

МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА
НАЦИОНАЛНО ПРОЛЕТНО СЪСТЕЗАНИЕ ПО ФИЗИКА
12 – 14 март 2021 г., Стара Загора
Специална тема

Задача 1. Хелмхолцови бобини.

а) По кръгов проводник с радиус R тече ток с големина I . Получете формула за големината на индукцията $B_1(z)$ на магнитното поле в точка, лежаща на оста на симетрия на окръжността, намираща се на разстояние z от равнината, в която лежи проводникът. [2 т.]

б) Нека на разстояние L от първия кръгов проводник се намира втори кръгов проводник, идентичен на първия (т.е. със същия радиус R и по който тече ток I със същата големина и посока). Осите на симетрия на двата проводника съвпадат и проводниците лежат в успоредни равнини (разстоянието между тях е L). Намерете при каква стойност на отношението $k = \frac{L}{R}$, магнитното поле $B_2(z)$ по оста z в околност на средата между двата проводника ще бъде „най-еднородно“. Началото на оста z се избира в центъра на единия от двата проводника. Тогава центърът на другия проводник ще има координата $z = L$, а средата между тях: $z = L/2$. [4 т.]

в) За така изчислената стойност на k , получите формула за големината на индукцията $B_2\left(\frac{L}{2}\right)$ на магнитното поле в средата между двата проводника. [0.5 т.]

г) За да оцените доколко е еднородно магнитното поле по оста z между двата проводника, изчислете отношенията на индукцията в различни двойки точки: $b_1 = \frac{B_2(0)}{B_2(L/2)}$ и $b_2 = \frac{B_2(L/4)}{B_2(L/2)}$. Представете отношенията b_1 и b_2 като десетични дроби с точност 4 знака след десетичната запетая. [1 т.]

д) Съвкупността от двата кръгови проводника, разгледана в подусловие б) се нарича Хелмхолцови бобини. За да се създава по-силно магнитно поле, обаче всеки от тези два кръгови проводника е заменен с N много близки проводника, образуващи соленоид (именно те образуват бобината). Приемете, че дължината на всяка от бобините е пренебрежимо малка (много по-малка от L). Тези Хелмхолцови бобини са с радиус $R = 20,0$ cm и са част от експериментална установка за измерване на специфичния заряд на електрона (отношението e/m_e). За целта вакуумиран стъклен балон е поместен в средата между двата проводника (Хелмхолцовите бобини, там където магнитното поле е най-еднородно). Електрони, получени чрез термоелектронна емисия от нагрят катод във вакуумирания стъклен балон, с пренебрежима начална скорост, се ускоряват от електрично поле (между катода и анод) чрез напрежение $U = 200,0$ V. След това се движат само под действие на магнитното поле във вакуумираната част на тръбата. В тръбата обаче има малко количество остатъчни газове, така че малка част от движещите се електрони взаимодействат с молекулите на остатъчните газове, възбуждат ги, след което при тяхната релаксация се наблюдава светене. Така траекторията на електроните може да се наблюдава с просто око, защото „свети“. Установено е, че при ток през бобините $I = 1,378$ A, траекторията на електроните е окръжност с радиус точно $r = 5,00$ cm. Изчислете броя N на намотките във всяка от Хелмхолцовите бобини. [2.5 т.]

Задача 2. Ефект на Майснер.

а) По безкраен прав проводник тече ток с големина I . Използвайки закона на Био-Савар, докажете, че големината на индукцията на магнитното поле на разстояние r от проводника е $B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$. [2 т.]

б) Нека проводникът се намира на разстояние d от плоската повърхност на безкраен свръхпроводник (който заема половината пространство). Интересно свойство на свръхпроводниците е, че освен че тяхното електрично съпротивление е нула, в тях няма магнитно поле. Последното се нарича ефект на Майснер. Този факт води до поява на сила на отблъскване между източници на магнитно поле и свръхпроводници. Използвайки метод, подобен на метода на огледалните изображения в електростатиката, и факта, че магнитните силови линии са винаги затворени криви, получите формула за силата на отблъскване, действаща на проводника на единица дължина от него, от страна на свръхпроводника. [3 т.]

в) Нека повърхността на свръхпроводника е хоризонтална. Земното ускорение е g . Масата на единица дължина от проводника е $\frac{\Delta m}{\Delta l} = k$. Намерете разстоянието d_0 (това е разстоянието от проводника до повърхността на свръхпроводника), на което проводникът ще се намира в равновесие. [2 т.]

г) Нека проводникът извършва вертикални трептения с малка амплитуда около положението си на равновесие. Изчислете периода T на тези трептения. Изразете периода T чрез d_0 и g . [3 т.]

Задача 3. Турбореактивен двигател.

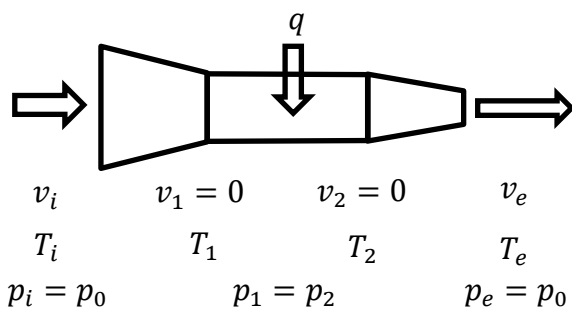
Турбореактивният двигател е двигател, основно използван като самолетен двигател, чиято основна съставна част е газова турбина, и чието действие се основава на изгарянето на смес от подаван под налягане въздух и гориво. Получената при изгарянето топлина нагрява газовата смес и разширявайки се, тя излиза от двигателя с голяма скорост, като създава реактивна тяга.

а) Нека разгледаме прост модел на турбореактивен двигател. Самолетът се движи равномерно спрямо въздуха със скорост v_i , т.е. въздухът влиза в двигателя със скорост v_i , а излиза от него със скорост v_e (спрямо двигателя). Плътноста на влизащия въздух е ρ , а сечението на отвора на двигателя – S . Получете формула за реактивната сила F_r , действаща на двигателя. [1 т.]

б) Нека в двигателя при изгарянето на горивото се отделя количество топлина за единица време $q = \frac{\Delta Q}{\Delta t}$. Получете формула за коефициента на полезно действие η на двигателя. [1 т.]

в) Процесите в най-простия модел на такъв двигател (без турбина) се моделират с кръговия процес (цикъл) на Brayton. Той е съставен от две изобари и две адиабати. Изчислете коефициента на полезно действие η_B на такъв цикъл за идеален газ с коефициент на адиабатата γ ($\gamma = \frac{c_p}{c_v}$). Двамата изобарни процеса се извършват съответно при наляганя p_1 и p_2 ($p_2 > p_1$). Уравнението на състоянието на идеалния газ при адиабатния процес е $p \cdot V^\gamma = const.$. [2 т.]

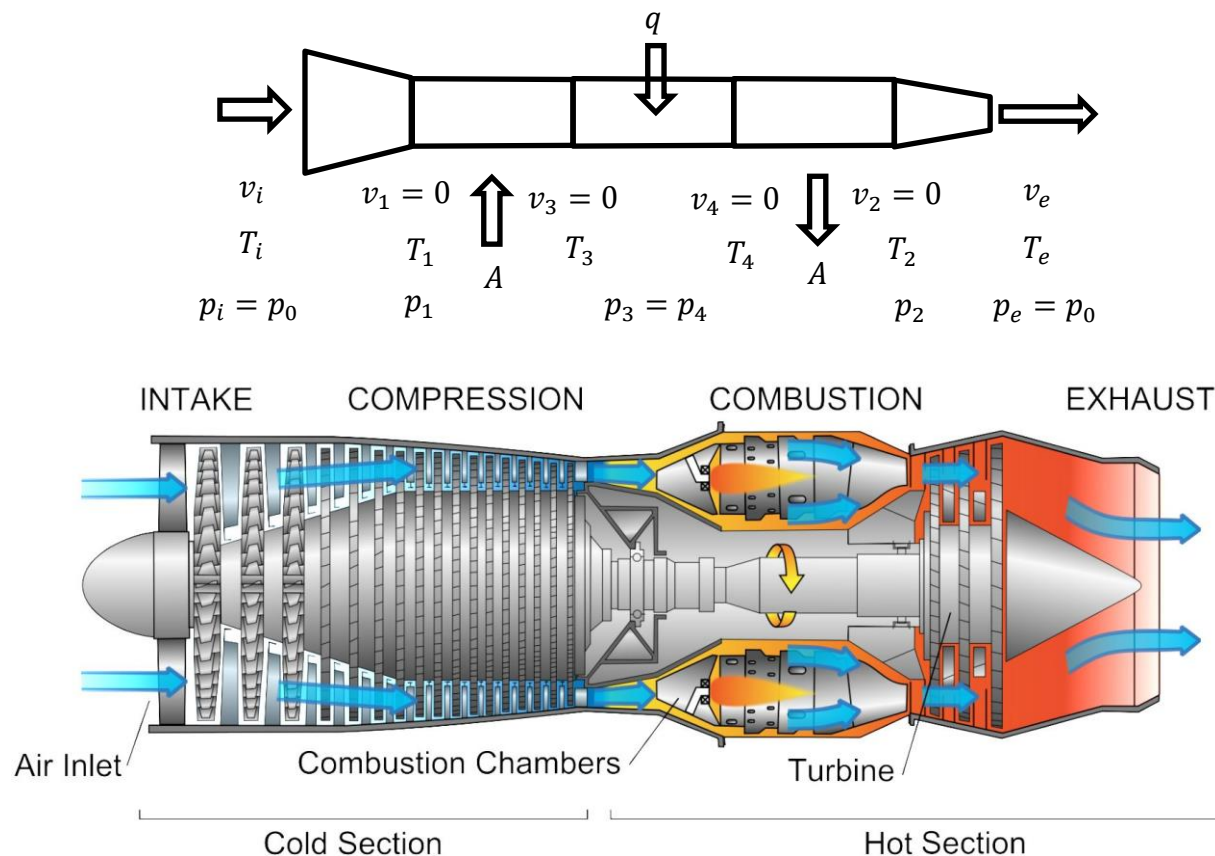
г) Нека разгледаме по-конкретен модел на реактивен двигател (без турбина). Влизащият в двигателя въздух има скорост v_i , температура T_i и налягане $p_i = p_0$ (виж



фигурата). При навлизането в двигателя газът адиабатно си увеличава температурата до T_1 , налягането до p_1 , а скоростта му става нула. След това изгарящото гориво (масата му се пренебрегва, променящият се химически състав на въздуха също не се отчита) отделя количество топлина за единица време $q = \Delta Q / \Delta t$. При този процес газът се нагрява изобарно до

температура T_2 и налягане $p_2 = p_1$, като скоростта му все още е нула. След това газът се разширява адиабатно до температура T_e , налягане $p_e = p_0$ и започва да се движи спрямо двигателя със скорост v_e . Докажете, че $T_1 - T_i = \frac{v_i^2}{2c_p}$, където c_p е специфичният топлинен капацитет при постоянно налягане (т.е. $c_p = \frac{\Delta Q}{\Delta m \Delta T}$, при $p = const.$) [0.5 т.]
 Получете формула за скоростта $v_e = v_e(v_i, \rho, S, q, c_p, T_i)$ на изтичане на въздуха от двигателя. [3 т.]

д) Оказва се, че моделът на реактивния двигател без турбина, описан в подусловие г), има много нисък КПД. Затова ще разгледаме усложнен модел, по който работят турбореактивните двигатели (с турбина, виж схемата и фигурата).



Влизаният в двигателя въздух има скорост v_i , температура T_i и налягане $p_i = p_0$ (виж фигурата). При навлизането в двигателя газът адиабатно си увеличава температурата до T_1 , налягането до p_1 , а скоростта му става нула. След това лявата част на турбината компресира въздуха адиабатно до състояние с температура T_3 , налягане p_3 , а скоростта му продължава да е нула. Отношението (степената на компресия) $\frac{p_3}{p_1} = b$. При това турбината извършва работа A (неизвестна) за единица време върху газа. След това изгарящото гориво (масата му се пренебрегва, променящият се химически състав на въздуха също не се отчита) отделя количество топлина за единица време $q = \Delta Q / \Delta t$. При този процес газът се нагрява изобарно до температура T_4 и налягане $p_4 = p_3$, като скоростта му все още е нула. След това газът извършва същото количество работа A за единица време върху дясната част на турбината, при което адиабатно достига до температура T_2 , налягане p_2 , а скоростта му продължава да е нула. След това газът се разширява адиабатно до температура T_e , налягане $p_e = p_0$ и започва да се движи спрямо двигателя със скорост v_e . Получете формула за скоростта $v_e = v_e(v_i, \rho, S, q, c_p, T_i, b)$ на изтичане на въздуха от двигателя. [2.5 т.]

Полезна физика и математика:

Закон на Био-Савар: Индукцията ΔB на магнитното поле, създадено от проводник с дължина Δl , по който тече ток I , в точка на разстояние r от него, е $\Delta B = \frac{\mu_0 I \Delta l \sin \theta}{4\pi r^2}$, където ъгълът θ е ъгълът между проводника и правата, свързваща проводника с точката. Посоката ѝ се определя от правилото на дясната ръка. Във векторна диференциална форма $d\vec{B} = \frac{\mu_0 I d\vec{l} \times \vec{e}_r}{4\pi r^2} = \frac{\mu_0 I d\vec{l} \times \vec{r}}{4\pi r^3}$, ($\vec{e}_r = \frac{\vec{r}}{r}$).

Заряд на електрона $e = 1,602 \cdot 10^{-19}$ C

Маса на електрона $m_e = 9,110 \cdot 10^{-31}$ kg

Магнитна проницаемост на вакуума $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ H/m

Уравнение на състоянието за идеален газ с константа на адиабатата γ , извършващ адиабатен процес: $p \cdot V^\gamma = const$.