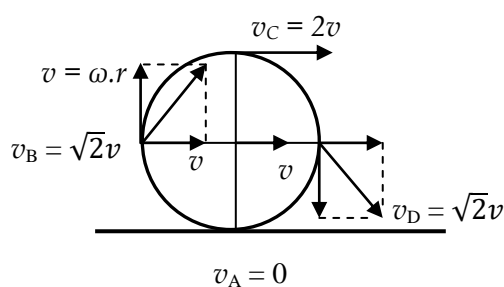


ПРОЛЕТНО НАЦИОНАЛНО СЪСТЕЗАНИЕ 2022 г.

Решения на задачите 11 клас (Пета състезателна група)

Задача 1.



А) $v_A = 0; v_B = v_D = \sqrt{2}v; v_C = 2v.$ (1 т)

Б) Ъгълът между съседните спици е:

$$\varphi = \frac{2\pi}{N} \quad (1 \text{ т})$$

Колелото ще изглежда неподвижно за зрителя, ако за времето между два съседни кадъра ($t = 1/24 \text{ s}$) колелото се завърти на ъгъл $\alpha = k\varphi$, където k е цяло положително число ($k = 1, 2, 3, \dots$) (1 т).

От друга страна ъгълът на завъртане на колелото е равен на $\alpha = \omega \cdot t$ (1 т). Следователно скоростта на автомобила е:

$$v = \omega r = \frac{2\pi k r}{N t} \quad (1 \text{ т})$$

Следователно:

При $k = 1$: $v_1 = 8,8 \text{ m/s} \approx 31,7 \text{ km/h}$

При $k = 2$: $v_2 = 17,6 \text{ m/s} \approx 63,3 \text{ km/h}$

При $k = 3$: $v_3 = 26,4 \text{ m/s} \approx 95 \text{ km/h}$

(1 т)

При $k = 4, 5, \dots$ няма смисъл да се разглеждат понеже надхвърлят скоростта на автомобилите, която са можели да достигнат по време на снимането на филма.

В) Колелото ще изглежда, че се върти в обратна посока, ако за време t колелото се завърти на ъгъл β , за който е изпълнено:

$$k\varphi - \frac{\varphi}{2} < \beta < k\varphi \quad (1 \text{ т})$$

Това означава, че:

$$\frac{(2k-1)\varphi}{2t} < \omega_1 < \frac{k\varphi}{t} \quad (1 \text{ т})$$

ИЛИ

$$\frac{(2k-1)\varphi r}{2t} < v < \frac{k\varphi r}{t} \quad (1 \text{ т})$$

ИЛИ

При $k = 1$: $4,4 \text{ m/s} < v < 8,8 \text{ m/s}$

При $k = 2$: $13,2 \text{ m/s} < v < 17,6 \text{ m/s}$

При $k = 3$: $22,0 \text{ m/s} < v < 26,4 \text{ m/s}$

(1 т)

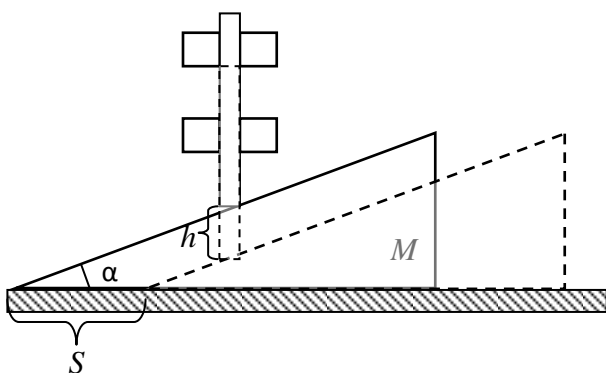
Задача 2.

Част 1. Нека клинът изминава път S , а тръбата се спуска надолу като изминава път h . От геометрични съображения следва:

$$h = S \cdot \text{tg} \alpha \quad (0,5 \text{ т})$$

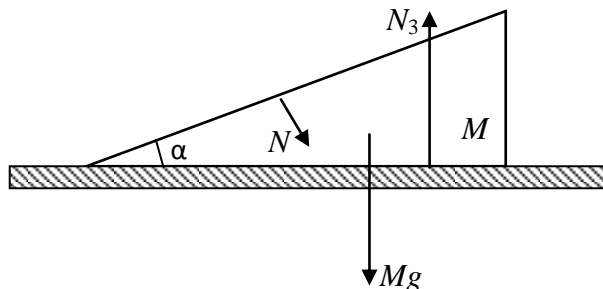
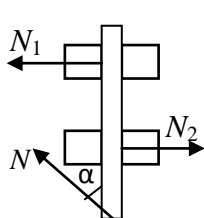
Делим почленно на времето t :

$$u = v \cdot \text{tg} \alpha \quad (0,5 \text{ т})$$



Част 2.

А)



За правилно означени сили върху тръбата (1 т).

За правилно означени сили върху клина (1 т).

Б) $a_2 = a_1 \cdot \operatorname{tg} \alpha$ (1 т)

В) Уравненията за движение на тръбата и клина са:

За клина:

(по вертикалната ос) $N_3 - N \cos \alpha - Mg = 0$ (1 т)

(по хоризонталната ос) $N \sin \alpha = Ma_1$ (1 т)

За тръбата:

(по вертикалната ос) $mg - N \cdot \cos \alpha = ma_2$ (1 т)

(по хоризонталната ос) $N_1 - N_2 + N \sin \alpha = 0$ (1 т)

След решаване на системата уравнения:

$$a_1 = \frac{m \cdot \operatorname{tg} \alpha}{M + m \cdot \operatorname{tg}^2 \alpha} g \quad (1 \text{ т})$$

$$a_2 = \frac{m \cdot \operatorname{tg}^2 \alpha}{M + m \cdot \operatorname{tg}^2 \alpha} g \quad (1 \text{ т})$$

Задача 3.

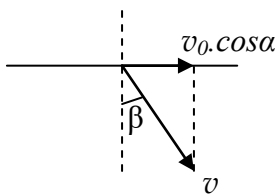
А) Използваме закона за запазване на енергията:

$$\frac{mv_0^2}{2} + mgh = \frac{mv^2}{2}$$

$$v = \sqrt{v_0^2 + 2gh} \quad (1 \text{ т})$$

Б) $a_\tau = 0; a_n = g.$ (0,5 т)

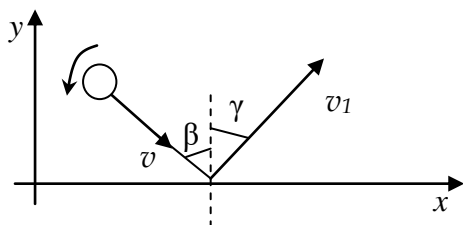
В) Хоризонталната компонента на скоростта $v_x = v_0 \cdot \cos \alpha$ (0,5 т).



От геометрични съображения:

$$\sin \beta = \frac{v_0 \cos \alpha}{v}$$

$$\sin \beta = \frac{v_0 \cos \alpha}{\sqrt{v_0^2 + 2gh}} \quad (1 \text{ т})$$



Г) За времето t , за което топката е в контакт със земната повърхност, действат две сили – сила на

нормална реакция на опората N и сила на триене f , която е насочена в посока обратна на оста x , като действието и е съпроводено от въртенето на топката и нейното приплъзване в земната повърхност.

Импулсът на топката по компоненти се изменя:

$$\Delta p_y = p_y - p_{0y} = N \cdot t \quad (1 \text{ т})$$

$$\Delta p_x = p_x - p_{0x} = f \cdot t = -kNt \quad (1 \text{ т})$$

При удара деформацията на топката е еластична и следователно:

$$p_y = p_{0y} = mv \cos \beta \quad (0,5 \text{ т})$$

Следователно изменението на импулса по y е:

$$\Delta p_y = 2mv \cos \beta = Nt \quad (0,5 \text{ т})$$

От друга страна:

$$p_x = p_y \cdot \operatorname{tg} \gamma \quad (1 \text{ т})$$

$$p_{0x} = mv \cdot \sin \beta \quad (1 \text{ т})$$

Окончателно за Δp_x :

$$\Delta p_x = p_x - p_{0x} = mv \cos \beta \cdot \operatorname{tg} \gamma - mv \cdot \sin \beta = -kNt \quad (1 \text{ т})$$

След почленно делене на изразите за Δp_x и Δp_y :

$$\operatorname{tg} \gamma = \operatorname{tg} \beta - 2k \quad (1 \text{ т})$$