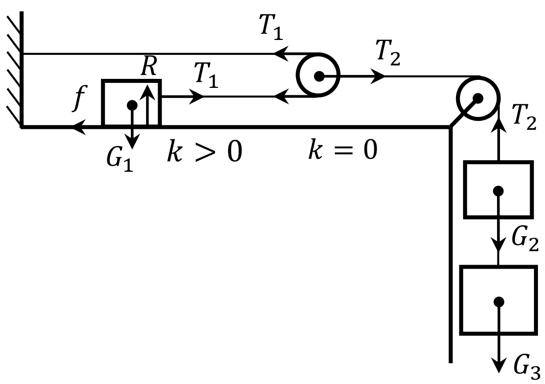
МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА
НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО ФИЗИКА
9 май 2021 г., София
Тема за IV състезателна група (10. клас)

Задача 1. Трупчета и макари



а) Първоначално на лявото трупче (с маса m_1) действа силата на тежестта $G_1 = m_1 g$ надолу, реакцията на опората $R = G_1$ нагоре, силата на опън T_1 надясно и силата на триене $f = kR = km_1 g$ наляво. **[0,5 т.]** На трупчетата с маси m_2 и m_3 действат сили на тежестта $G_2 = m_2 g$ и $G_3 = m_3 g$, но силата на опън от страна на дясната макара е $T_2 = 2T_1$ **[0,5 т.]** (следствие от безмасовостта на макарите), както може да се види на чертежа вляво. Може да се съобрази, че трупчетата с маси m_2 и m_3 ще се движат надолу с ускорение $a_2 = a_1/2$, тъй като те изминават двойно по-малък път от лявото трупче, а пътят е пропорционален на ускорението при движение без начална скорост. **[0,5 т.]** Като приложим II принцип на Нютон, ще получим: $m_1 a_1 = T_1 - km_1 g$ **[0,5 т.]** (за лявото трупче) и $(m_2 + m_3)a_2 = (m_2 + m_3)g - T_2$ **[0,5 т.]** (за десните трупчета). Изразяваме T_2 чрез T_1 и a_1 чрез a_2 от по-горе, след което се получава, че $2m_1 a_2 = T_1 - km_1 g$ и $(m_2 + m_3)a_2 = (m_2 + m_3)g - 2T_1$. От последните две уравнения може да изразим $a_2 = \frac{(m_2+m_3-2km_1)g}{4m_1+m_2+m_3}$ и $T_1 = \frac{(k+2)m_1(m_2+m_3)g}{4m_1+m_2+m_3}$. **[0,5 т.]** След срязването на нишката трупчето с маса m_3 вече не е част от системата и ускоренията на останалите две трупчета се променят. Ще означим новото ускорение на лявото трупче с a_1', а ускорението на трупчето с маса m_2 ще стане a_2', като отново $a_1' = 2a_2'$. Силите на опън ще станат T_1' и $T_2' = 2T_1'$. За да получим новите изрази за ускоренията и силите на опън, трябва да премахнем m_3 от горните изрази за a_2 и T_1: $a_2' = \frac{(m_2-2km_1)g}{4m_1+m_2}$, а $T_1' = \frac{(k+2)m_1 m_2 g}{4m_1+m_2}$. **[0,5 т.]** След като лявото трупче достигне гладката област от повърхността, трябва да положим $k = 0$ в съответните изрази. Окончателното ускорение на лявото трупче е $a_1'' = 2a_2'' = \frac{2m_2 g}{4m_1+m_2}$. **[0,5 т.]** По условие $a_1'' = \frac{3a_1'}{2} = 3a_2'$, откъдето $\frac{2m_2 g}{4m_1+m_2} = \frac{3(m_2-2km_1)g}{4m_1+m_2}$, т.е. $2x = 3(x - 2k)$ и съответно $x = 6k$. **[0,5 т.]** По условие $T_1' = \frac{2T_1}{3}$, откъдето $\frac{m_2}{4m_1+m_2} = \frac{2(m_2+m_3)}{3(4m_1+m_2+m_3)}$ и $\frac{x}{4+x} = \frac{2(x+y)}{3(4+x+y)}$. След опростяване имаме, че $x(x + y + 4) = 8y$. **[0,5 т.]** От условието $a_2 = 2a_2'$ се получава, че $\frac{m_2+m_3-2km_1}{4m_1+m_2+m_3} = \frac{2(m_2-2km_1)}{4m_1+m_2}$ и $\frac{x+y-2k}{4+x+y} = \frac{2(x-2k)}{4+x}$. След значителни опростявания стигаме до съотношението

$k(x + 2y + 4) = 2y$. **[1 т.]** Като решим получените уравнения, намираме $k = 2/3$, $x = 4$ и $y = 8$. **[1,5 т.]**

б) Първоначалните ускорения на трупчетата са $a_1 = 2a_2 = \frac{2(m_2+m_3-2km_1)g}{4m_1+m_2+m_3} = \frac{2(x+y-2k)g}{4+x+y} = \frac{4g}{3} \approx 13\ \mathrm{m/s^2}$ и $a_2 = \frac{(m_2+m_3-2km_1)g}{4m_1+m_2+m_3} = \frac{(x+y-2k)g}{4+x+y} = \frac{2g}{3} \approx 7\ \mathrm{m/s^2}$. **[1 т.]**

в) След достигане на гладката област силата на опън на лявата нишка става $T_1'' = \frac{2m_1m_2g}{4m_1+m_2} = \frac{2xm_1g}{4+x} = 5\ \mathrm{N}$ **[0,5 т.]**, откъдето $m_1 = \frac{(4+x)T_1''}{2xg} = \frac{T_1''}{g} \approx 0{,}5\ \mathrm{kg}$. **[0,5 т.]** Останалите маси са съответно $m_2 = 4m_1 = \frac{4T_1''}{g} \approx 2\ \mathrm{kg}$ и $m_3 = 8m_1 = \frac{8T_1''}{g} \approx 4\ \mathrm{kg}$. **[0,5 т.]**

Задача 2. Физика на вълните

Част 1

а) При преминаване през тесен отвор звуковата вълна търпи дифракция, т.е. отклонява се от първоначалната си посока на разпространение. Съгласно с принципа на Хюйгенс отворът става източник на сферична вълна, която достига микрофона. **(1,0 т)**

б) Явлението се дължи на интерференция между вълните 1 и 2, минали съответно през отворите O_1 и O_2. Заглушаване на звука се получава, когато в т. B е изпълнено условието за интерференчен минимум:

(1) $$\Delta r = r_1 - r_2 = \left(k + \frac{1}{2}\right)\lambda,$$ **(0,5 т)**

където r_1 и r_2 са съответно пътищата, които вълните 1 и 2 изминават от източника A до приемника B, а λ е дължината на звуковата вълна. От чертежа се вижда, че:

(2) $$r_1 = |AO_1| + |O_1B| = 2\sqrt{d^2 + x^2}$$ **(0,25 т)**

и

(3) $$r_2 = |AO_2| + |O_2B| = 2d.$$ **(0,25 т)**

Минималната честота $\nu_{\min}$, при която настъпва заглушаване на звука, съответства на максималната дължина $\lambda_{\max}$ на вълната, за която е изпълнено условието за минимум:

(4) $$\nu_{\min} = \frac{u}{\lambda_{\max}}.$$ **(0,5 т)**

От условието (1) се вижда, че максималната дължина на вълната отговаря на $k = 0$. Така получаваме уравнението:

(5) $$2\sqrt{d^2 + x^2} - 2d = \frac{u}{2\nu_{\min}},$$

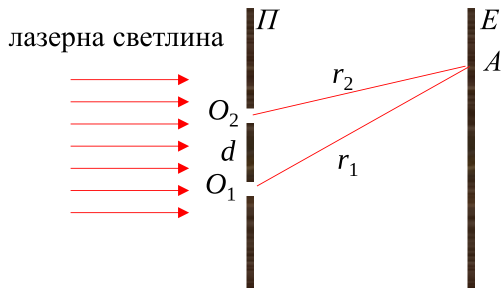
откъдето намираме:

(6) $$\nu_{\min} = \frac{u}{4\left(\sqrt{d^2 + x^2} - d\right)}.$$ **(1,0 т)**

След заместване с числените стойности, получаваме:

(7) $$\nu_{\min} = \frac{340\ \mathrm{m/s}}{4\left(\sqrt{(0{,}2\ \mathrm{m})^2 + (0{,}15\ \mathrm{m})^2} - 0{,}2\ \mathrm{m}\right)} = 1700\ \mathrm{Hz}.$$ **(0,5 т)**

Част 2



а) За да се наблюдава максимум в дадена точка A от екрана, трябва да бъде изпълнено условието:

(1) $$\Delta r = |O_1A| - |O_2A| = k\lambda.$$ **(0,5 т)**

Тогава за зелената светлина имаме:

(2) $$\Delta r = 5\lambda_1.$$ **(0,25 т)**

а за червената светлина съответно:

(3) $$\Delta r = 4\lambda_2.$$ **(0,25 т)**

Като разделим почленно уравненията (2) и (3), получаваме:

(4) $$5\lambda_1 = 4\lambda_2,$$

откъдето:

(5) $$\lambda_2 = \frac{5}{4}\lambda_1 = 665\ \mathrm{nm}.$$ **(1,0 т)**

б) За триъгълника O_1O_2A е в сила неравенството:

(6) $$\Delta r = |O_1A| - |O_2A| \le O_1O_2 = d.$$ **(0,5 т)**

Следователно максималният порядък $k_{\max}$ на интерференчните максимуми в опита на Юнг съответсва на цялото число, за което е изпълнено:

(7) $$k_{\max}\lambda \le d < (k_{\max} + 1)\lambda\,.$$ **(0,5 т)**

Като вземем предвид, че максимумите с отрицателен порядък са разположени симетрично спрямо нулевия максимум, получаваме, че общият брой максимуми за дадена дължина на вълната е:

(8) $$N = 2k_{\max} + 1.$$ **(0,5 т)**

Следователно за зелената светлина имаме:

(9) $$k_{\max 1} = 18,$$ **(0,25 т)**

а за червената:

(10) $$k_{\max 2} = 15.$$ **(0,25 т)**

Тогава от условието (7) за зелената светлина ($\lambda_1 = 532$ nm) получаваме:

(11) $$9576 \text{ nm} \le d < 10108 \text{ nm},$$ **(0,25 т)**

а за червената светлина ($\lambda_2 = 665$ nm) съответно:

(12) $$9975 \text{ nm} \le d < 10640 \text{ nm}.$$ **(0,25 т)**

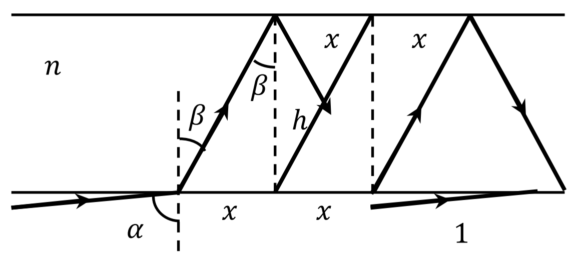
Следователно интервалът от допустими стойности на d, изразен в по-подходящата единица микрометър, е:

(13) $$d \in [9{,}975\ \mu\text{m}; 10{,}108\ \mu\text{m}).$$ **(0,5 т)**

Грешката при определяне на d съответства на половината от широчината на интервала, т.е. $\Delta d = 0{,}067\ \mu\text{m} \approx 0{,}07\ \mu\text{m}$. Най-правдоподобната стойност отговаря на средата на интервала, т.е. $10042\text{ nm} \approx 10{,}0\ \mu\text{m}$. Стойността е закръглена така, че да се записва с три значещи цифри, колкото е точността на данните от условието. Следователно крайният резултат може да се запише:

(14) $$d = (10{,}0 \pm 0{,}07)\ \mu\text{m}.$$ **(1,0 т)**

Задача 3. Отражения



а) От закона на Снелиус (виж чертежа вдясно) следва $\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{n}{1}$. **[0.5 т.]** Тъй като α е почти прав ъгъл, то $\sin\alpha \approx 1$ и тогава $\sin\beta \approx \frac{1}{n}$. **[0.5 т.]** Тъй като $\frac{x}{h} = \tan\beta$, **[0.5 т.]** то $2x = 2h\tan\beta =$

$2h\frac{\sin\beta}{\sqrt{1-(\sin\beta)^2}} = \frac{2h}{\sqrt{n^2-1}}$. **[1 т.]**

б) От чертежа по-долу вляво се вижда, че ъгълът на отражение при първото отражение от задната стена (Z_1) е α, ъгълът на отражение при първото отражение от предната стена (P_1) е 2α, ъгълът на отражение при второто отражение от задната стена (Z_2) е 3α, ъгълът на отражение при второто отражение от предната стена (P_2) е 4α и т.н. **[1 т.]** Съответно разстоянието между точките на първото и второто отражение от предната стена $y_{1,2} \approx 6\alpha h$, разстоянието между точките на второто и третото отражение от предната стена $y_{2,3} \approx 10\alpha h$, **[1 т.]** откъдето може да се съобрази, че разстоянието между точките на k-тото и $k+1$-вото отражение от предната стена $y_{k,k+1} = (4k+2)\alpha h$. **[0.5 т.]**

в) При отражение от предната стена на клина, тъй като гледаме перпендикулярно на тази стена и тъй като отразеният лъч лежи в равнината, определена от падналия лъч и нормалата на предната стена, то проекциите върху предната стена на падналия и отразения лъч ще лежат на една права. **[0.5 т.]** Обаче при отражение от задната стена на клина, тъй като гледаме перпендикулярно на предната стена, а задната стена е наклонена спрямо предната, тъй като отразеният лъч лежи в равнината, определена от падналия лъч и нормалата на задната стена, съответно проекциите върху предната стена на падналия и отразения лъч от задната стена ще сключват търсения ъгъл φ. **[0.5 т.]** Използвайки означенията от предните два чертежа и резултатите, получени в предните две подусловия, на чертежа по-долу вдясно е дадено как ще изглеждат проекциите на отразените лъчи върху предната стена. Наистина тези проекции са хорди в една окръжност, тъй като две съседни отсечки (хорди) имат равна дължина и сключват един и същ ъгъл. Тъй като $\varphi = \frac{4\alpha h}{2x}$, **[1 т.]** замествайки с получения резултат в подусловие а), $\varphi = \frac{4\alpha h\sqrt{n^2-1}}{2h} = 2\alpha\sqrt{n^2-1}$. **[0.5 т.]**

г) От чертежа по-долу вдясно се вижда, че $\frac{x}{r} = \frac{\varphi}{2}$. **[1 т.]** Замествайки с получените резултати от подусловия а) и в) за радиуса на окръжността – „траектория на лазерния лъч" се получава $r = \frac{2x}{\varphi} = \frac{\frac{2h}{\sqrt{n^2-1}}}{2\alpha\sqrt{n^2-1}} = \frac{h}{\alpha(n^2-1)}$. **[1.5 т.]**