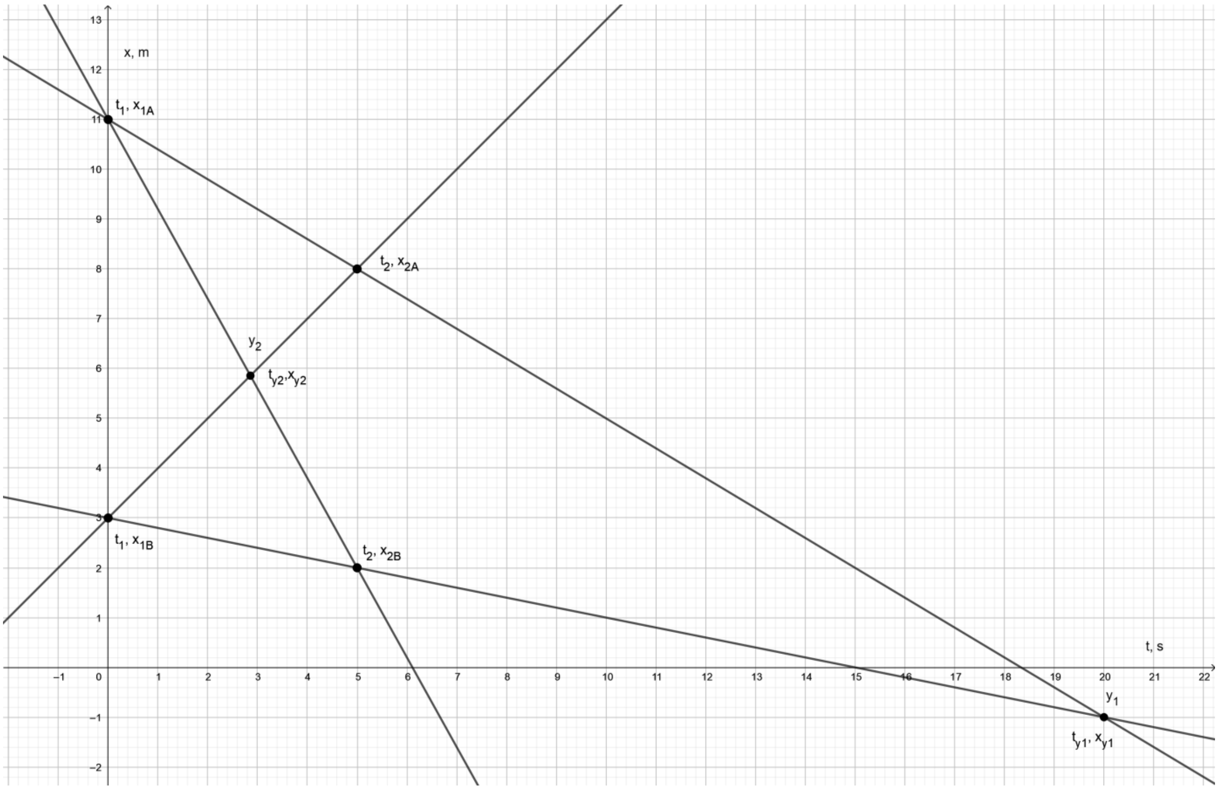
МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА
ОЛИМПИАДА ПО ФИЗИКА, НАЦИОНАЛЕН КРЪГ
28 юни 2020 г., РУСЕ
Решения на задачите от темата за 9. клас (трета възрастова група)

Задача 1. Удар между две тела.

Графично решение – начертаваме на графичната хартия 4-те точки (положенията на телата А и В и моментите t_1 и t_2) :



Първи случай (**[5 т.]**) – В интервала (0, 5 s) телата не се удрят. Тогава техните графики на движение са правите, минаващи съответно през точките (t_1, x_{1A}) и (t_2, x_{2A}) (за тяло А) и (t_1, x_{1B}) и (t_2, x_{2B}) (за тяло В). Те се пресичат в мястото на удара $У_1$. От графиката се вижда, че пресечната точка (времето и мястото на удара) има координати $t_{y1} = 20{,}0$ s **[1 т.]** и $x_{y1} = -\ 1{,}0$ m. **[1 т.]** Скоростта на тялото А преди удара е $v_A = \frac{x_{2A} - x_{1A}}{t_2 - t_1} = \frac{8\text{ m} - 11\text{ m}}{5\text{ s} - 0\text{ s}} = -\ 0{,}6$ m/s. **[1,5 т.]** Скоростта на тялото В преди удара е $v_B = \frac{x_{2B} - x_{1B}}{t_2 - t_1} = \frac{2\text{ m} - 3\text{ m}}{5\text{ s} - 0\text{ s}} = -\ 0{,}2$ m/s. **[1,5 т.]** (знакът „−" показва, че и двете тела се движат наляво, ако оста е ориентирана надясно).
Втори случай (**[5 т.]**) – В интервала (0, 5 s) телата се удрят. Тогава техните графики на движение до удара са правите, минаващи съответно през точките (t_1, x_{1A}) и (t_{y2}, x_{y2}) (за тяло А) и (t_1, x_{1B}) и (t_{y2}, x_{y2}) (за тяло В). Те се пресичат в мястото на удара $У_2$. Графиките на движение на двете тела след удара са правите, минаващи съответно през точките (t_{y2}, x_{y2}) и (t_2, x_{2A}) (за тяло А) и (t_{y2}, x_{y2}) и (t_2, x_{2B}) (за тяло В). Тъй като телата при удара си „разменят" скоростите и скоростите на тяло А преди удара и тяло В след удара са равни, то правите имат еднакъв наклон и съвпадат, т.е. $У_2$ е пресечната точка

на правите, минаващи през $(t_1, x_{1\text{A}})$ и $(t_2, x_{2\text{B}})$ и съответно през $(t_1, x_{1\text{B}})$ и $(t_2, x_{2\text{A}})$. От графиката се вижда, че пресечната точка $У_2$ (времето и мястото на удара) има координати $t_{\text{у}2} \approx 2{,}85$ s **[1 т.]** и $x_{\text{у}2} \approx 5{,}85$ m. **[1 т.]** Скоростта на тялото А преди удара е $v_\text{A} = \frac{x_{2\text{B}} - x_{1\text{A}}}{t_2 - t_1} = \frac{2\text{ m} - 11\text{ m}}{5\text{ s} - 0\text{ s}} = -\,1{,}8$ m/s. **[1,5 т.]** Скоростта на тялото В преди удара е $v_\text{B} = \frac{x_{2\text{A}} - x_{1\text{B}}}{t_2 - t_1} = \frac{8\text{ m} - 3\text{ m}}{5\text{ s} - 0\text{ s}} = 1{,}0$ m/s. **[1,5 т.]** (в този случай преди удара телата се движат едно срещу друго в противоположни посоки).

Аналитично решение

Първи случай (**[5 т.]**) – В интервала (0, 5 s) телата не се удрят. Тогава скоростта на тялото А преди удара е $v_\text{A} = \frac{x_{2\text{A}} - x_{1\text{A}}}{t_2 - t_1} = \frac{8\text{ m} - 11\text{ m}}{5\text{ s} - 0\text{ s}} = -\,0{,}6$ m/s. **[1,5 т.]** Скоростта на тялото В преди удара е $v_\text{B} = \frac{x_{2\text{B}} - x_{1\text{B}}}{t_2 - t_1} = \frac{2\text{ m} - 3\text{ m}}{5\text{ s} - 0\text{ s}} = -\,0{,}2$ m/s. **[1,5 т.]** (знакът „–“ показва, че и двете тела се движат наляво, ако оста е ориентирана надясно). В момента на удара $t_{\text{у}1}$ те ще се намират на едно и също място. Тъй като закона за движение на тяло А е $x_\text{A}(t) = x_{1\text{A}} + v_\text{A} t$, а на В е $x_\text{B}(t) = x_{1\text{B}} + v_\text{B} t$, то в момента на удара $t_{\text{у}1}$, $x_\text{A}(t_{\text{у}1}) = x_\text{B}(t_{\text{у}1})$, $x_{1\text{A}} + v_\text{A} t_{\text{у}1} = x_{1\text{B}} + v_\text{B} t_{\text{у}1}$, откъдето $t_{\text{у}1} = \frac{x_{1\text{A}} - x_{1\text{B}}}{v_\text{B} - v_\text{A}} = \frac{3{,}0\text{ m} - 11{,}0\text{ m}}{-0{,}6\frac{\text{m}}{\text{s}} - (-0{,}2)\frac{\text{m}}{\text{s}}} = 20{,}0$ s. **[1 т.]** Заествайки в един от двата закона за движение (напр. за тялото А), $x_\text{A}(t_{\text{у}1}) = x_{1\text{A}} + v_\text{A} t_{\text{у}1} = 11{,}0\text{ m} + \left(-0{,}6\frac{\text{m}}{\text{s}}\right).20{,}0\text{ s} = -\,1{,}0$ m. **[1 т.]**

Втори случай (**[5 т.]**) – В интервала (0, 5 s) телата се удрят. Тогава, ако $t_{\text{у}2}$ и $x_{\text{у}2}$ са моментът и мястото на удара, то можем да напишем законите за движение за двете тела за момента на удара и за момента t_2:

$x_{\text{у}2} = x_{1\text{A}} + v_\text{A} t_{\text{у}2}$

$x_{\text{у}2} = x_{1\text{B}} + v_\text{B} t_{\text{у}2}$

$x_{2\text{A}} = x_{\text{у}2} + v_\text{B}(t_2 - t_{\text{у}2})$

$x_{2\text{B}} = x_{\text{у}2} + v_\text{A}(t_2 - t_{\text{у}2})$.

Заместваме с дадените стойности:

$x_{\text{у}2} = 11 + v_\text{A} t_{\text{у}2}$ (1)

$x_{\text{у}2} = 3 + v_\text{B} t_{\text{у}2}$ (2)

$8 = x_{\text{у}2} + v_\text{B}(5 - t_{\text{у}2})$ (3)

$2 = x_{\text{у}2} + v_\text{A}(5 - t_{\text{у}2})$. (4)

На пръв поглед това е сложна система от 4 уравнения с 4 неизвестни.

Обаче ако съберем (1) с (4), получаваме съответно $x_{\text{у}2} + 2 = 11 + x_{\text{у}2} + v_\text{A} t_{\text{у}2} + v_\text{A}(5 - t_{\text{у}2})$, откъдето $v_\text{A} = \frac{-9}{5} = -\,1{,}8$ m/s. **[1,5 т.]**

Аналогично ако съберем (2) с (3) получаваме съответно $x_{\text{у}2} + 8 = 3 + v_\text{B} t_{\text{у}2} + x_{\text{у}2} + v_\text{B}(5 - t_{\text{у}2})$, откъдето $v_\text{B} = \frac{5}{5} = 1{,}0$ m/s. **[1,5 т.]**

Ако извадим (4) от (3), получаваме $8 - 2 = x_{\text{у}2} + v_\text{B}(5 - t_{\text{у}2}) - x_{\text{у}2} - v_\text{A}(5 - t_{\text{у}2})$, след съкращения $6 = (v_\text{B} - v_\text{A})(5 - t_{\text{у}2})$, или $t_{\text{у}2} = 5 - \frac{6}{v_\text{B} - v_\text{A}} = 5 - \frac{6}{1 - (-1{,}8)} = \frac{20}{7} \approx 2{,}86$ s. **[1 т.]** След заместване в (2) $x_{\text{у}2} = 3 + 1.\frac{20}{7} = \frac{41}{7} \approx 5{,}86$ m. **[1 т.]**

<u>Задача 2.</u> Електрическа верига с полупроводник.

От дадените зависимости на съпротивлението на полупроводника от температурата и на температурата му от отделящата се електрична мощност P_{sc} върху него може да се изчисли зависимостта на температурата на полупроводника от напрежението върху

него, $U_{sc} = \sqrt{P_{sc}.R_{sc}(t)}$. След това може да се изчисли зависимостта на температурата на полупроводника от тока, течащ през него, $I_{sc} = \frac{P_{sc}}{U_{sc}}$. Сега може да се изчисли пада на напрежение върху резистора за така изчислените токове (за двете му стойности 20,0 Ω и 15,0 Ω). Тъй като резисторът и полупроводникът са последователно свързани, сумата от напреженията върху тях трябва да е равна на електродвижещото напрежение на източника. Пресмята се зависимостта на температурата от сумата на тези напрежения.
От получените данни се вижда, че при напрежение на батерията $E = 12{,}0$ V, температурата на полупроводника в първия случай ($R = 20{,}0$ Ω) ще бъде $t_{sc} \approx 56$ °C, а във втория ($R = 15{,}0$ Ω) ще бъде $t_{sc} \approx 68$ °C. В таблицата за отговори се попълват и останалите търсени стойности (за по-голяма точност може да се направи интерполация между най-близките стойности).

t, °C	$R_{sc}(t)$, Ω	P_{sc}, W	U_{sc}, V	I_{sc}, A	U_{R20}, V	U_{R15}, V	$U_{sc} + U_{R20}$, V	$U_{sc} + U_{R15}$, V
20.0	57.45	0.00	0.00	0.000	0.00	0.00	0.00	0.00
25.0	49.68	0.25	3.52	0.071	1.42	1.06	4.94	4.59
30.0	43.17	0.50	4.65	0.108	2.15	1.61	6.80	6.26
35.0	37.69	0.75	5.32	0.141	2.82	2.12	8.14	7.43
40.0	33.04	1.00	5.75	0.174	3.48	2.61	9.23	8.36
45.0	29.09	1.25	6.03	0.207	4.15	3.11	10.18	9.14
50.0	25.71	1.50	6.21	0.242	4.83	3.62	11.04	9.83
55.0	22.81	1.75	6.32	0.277	5.54	4.15	11.86	10.47
60.0	20.31	2.00	6.37	0.314	6.28	4.71	12.65	11.08
65.0	18.15	2.25	6.39	0.352	7.04	5.28	13.43	11.67
70.0	16.27	2.50	6.38	0.392	7.84	5.88	14.22	12.26
75.0	14.63	2.75	6.34	0.434	8.67	6.50	15.01	12.85
80.0	13.19	3.00	6.29	0.477	9.54	7.15	15.83	13.44
85.0	11.93	3.25	6.23	0.522	10.44	7.83	16.67	14.06
90.0	10.82	3.50	6.15	0.569	11.37	8.53	17.53	14.68
95.0	9.84	3.75	6.08	0.617	12.34	9.26	18.42	15.33
100.0	8.97	4.00	5.99	0.668	13.35	10.01	19.34	16.01

R, Ω	t_{sc}, °C	I, A	U_{sc}, V
20,0	56 **[2 т.]**	0.284 **[2 т.]**	6.33 **[1 т.]**
15,0	68 **[2 т.]**	0.374 **[2 т.]**	6.38 **[1 т.]**

<u>Задача 3.</u> Калориметър

а) От уравнението на топлинния баланс следва, че отдадената топлина от съда и водата е равна на приетата топлина от зехтина, $(c_\mathrm{A} m_\mathrm{A} + c_\mathrm{B} m_\mathrm{B})(t_0 - t_1) = c_3 m_{31}(t_1 - t_3)$, **[1 т.]** откъдето $m_{31} = \frac{(c_\mathrm{A} m_\mathrm{A} + c_\mathrm{B} m_\mathrm{B})(t_0 - t_1)}{c_3(t_1 - t_3)} =$ **[1 т.]** $= \frac{(900.0{,}6 + 4180.0{,}1)(20-0)}{1970(0-(-5))} \approx 1{,}945$ kg. **[1 т.]**

б) Отново от уравнението на топлинния баланс следва, че отдадената топлина от съда и водата и топлината, отделена при замръзването на водата е равна на приетата топлина от зехтина, $(c_\mathrm{A} m_\mathrm{A} + c_\mathrm{B} m_\mathrm{B})(t_0 - t_1) + \lambda m_\mathrm{B} = c_3 m_{32}(t_1 - t_3)$, **[1 т.]** откъдето $m_{32} = \frac{(c_\mathrm{A} m_\mathrm{A} + c_\mathrm{B} m_\mathrm{B})(t_0 - t_1) + \lambda m_\mathrm{B}}{c_3(t_1 - t_3)} =$ **[1 т.]** $= \frac{(900.0{,}6 + 4180.0{,}1)(20-0) + 3{,}33.10^5.0{,}1}{1970(0-(-5))} \approx 5{,}326$ kg. **[1 т.]**

в) Ако в съда се налее зехтин с маса $m_{33} = 4{,}000$ kg, тогава $(c_\mathrm{A} m_\mathrm{A} + c_\mathrm{B} m_\mathrm{B})(t_0 - t_1) + \lambda m_л = c_3 m_{33}(t_1 - t_3)$, **[1 т.]** откъдето $m_л = \frac{c_3 m_{33}(t_1 - t_3) - (c_\mathrm{A} m_\mathrm{A} + c_\mathrm{B} m_\mathrm{B})(t_0 - t_1)}{\lambda} =$ **[1 т.]** $= \frac{1970.4{,}000.5{,}0 - (900.0{,}6 + 4180.0{,}1).20}{3{,}33.10^5} \approx 0{,}061$ kg. **[1 т.]** Тъй като плътността на зехтина е най-малка, а на водата – най-голяма, то отдолу нагоре слоевете ще бъдат вода, лед и зехтин. **[1 т.]**