в единици слънчеви светимости (L_s). Слънчевата светимост е $L_s = 3.83 \times 10^{26}$ W. Светимостта L на една звезда може да се пресметне по формулата:

$$\frac{L}{L_s} = \left(\frac{R}{R_s}\right)^2 \left(\frac{T}{T_s}\right)^4$$

В тази формула R_s е слънчевият радиус, а $T_s = 5778$ K е температурата на повърхността на Слънцето.

• А) Оранжевият гигант Полукс в съзвездието Близнаци има радиус 9 слънчеви радиуса и температура 4600 К. Колко слънчеви светимости е светимостта на Полукс?

• Б) Жълтият свръхгигант Везен в съзвездието Голямо куче има радиус около 200 слънчеви радиуса и температура 6400 К. Колко пъти по-голяма е светимостта на Везен от тази на Полукс?

• В) Полукс е на разстояние 10 парсека от нас, а Везен е на 500 парсека. Коя от двете звезди ние виждаме като по-ярка в нашето земно небе? Колко пъти видимият блясък на едната звезда е по-голям отколкото на другата?

Упътване: Видимият блясък на една звезда се характеризира със светлинния поток на единица площ, създаван от нея. Той е пропорционален на светимостта на звездата и е обратнопропорционален на квадрата на разстоянието до нея. Например, звездата има 9 пъти по-слаб видим блясък, ако я гледаме от 3 пъти по-голямо разстояние.

Решение:

А) Прилагаме дадената формула, за да сравним светимостта на Полукс със светимостта на Слънцето:

$$\frac{L_P}{L_S} = \left(\frac{R_P}{R_S}\right)^2 \left(\frac{T_P}{T_S}\right)^4$$

По условие за радиуса ни температурата на Полукс ни е дадено: $R_P/R_S = 9$, $T_P = 4600$ К. Получаваме отношение на светимостите $L_P/L_S = 32.5$.

Б) Прилагаме дадената формула, като сравняваме Везен с Полукс:

$$\frac{L_W}{L_P} = \left(\frac{R_W}{R_P}\right)^2 \left(\frac{T_W}{R_P}\right)^4$$

По условие за радиуса и температурата на Везен ни е дадено: $R_W/R_S = 200$, следователно $R_W/R_P = 200/9$; $T_W = 6400$ К. Получаваме отношение на светимостите $L_W/L_P = 1850$.

В) Светлинният поток на единица площ (осветеността E) е пропорционален на светимостта L на излъчващия обект и обратнопропорционален на квадрата на разстоянието до него. Означаваме с r_P и r_W съответно разстоянията от нас до Полукс и до Везен. Сравняваме осветеностите, създавани на Земята от Везен и от Полукс

$$\frac{E_W}{E_P} = \left(\frac{L_W}{L_P}\right) \left(\frac{r_P}{r_W}\right)^2$$

Заместваме с $L_W/L_P = 1850$ и $r_W/r_P = 50$. Получаваме $E_W/E_P = 0.74$, което е по-малко от 1, следователно по-ярката звезда е Полукс. Тя трябва да е приблизително $1/0.74 = 1.35$ пъти по-ярка от Везен.

В действителност, така получаваме отношение на лъчистите потоци от двете звезди по целия електромагнитен спектър, но човешкото око вижда малка част от този спектър. В действителност, звездните величини на Полукс и Везен са 1.14 и 1.82, така че Полукс изглежда $10^{0.4(1.82-1.14)} = 1.87$ пъти по-ярка от Везен за човешкото око.

Критерии за оценяване (общо 12 т.):

За намиране на отношението на светимостите на Полукс и Слънцето – 4 т.

За намиране на отношението на светимостите на Везен и Полукс – 4 т.

За определяне коя от звездите има по-ярък видим блясък и отношението на осветеностите, създавани от звездите Полукс и Везен – 4 т.

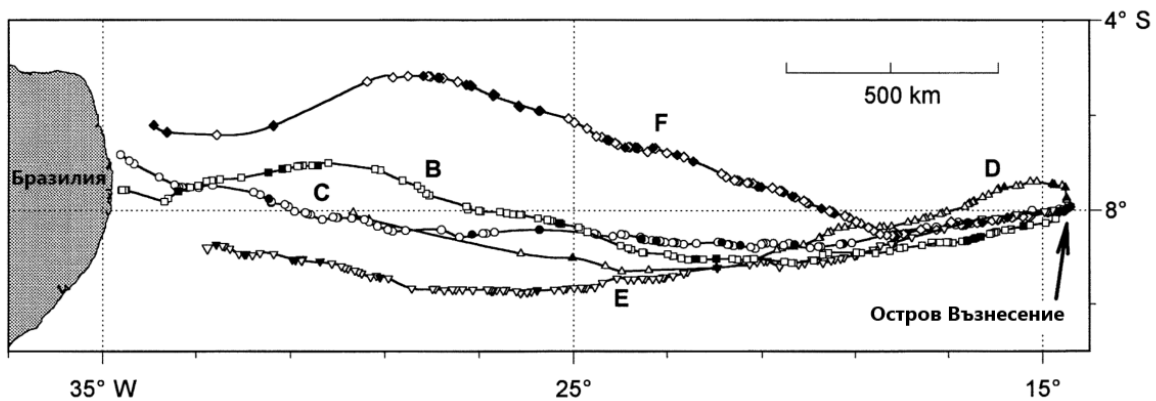
Забележка: От учениците на се изисква да знаят видимите звездни величини на звездите и да пресмятат отношението на осветеностите във видима светлина.

4 задача. Костенурки навигатори.



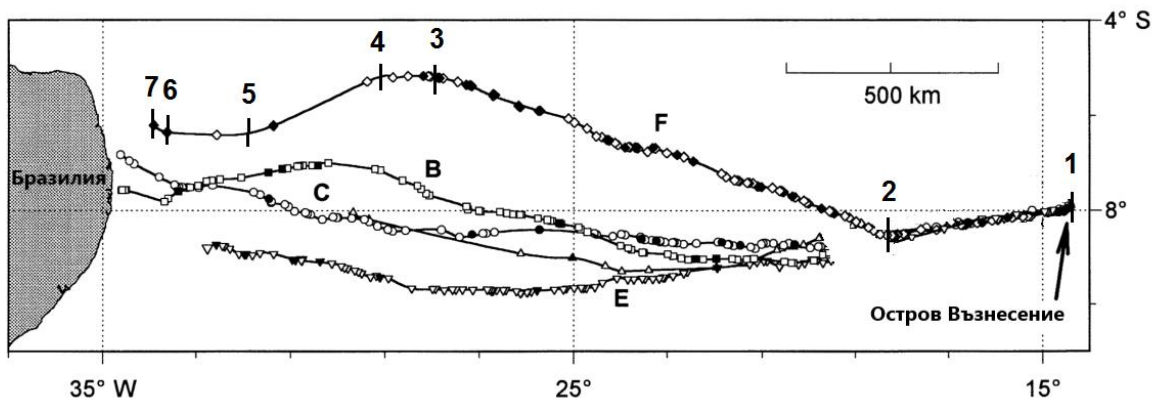
Зелените морски костенурки живеят на остров Възнесение в Атлантическия океан. Веднъж на 3-4 години те пътешестват до бреговете на Бразилия, където снасят яйцата си. Дадена ви е карта с пътищата на пет костенурки по този маршрут, проследени с помощта на спътник през 1997 г.

- **А)** Направете измервания по картата и определете приблизително дължината на пътя на костенурката F. Тя е пътешествала 36 дни. Определете средната ѝ скорост.
- **Б)** Установено е, че един от начините тези костенурки да се ориентират нощем е по Луната. Костенурката F е тръгнала на 2 юли. На 20 юли е било пълнолуние. В коя нощ костенурката не е могла да се ориентира по Луната? В коя нощ тя е могла да се ориентира по Луната само до полунощ, след което Луната е залязла?
- **В)** Когато малките костенурки се излюпят на бразилския бряг, те сами тръгват към острова и го намират. Вие сте навигатор на научноизследователска яхта и проследявате техния път. С каква точност трябва да определяте географските координати на яхтата, така че да не пропуснете остров Възнесение? Размерът на острова е само около 13 км.



Решение: Понеже разполагаме само с линия, с чиято помощ да правим измерванията, един от възможните подходи е да разделим пътя на приблизително праволинейни участъци, да измерим тяхната дължина в милиметри и после да използваме линейният мащаб, даден в горния десен ъгъл, за да превърнем разстоянието в километри.

Нека означим границите на приблизително линейните участъци от пътя:



Измерваме дължинните на отсечките в милиметри:

$$l_{12} = 24 \text{ mm}; l_{23} = 64 \text{ mm}; l_{34} = 7 \text{ mm}; l_{45} = 19 \text{ mm}; l_{56} = 11 \text{ mm}; l_{67} = 2 \text{ mm}$$

За общата дължина получаваме: $l = l_{12} + l_{23} + l_{34} + l_{45} + l_{56} + l_{67} = 127 \text{ mm}$.

Дължината на мащабната линия върху картата е равна на $x = 28 \text{ mm}$ и съответства на 500 km върху земната повърхност. Остава да намерим разстоянието l' в километри:

$$l' = l \cdot \frac{500}{28} = 2268 \text{ km}$$

Това, разбира се, е приблизителен резултат не само поради приближаването на пътя с няколко прави отсечки, но и защото използваме проекция върху равнина на географските координати, които в действителност са върху сферична повърхност (което, впрочем, също е приближение).

Допустимо е, съща така, да се раздели пътят само на 4 участъка, които да се приближат с прави отсечки и резултатът ще бъде много близък до получения.

Възможно е да пресметнем приблизителното разстояние по втори начин, като използваме само разликата в географските дължини на началната и крайната точка и пренебрегвайки промените в географската ширина. Тогава за разстоянието се получава с 90 km по-малък резултат: $l' = 2178 \text{ km}$. Виждаме, че разликата между двата резултата е само около 4% .

Пресмятаме скоростта в километри в час, като разделим разстоянието в километри на броя часове съдържащи се в 36 дни:

$$v = \frac{l'}{36^d \cdot 24^h} = 2.625 \text{ km/h}$$

Пресмятайки разстоянието по втория начин, за скоростта получаваме:

$$v = 2.52 \text{ km/h}$$

Щом пълнолунието е на 20 юли, то следователно новолунието е около 15 денонощия преди това, т.е. – на 5 юли. Това е така, защото периодът на смяна на фазите на Луната е около 29.5 денонощия. Около две денонощия преди и след новолунието едва ли е възможно да се използва Луната за ориентиране. Тогава лунният сърп е много тънък и се вижда на небето много близо до Слънцето. Затова в периода 3 - 7 юли костенурката, най-вероятно, не е могла да се ориентира по Луната. Второто

новолуние е около 15 денонощия след пълнолунието – на 4 август, два дни преди края на пътешествието на костенурката. *Най-вероятно, костенурката не е могла да се ориентира по Луната след 1-ви август, когато Луната вече е била тънък сърп и се е виждала на изток, в посока противоположна на движението на костенурката, съвсем в края на тъмната част на нощта.*

Луната залязва приблизително в полунощ, когато е във фаза първа четвърт. Това се е случило най-вероятно на 12-ти или 13-ти юли. *До тези дати Луната е залязвала преди полунощ. Следователно в периода 7-13 юли костенурката не е могла да се ориентира по Луната след полунощ.*

Ако приемем, че виждаме над водата не повече от костенурките, то за да не пропуснем острова е добре да достигнем крайната точка с грешка не по-голяма от 6.5 километра по географска ширина (в едната или в другата посока). Предполагаме, че се движим по направление на географската дължина, така че да не пропуснем острова, щом географската ширината е достатъчно точна. Измерваме върху картата отсечката съответстваща на 10° разстояние по географска дължина. (Лесно се убеждаваме, че е използван един и същи мащаб по двете оси). Получаваме 62 mm. Следователно върху картата на 1° съответства разстояние от $\Delta l = 6.2$ mm. Вече видяхме, че на 500 km съответстват 28 mm. Следователно върху повърхността на Земята на 1° съответства разстояние $\Delta l'$ равно на:

$$\Delta l' = \Delta l \cdot \frac{500}{28} = 110.7 \text{ km}$$

Тогава, на 6.5 километра съответства ъглово отместване по географска ширина:

$$\Delta \varphi = \frac{6.5}{\Delta l'} = 0.0587 = 3'.5 \text{ (дъгови минути)}$$

Следователно, за да не пропуснем острова е добре да определяме координатите на яхтата с точност не по-лоша от $\Delta \varphi = \pm 3'.5$ (дъгови минути).

Критерии за оценяване (общо 12 т.):

За правилни измервания по картата и пресмятане на разстоянието, което е изминала костенурката – 3 т.

За правилно пресмятане на средната скорост на костенурката – 2 т.

За правилни разсъждения относно времето, когато костенурката не е могла да се ориентира по Луната – 1.5 т.

За правилно определяне на времето, когато костенурката е могла да се ориентира по Луната до полунощ – 1.5 т.

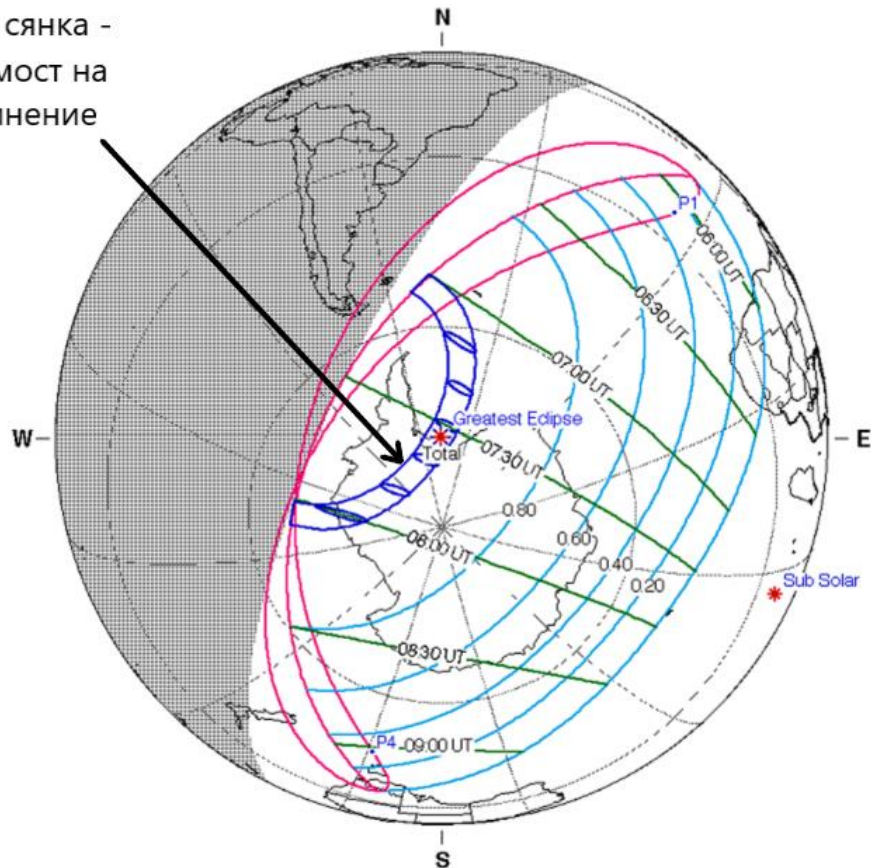
За правилни разсъждения, математическа постановка и пресмятане на точността, с която трябва да се определят координатите на яхтата – 4 т.

5 задача. Необикновено затъмнение. На 4 декември 2021г. в Антарктида се е наблюдавало пълно слънчево затъмнение. Дадена ви е карта на земното кълбо. На нея е показано как е преминала сянката на Луната по земната повърхност. Отбелязани са също и моментите на преминаване на сянката в Универсално време (UT).

• **А)** Опишете само качествено как се изменя географската дължина на лунната сянка по земната повърхност с времето.

- Б) В колко часа приблизително сянката се движи право на юг?
- В) Това затъмнение в известен смисъл е необикновено. В каква посока се изменя географската дължина на лунната сянка по време на повечето слънчеви затъмнения, които се наблюдават на места, не толкова близки до земните полюси? Обяснете вашия отговор.

Път на лунната сянка -
ивица на видимост на
пълното затъмнение



Решение:

А) На дадената ни карта виждаме, че сянката на Луната е преминала южно от континента Южна Америка. Общо взето, тя се е движила в посока от изток на запад и през цялото време е оставала в западното полукълбо на Земята. Следователно, нейната западна дължина се е увеличавала.

Горното твърдение, обаче, не е вярно за един много кратък интервал от време, който е малко след навлизането на сянката по земната повърхност. Тогава, за около 15 минути, тя всъщност се е придвижвала на югоизток, т.е. нейната западна географска дължина намалява. Това е видно от изображението, защото в този времеви интервал сянката се движи в обратна посока отново на меридианите на Земята по нарастваща западна географска дължина.

Б) За да намерим в кой момент по UT сянката се е движила точно на юг, трябва да прекараме права линия, която е допирателна към нейната траектория и преминава през Южния полюс. Точката, в която тази линия се допира до пътя на сянката, е именно точката, в която сянката се е движила точно на юг. Използвайки означените моменти от време, забелязваме, че тази точка съответства приблизително на 7:15 UT. (Поради това, че подсловието се изпълнява на ръка, е възможно получените от учениците стойности слабо да се различават, дори при напълно правилно решение).

В) Луната се движи по своята орбита в същата посока, в която Земята се върти около своята ос. Следователно, по време на слънчево затъмнение, точките от земната повърхност „догонват“ лунната сянка. Това означава, че ако скоростта на Луната по нейната орбита е по-висока от линейната скорост на точките от земната повърхност при околоосното въртене на Земята, то сянката на Луната ще ги „изпреварва“ и относително повърхността на Земята ще се движи в същата посока, в която Луната по орбитата си, т.е. от запад на изток.

Нека да въведем следните означения:

$r_{ЗЛ}$ – разстояние Земя-Луна;

T_{SYD} – сидеричен лунен месец;

R – радиус на Земята;

$T_{ЗВ}$ – звездно денонощие.

Луната орбитална скорост е:

$$V_{Л} = \frac{2\pi r_{ЗЛ}}{T_{SYD}} \approx 1.02 \text{ km/s}$$

С максимална скорост относно центъра на Земята се движат точките от земния екватор и тази скорост е:

$$V_{Е} = \frac{2\pi R}{T_{ЗВ}} \approx 0.47 \text{ km/s}$$

Очевидно, лунната скорост е по-голяма, следователно при слънчевите затъмнения сянката на Луната трябва да се придвижва от запад на изток по земната повърхност. Представеното на картата затъмнение е необикновено, защото при него през по-голямата част от времето лунната сянка се движи в обратна посока. Това е така, защото затъмнението е станало на 4 декември, не много време преди лятното слънцестояние за южното полукълбо. Тогава южният полюс на Земята е „наклонен“ в посока към Слънцето и сянката на Луната е попаднала „отвъд“ полюса в зона, където на по-ниски географски ширини са нощните часове на денонощието.

Критерии за оценяване (общо 12т.):

А) – 3т.

- за *правилен извод относно общото движение на сянката по географска дължина – 2 т.*

- за *разсъждения относно промяната на географската дължина на сянката през краткия интервал, малко след навлизането ѝ върху земната повърхност – 1 т.*

Б) – 4т.

- за *правилно разсъждение, геометрична постановка и построение – 3 т.*

- за *вярна стойност на търсения момент от време – 1 т.*

В) – 5т.

- за *намиране на скоростите на Луната по нейната орбита и тази на точка от екватора – 2 т.*

- за *правилен извод за посоката, в която се движи лунната сянка, произтичащ от сравнението на двете скорости – 3 т.*