МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА
ОЛИМПИАДА ПО ФИЗИКА, НАЦИОНАЛЕН КРЪГ
28 юни 2020 г., РУСЕ
Тема за V състезателна група (11. – 12. клас)

Задача 1. Хари Потър играе магьосническата игра “куидич”

Магьосническата игра “куидич” представлява вид баскетбол, но вместо играчите да са на земята, те летят на летящи магьоснически метли. Хари Потър се намира на височина a от земята с неговата магьосническа метла (“Нимбус 2000” – най-бързата на света по това време). Той вижда своя съотборник - Фред Уизли, на височина b от земната повърхност ($b > a$). Фред се намира на разстояние l от Хари, мерено по хоризонталата, тоест проекциите на Хари и на Фред върху земната повърхност се намират на разстояние l една от друга. Хари подава топката (специална топка, която се казва “куофъл”) на Фред.

(a) Изберете координатна система и в нея напишете закона за пътя и за скоростта на движение на куофъла, ако Хари го е хвърлил под ъгъл α с начална скорост $\boldsymbol{v_0}$. Считаме, че никаква магия не действа върху куофъла, докато той се движи, а единствено законите на физиката, вблизост до земната повърхност със земно ускорение g. **[2 т.]**

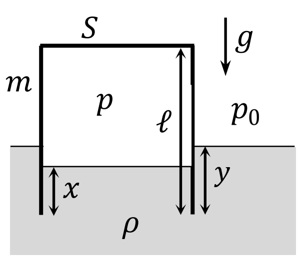
(b) Ако куофълът попада точно при Фред, а Фред не се е преместил от началното си положение, изразете скоростта на куофъла, с която Хари го е хвърлил, чрез α, a, b и l. **[4 т.]**

(c) От получения израз намерете минималната скорост, с която Хари трябва да хвърли куофъла, така че той да попадне точно при Фред. **[4 т.]**
Упътване: В зависимост от начина на решение можете да намерите максимума (минимума) на израз от вида $A\sin(x) - B\cos(x)$, като го умножите и разделите на $\sqrt{A^2+B^2}$ и отчетете, че съществува ъгъл θ, такъв че $\mathrm{tg}(\theta) = \frac{B}{A}$. По този начин: $A\sin(x) - B\cos(x) = \sqrt{A^2+B^2}\sin(x-\theta)$.

(d) Докажете, че ъгълът на хвърляне при тази минимална скорост е равен на половината от тъпия ъгъл, който сключва правата между Хари и Фред с вертикалата. **[3 т.]**

(e) Разгледайте частния случай, когато $b = a$, тоест Хари и Фред летят на една и съща височина. Колко е ъгълът α тогава, ако Хари е хвърлил куофъла с минималната скорост за да достигне той Фред? **[2 т.]**

Задача 2. Трептене на варел



Празен цилиндричен варел с тънки стени, височина $\ell = 1\ \mathrm{m}$, площ на дъното $S = 0{,}5\ \mathrm{m}^2$ и маса $m = 100\ \mathrm{kg}$ е обърнат с отвора надолу и е поставен вертикално в морето, както е показано на фигурата вляво. Изминало е достатъчно дълго време от пускането на варела във водата, така че да се установи термодинамично равновесие. Плътността на морската вода е $\rho = 10^3\ \mathrm{kg/m^3}$. Приемете, че температурата на водата съвпада с температурата на въздуха извън варела. Атмосферното налягане е $p_0 = 10^5$ Pa. Приемете, че земното ускорение е $g = 10\,\mathrm{m/s^2}$. Повърхностното напрежение на водата да се пренебрегне.

а) Колко е равновесното налягане p на въздуха във варела? **[2 т.]**

б) Намерете височината x на водния стълб във вътрешността на варела след установяването на термодинамично равновесие. **[2 т.]**

в) Определете до каква равновесна дълбочина y ще бъде потопен варелът във водата. **[2 т.]**

г) Намерете периода T на малките вертикални трептения на варела, като знаете, че за един период топлообменът между въздуха във варела и околната среда е пренебрежим. Съпротивлението на въздуха и образуването на вълни също да се пренебрегнат. **[6 т.]**

д) Каква сила F трябва да приложим върху дъното на варела, така че то да се изравни с повърхността на морето? Приемете, че въздухът във варела е отново в термодинамично равновесие с морската вода. **[3 т.]**

***Упътване*:** Използвайте, че уравнението на състоянието на въздух при адиабатен процес е $pV^{7/5} = \mathrm{const}$, където p е налягането на въздуха, а V е обемът на въздуха. Също така е изпълнено, че $(1+\alpha)^n \approx 1 + n\alpha$, ако $|\alpha| \ll 1$.

Задача 3. Светодиод

Светодиодът (означен като LED на фиг. 3, *а*) е полупроводников диод, който излъчва светлина, когато е включен в права посока. Излъчването е резултат от рекомбинацията (взаимно неутрализиране) на свободните електрони и дупките в *p*-*n*-прехода. На фигурата е дадена и идеализирана волтамперна характеристика на светодиода. Когато напрежението U е по-малко от определено работно напрежение U_p, диодът не свети, а токът I през него е значително по-малък от нормалния работен ток. Диодът започва да свети при $U \geq U_\mathrm{p}$ и тогава токът нараства толкова бързо, че при дадения мащаб волтамперната характеристика е практически вертикална права. Приемете, че при $U \geq U_\mathrm{p}$ работата на тока в светодиода се трансформира изцяло в енергия на излъчената светина.

а) Светодиод с работно напрежение $U_\mathrm{p} = 2{,}5$ V е свързан към батерия с ЕДН $\mathcal{E} = 4{,}5$ V и с пренебрежимо вътрешно съпротивление по схемата, показана на фиг. 3, *а*.

- Колко трябва да бъде съпротивлението R на резистора, така че светодиодът да излъчва светлина с мощност P = 50 mW?
- Колко е коефициентът η на полезно действие* на тази електрическа верига? **[5 т.]**

б) На фиг. 3, *б* е показана схема на фотографска светкавица, използваща светодиод с работно напрежение $U_\mathrm{p} = 3{,}0$ V. Съпротивлението на резистора е R = 300 Ω, а капацитетът на кондензатора – $C = 200$ μF. Първоначално кондензаторът е зареден до напрежение $U_0 = 5$ V и се разрежда през светодиода след затваряне на ключа *К*.

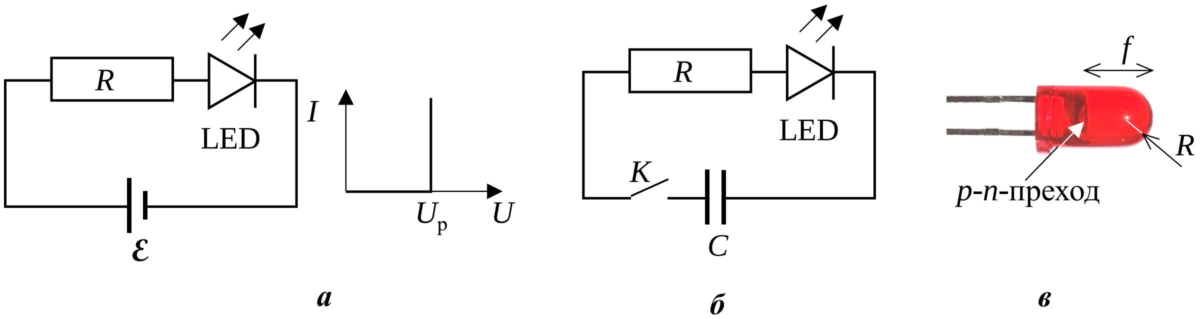
- Определете енергията E на излъчения светлинен импулс.
- Намерете коефициента η на полезно действие на светкавицата.

- До какво начално напрежение трябва да бъде зареден кондензаторът така, че КПД на светкавицата да бъде максимален? **[5 т.]**

в) p-n-преходът, където става излъчването, е с толкова малки размери, че може да се разглежда като точков източник на светлина. За да се получи насочен светлинен сноп, p-n-преходът в светодиода е капсулиран в прозрачен цилиндричен пластмасов корпус, завършващ със сферична повърхност с радиус R (фиг. 3, *в*). На какво разстояние f от върха на сферичната повърхност трябва да се намира p-n-преходът така, че лъчите, излъчени под малък ъгъл спрямо оста на корпуса, да формират практически успореден сноп, когато напуснат светодиода? Приемете, че показателят на пречупване на пластмасовия корпус е n = 1,5, а на въздуха – единица. **[5 т.]**

* Коефициентът на полезно действие в случая се дефинира като отношение на излъчената от светодиода светлинна енергия към общата енергия, отделена в електрическата верига.

Полезна математика: $\sin(\alpha \pm \beta) = \sin\alpha\cos\beta \pm \cos\alpha\sin\beta$. При сравнително малки ъгли са в сила приблизителните равенства: $\tan\alpha \approx \sin\alpha \approx \alpha$, когато α е изрзен в радиани.



Фиг. 3

Задача 4. Физика и техника на ниските температури

В техниката на ниските температури голям проблем е поддържането на ниска температура на едно тяло поради топлообмена с околните тела, имащи по-висока температура. Този топлообмен може да се намали с така наречените „топлинни екрани“. Ще разгледаме прост модел на две безкрайни успоредни равнини (тела). Пространството между тях е вакуумирано и те си обменят топлина само чрез топлинно излъчване. По-топлата равнина се поддържа при температура T_H, а по-студената – при температура T_L. Нека резултантната получена топлина на единица площ за единица време от по-студената равнина е $S(0)$. Между тези две равнини се вмъкват N допълнителни равнини (тела), успоредни на двете тела. Те се наричат топлинни екрани. След достатъчно дълго време температурите на екраните престават да се променят. В тази ситуация резултантната получена топлина на единица площ за единица време от по-студената равнина е $S(N)$. Всички тела излъчват и поглъщат топлина като абсолютно черни тела.

а) Получете формула за отношението $S(0)/S(N)$. **[4 т.]**

б) Ако $N = 2$, получете формула за температурите T_1 и T_2 на двата топлинни екрана 1 и 2 ($T_1 > T_2$). **[2 т.]**

в) Изчислете стойностите на температурите T_1 и T_2 от подточка б), ако $T_H = 300$ K, а $T_L = 77{,}4$ K. **[1 т.]**

Нека сега разгледаме една по-реалистична ситуация. Охлажданото тяло е плътно медно кълбо с радиус $r_L = 10{,}0$ cm. То е поставено в кухината на криостат (хладилник) с температура $T_H = 300$ K, която също има форма на кълбо, като радиусът на кухината на криостата r_H е много близък до този на медното кълбо ($r_H - r_L \ll r_L$). Пространството между тях е вакуумирано. Медното кълбо се охлажда за сметка на погълнатата топлина при кипенето на течен азот, като температурата му T_L не се променя и съвпада с тази на температурата на кипене на азота, $T_L = T_{liqN_2} = 77{,}4$ K (т.е. в медното кълбо влиза течен азот, а излиза газ азот при същата температура. Кухините в него, по които минава азотът, имат пренебрежим обем).

г) Изчислете консумацията ($\frac{\Delta V}{\Delta t}$, $\frac{l}{h}$, в литри за час) на течен азот за поддържане на ниската температура на тялото. **[2 т.]**

д) Изведнъж охлаждането с течен азот спряло и тялото започнало да се стопля. Ако за $\Delta t = 10$ минути температурата му се е повишила с $\Delta T = 4{,}55$ K, изчислете специфичния топлинен капацитет $c(77{,}4\,\mathrm{K})$ на медта при тази температура. Приемете, че температурата в целия обем на медното кълбо винаги е една и съща и че специфичният топлинен капацитет е константа в този температурен интервал. **[2 т.]**

Оказало се, че така измереният специфичен топлинен капацитет на медта при тази температура е по-малък от този при стайна температура. Измерванията му при още по-ниски температури показали, че той продължава да намалява с намаляването на температурата. При много ниски температури той зависи от температурата така: $c(T) = a.T + b.T^3$. Теорията обяснява тази зависимост по следния начин: линейният член се дължи на топлинния капацитет на свободните електрони (електронния газ в метала), а кубичният – на топлинния капацитет на атомните трептения (механичните вълни, разпространяващи се в кристалната решетка на медта). Експерименталните данни за специфичния топлинен капацитет на медта при много ниски (хелиеви) температури са дадени в таблицата вдясно.

T, K	$c(T)$, J/kg.K
2,0	0,0278
3,0	0,0530
4,0	0,0916
5,0	0,148
6,0	0,228
7,0	0,335
8,0	0,474
9,0	0,651
10,0	0,873

е) Като изполвате приложената графична хартия, изчислете графично константите a и b. **[4 т.]**

<u>Фундаментални и материални константи</u> **:**

константа на Стефан-Болцман $\sigma = 5{,}67.\ 10^{-8}$ W.m^{-2}.K^{-4}
специфична топлина на изпарение на течния азот $\lambda = 2{,}01.10^5$ J/kg
плътност на течния азот $\rho_{N_2} = 808$ kg/m^3
плътност на медта $\rho_{Cu} = 8960$ kg/m^3