

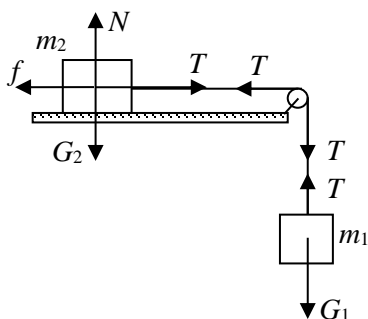
МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА
ОЛИМПИАДА ПО ФИЗИКА, ОБЛАСТЕН КРЪГ, 20 февруари 2021 г.

Тема за 11. клас (пета състезателна група)

Решения и указания за оценяване

- Дадените решения са примерни. Допустими са всички други обосновани решения.
- При алтернативни решения комисията съставя свои критерии за оценяване, като се съобразява с максималния брой точки по всяко подусловие.
- Числените отговори се приемат за верни само ако съответните стойности са представени с подходящите мерни единици.

Задача 1. Прилагаме закона на Нютон за двете тела:



A) [Максимум 2 точки] За m_1 : $G_1 - T = m_1 a_1$

За m_2 : $T - f = m_2 a_2$ (по хоризонтална ос)

$N - G_2 = 0$ (по вертикална ос)

За правилно написана система уравнения (1 т.)

Ускоренията на телата са равни, защото нишката е неразтеглива ($a_1 = a_2 = a$).

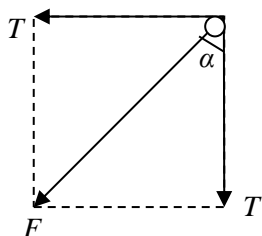
Отбелязаните сили на опън са равни ($T_1 = T_2 = T$), защото макарата е безтегловна.

След като отчетем, че $f = kN$ решаваме системата уравнения и се получава:

$$a = \frac{m_1 - k m_2}{m_1 + m_2} g$$

$$T = \frac{m_1 m_2 (1 + k)}{m_1 + m_2} g$$

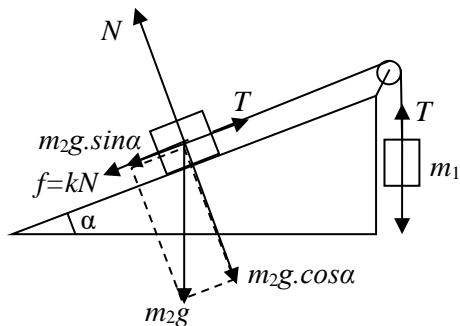
За достигане до правилен отговор (1 т.)



Б) [Максимум 2 точки] векторната сума на двете сили T (виж чертежа) ще действат на макарата. Понеже силите са равни и сключват прав ъгъл, то търсената сила F ще бъде насочена под ъгъл $\alpha = 45^\circ$ (виж чертежа). След прилагане на питагорова теорема се получава големината на силата F :

$$F = T \cdot \sqrt{2} = \frac{m_1 m_2 (1 + k)}{m_1 + m_2} g \sqrt{2}$$

За достигане на верен отговор (1 т.)



В) [Максимум 2 точки] след прилагане на втори закон на Нютон за двете тела (аналогично на подусловия А)) и отчитане, че двете сили на опън $T_1 = T_2 = T$ и $a_1 = a_2 = a$:

$$\text{За } m_1: m_1g - T = m_1a$$

$$\text{За } m_2: T - m_2g\sin\alpha - km_2g\cos\alpha = m_2a$$

За вярна система уравнения (1 т.)

След решаване на системата уравнения се получават търсените отговори:

$$a = \frac{m_1 - m_2(\sin\alpha - k\cos\alpha)}{m_1 + m_2}g$$

$$T = \frac{m_1m_2(1 + \sin\alpha + k\cos\alpha)}{m_1 + m_2}g$$

За верен отговор (1 т.)

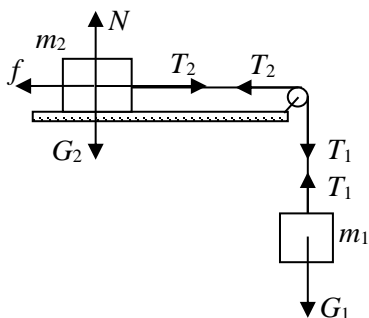
Г) [Максимум 2 точки] За да се движат равномерно е необходимо ускорението $a = 0$... (1 т.)

$$a = \frac{m_1 - m_2(\sin\alpha - k\cos\alpha)}{m_1 + m_2}g = 0$$

$$m_1 - m_2(\sin\alpha - k\cos\alpha) = 0$$

$$\frac{m_1}{m_2} = \sin\alpha - k\cos\alpha$$

За верен отговор (1 т.)



Д) [Максимум 2 точки] Ускоренията на телата ще са равни, т.е. $a_1 = a_2 = a$, но $T_1 \neq T_2$.

$$\text{За } m_1: m_1g - T_1 = m_1a$$

$$\text{За } m_2: T_2 - km_2g = m_2a$$

$$\text{За макарата: } (T_1 - T_2)R = \frac{1}{2}MR^2 \cdot \frac{a}{R}$$

За вярна система уравнения (1 т.)

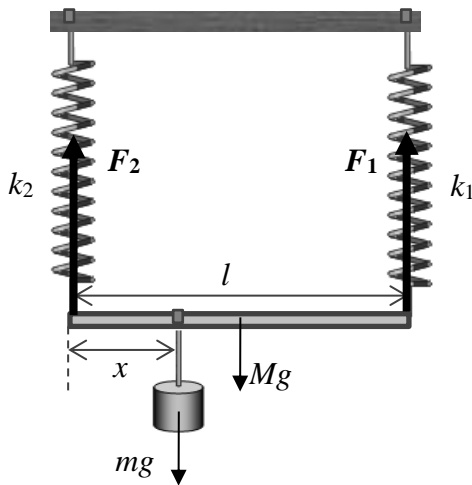
В последното уравнение сме отчели връзката между въртящия момент, инерциония момент и ъгловото ускорение, т.е. $M = I\varepsilon$. При липса на хлъзгане ъгловото ускорение $\varepsilon = a/R$.

След решаване на системата уравнения се получава и търсеният отговор:

$$a = \frac{(m_1 - km_2)g}{m_1 + m_2 + \frac{M}{2}}$$

За верен отговор (1 т.)

Задача. 2. Решение



А) [Максимум 1,5 точки] Двете пружини са с еднаква дължина в недеформирано състояние. За да бъде пръчката хоризонтална след като е закачена допълнителната теглилка, това означава, че деформациите на двете пружини са равни, т.е.

$$\Delta x_1 = \Delta x_2 = \Delta x \dots (0,5 \text{ т.})$$

Записваме условието за равновесие на пръчката:

$$Mg + mg - F_1 - F_2 = 0$$

$$(M + m)g = (k_1 + k_2)\Delta x$$

$$\Delta x = \frac{(M + m)g}{k_1 + k_2}$$

За намиране на деформацията на пружините (0,5 т.)

След като сме намерили деформацията Δx на двете пружини лесно се намират силите на еластичност $F_1 = k_1\Delta x$ и $F_2 = k_2\Delta x$.

$$F_1 = k_1 \frac{(M + m)g}{k_1 + k_2}$$

$$F_2 = k_2 \frac{(M + m)g}{k_1 + k_2}$$

За получаване на верен отговор (0,5 т.)

Б) [Максимум 1,5 точки] За да определим разстоянието x ще използваме второто условие за равновесие на твърдо тяло, свързано с моментите на въртене. Избираме ос на въртене - левия край на пръчката.

$$mgx + Mgl/2 - F_2l = 0$$

За правилно написано условие за равновесие (0,5 т.)

лесно се намира търсеното x :

$$x = \frac{F_2 l - Mgl/2}{mg}$$

Като използваме намерената вече сила F_2 и заместим:

$$x = \frac{l}{m} \left(\frac{k_2(M + m)}{k_1 + k_2} - \frac{M}{2} \right)$$

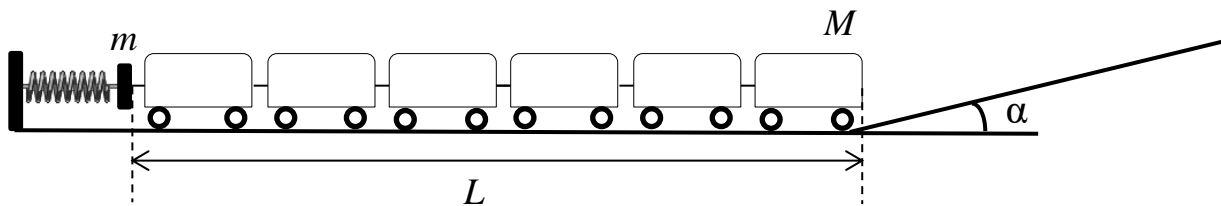
За верен отговор (1 т.)

В) [Максимум 1 точка] За да намерим периода на трептене на полученото махало е необходимо да намерим еквивалентния коефициент на еластичност. От подусловие А) е ясно, че еквивалентния коефициент на еластичност е $k = k_1 + k_2 \dots$ (0,5 т.)

Периодът е: $T = 2\pi \sqrt{\frac{m+M}{k_1+k_2}}$

За намиране на периода на трептене (0,5 т.)

Част 2.



А) [Максимум 1 точка] Пружината ще действа със сила върху играчката, докато деформацията на пружината не стане равна на нула, т.е. търсеното време е една четвърт от периода на полученото хоризонтално пружинно махало:

$$t_0 = \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{m + M}{k}}$$

За достигане до верен отговор (0,5 т.)

След това буталото намалява скоростта си, заради разтягането на пружината, а влакът се отделя от буталото и продължава движението си по инерция. ... (0,5 т.)

Б) [Максимум 1 точка] Използваме закона за запазване на енергията. Потенциалната енергия на свитата пружина ще се превърне изцяло в кинетична, при достигане на равновесното положение:

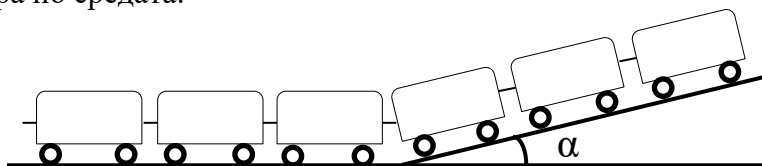
$$\frac{kd^2}{2} = \frac{(m + M)v_0^2}{2}$$

За правилно прилагане на закона за запазване на енергията (0,5 т.)

$$v_0 = d \sqrt{\frac{k}{m + M}}$$

За верен отговор (0,5 т.)

В) [Максимум 4 точки] Разглеждаме произволен момент от време, когато върху наклона се е изкачила x част от композицията на влака-играчка. Центърът на масата на изкачената част се намира по средата.



Следователно височината на центъра на масата е:

$$h = x \sin \alpha / 2, \dots (0,5 \text{ т.})$$

Масата на изкачената част е $m = Mx/L$ (0,5 т.)

Прилагаме закона за запазване на енергията:

$$\frac{Mv_0^2}{2} = \frac{Mv^2}{2} + mgh$$

$$\frac{Mv_0^2}{2} = \frac{Mv^2}{2} + \frac{Mx}{2L} g \cdot x \sin \alpha$$

$$\frac{Mv_0^2}{2} = \frac{Mv^2}{2} + \frac{Mg \sin \alpha}{L} \cdot \frac{x^2}{2}$$

За достигане на уравнението (1 т.)

Лявата страна на равенството $\frac{Mv_0^2}{2} = \text{const}$. Дясната страна се явява аналог на енергия на махало, извършващо хармонично трептене. От коефициентите пред x^2 и v^2 лесно намираме кръговата честота ω на това трептене.

$$\omega = \sqrt{\frac{g \sin \alpha}{L}}$$

Тогава периодът е $T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g \sin \alpha}}$... **За определяне на периода (1 т.)**

Играчката ще спре напълно след време четвърт период – аналог на движение на махало, преминаващо през равновесното положение и достигащо максимална височина:

$$t = \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{L}{g \sin \alpha}} \dots \text{За определяне на времето (1 т.)}$$

Задача. 3. Част 1.

А) [Максимум 1 точка] За достигане до формулата на Торичели: $v = \sqrt{2gH}$ (1 т.)

Б) [Максимум 1 точка] За доказателство уравнение на непрекъснатост: $Sv = const$, или $S_1v_1 = S_2v_2$ (1 т.)

В) [Максимум 3 точки] Отвора, от който изтича водата е малък и следователно можем да приложим формулата на Торичели:

$$v = \sqrt{2gy}$$

Площта на горната повърхност на водата е $S = \pi x^2$. Скоростта v_1 , с която се спуска горното ниво на водата ще намерим от уравнението за непрекъснатост:

$$sv = Sv_1$$

За да бъде скалата равномерна, т.е. стойността на деленията да са равни е необходимо скоростта $v_1 = const$. (за правилно разсъждение 1 т.)

$$v_1 = \frac{sv}{S} = \frac{s\sqrt{2gy}}{\pi x^2}$$

За определяне на v_1 (1 т.)

Повдигаме на квадрат двете страни и се получава търсения отговор:

$$y = \frac{\pi^2 v_1^2}{2gs^2} x^4$$

т.е. $y = a \cdot x^4$.

За верен отговор (1 т.)

Г) [Максимум 1 точка] За посочване на поне два фактора за увеличаване на грешката(1 т.):

- формула на Торичели е с приближение при условие, че отношението на сеченията S/s е много голямо;

- не се отчита вискозитета на течността;

- когато горното ниво се доближи до отвора може да се получат завихряне като от сифона на мивката и това ще доведе до увеличаване на грешката

И/или други фактори, които имат отношение към увеличаване на грешката.

Част 2.

А) [Максимум 1 точка] След прилагане на уравнение на Бернули:

$$\rho g \Delta h = \frac{\rho_1 v^2}{2}$$

$$v = \sqrt{\frac{\rho g \Delta h}{\rho_1}}$$

За достигане на верен отговор (1 т.)

Б) [Максимум 2 точки] $Q = S \cdot v$... (1 т.)

$$Q = S \sqrt{\frac{\rho g \Delta h}{\rho_1}}$$

За верен отговор (1 т.)

В) [Максимум 1 точка] За посочване на поне два фактора за увеличаване на грешката ... (1 т.):

- тръбичката никога не може да бъде поставена точно в средата на тръбата;

- приема се, че скоростта на газа е една и съща по напречното сечение на тръбата;

- приема се, че тръбичката не променя ламинарния поток на газа в тръбата

И/или други фактори, които имат отношение към увеличаване на грешката.