МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА
ОЛИМПИАДА ПО ФИЗИКА, ОБЛАСТЕН КРЪГ, 23 ФЕВРУАРИ 2020 г.
Тема за X клас (четвърта състезателна група)
Решения и указания за оценяване

Задача 1. а) Да означим с $|q_1|$ и $|q_2|$ големините на двата заряда. Условието

$$|q_1 + q_2| = q > 0 \qquad \textbf{[0,5 т.]}$$

при едноименни заряди е еквивалентно на равенството

$$|q_1| + |q_2| = q\,, \qquad \textbf{[0,5 т.]}$$

от което следва $|q_2| = q - |q_1|$. Като заместим този израз в израза за електричната сила на взаимодействие между зарядите имаме

$$F = k\frac{|q_1||q_2|}{r^2} = k\frac{|q_1|\left(q - |q_1|\right)}{r^2}\,, \qquad \textbf{[0,5 т.]}$$

което може да се запише във вид на квадратно уравнение

$$|q_1|^2 - q|q_1| + \frac{Fr^2}{k} = 0\,. \qquad \textbf{[0,5 т.]}$$

Неговите решения са

$$\left(|q_1|\right)_{1,2} = \frac{1}{2}\left[q \pm \sqrt{q^2 - \frac{Fr^2}{k}}\right] = \begin{cases} 4\ \mu\text{C} \\ 2\ \mu\text{C} \end{cases} \qquad \textbf{[1 т.]}$$

от което следва

$$\left(|q_2|\right)_{1,2} = \begin{cases} 2\ \mu\text{C} \\ 4\ \mu\text{C} \end{cases}, \qquad \textbf{[0,5 т.]}$$

т. е. ако въведем изискването, че $|q_1| > |q_2|$ **[0,5 т.],** имаме $|q_1| = 4\ \mu\text{C}$, $|q_2| = 2\ \mu\text{C}$ **[0,5 т.]**.

Тогава при положителни заряди

$$q_1 = +4\ \mu\text{C},\ \ q_2 = +2\ \mu\text{C}\,, \qquad \textbf{[0,75 т.]}$$

а при отрицателни заряди

$$q_1 = -4\ \mu\text{C},\ \ q_2 = -2\ \mu\text{C}\,. \qquad \textbf{[0,75 т.]}$$

б) При разноименни заряди, когато $|q_1| > |q_2|$ **[0,5 т.]**, имаме

$$|q_1| - |q_2| = q\,. \qquad \textbf{[0,5 т.]}$$

Тогава от уравнението

$$|q_1|^2 - q|q_1| - \frac{Fr^2}{k} = 0 \qquad \textbf{[1 т.]}$$

намираме $|q_1| = 7{,}12\ \mu\text{C}, |q_2| = 1{,}12\ \mu\text{C}$ **[0,5 т.]**. Ето защо са възможни следните два случая:

$$q_1 = +7{,}12\ \mu\text{C},\ \ q_2 = -1{,}12\ \mu\text{C}\,, \qquad \textbf{[0,75 т.]}$$

$$q_1 = -7{,}12\ \mu\text{C},\ \ q_2 = +1{,}12\ \mu\text{C}\,. \qquad \textbf{[0,75 т.]}$$

Забележка. Когато с q_1 и q_2 са означени големините на зарядите, се изисква допълнителното конкретизиране „положителен“ или „отрицателен“.

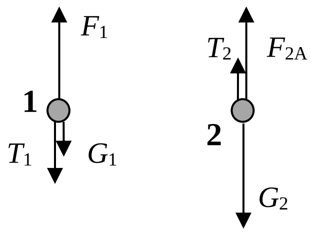
Задача 2. а) От подобието на двата правоъгълни триъгълника с катети $x, \rho_x - \rho_0$ и $H, \rho - \rho_0$ имаме

$$\frac{\rho_x - \rho_0}{\rho - \rho_0} = \frac{x}{H}, \qquad \textbf{[1 т.]}$$

откъдето намираме

$$\rho_x = \rho_0 + \frac{x}{H}(\rho - \rho_0). \qquad \textbf{[0,5 т.]}$$

б) Вж. фиг. 1, където G_1 и G_2 са силите на тежестта, T_1 и T_2 са силите, с които нишката дърпа топчетата, $F_{1\text{A}}$ и $F_{2\text{A}}$ са Архимедовите сили **[1 т.]**.



фиг. 1.

На първото топче действат надолу силата на тежестта $G_1 = \rho_1 Vg$ **[0,5 т.]** и силата T_1, с която нишката го дърпа, а нагоре–изтласкващата сила $F_{1\text{A}} = \rho_{x_1} Vg$ **[0,5 т.]**, като

$$\rho_1 Vg + T_1 = \rho_{x_1} Vg. \qquad \textbf{[1 т.]}$$

На второто топче надолу действа силата на тежестта $G_2 = \rho_2 Vg$ **[0,5 т.]**, а нагоре силата T_2, с която нишката го дърпа, и изтласкващата сила $F_{2\text{A}} = \rho_{x_2} Vg$ **[0,5 т.]**, като

$$\rho_2 Vg = T_2 + \rho_{x_2} Vg. \qquad \textbf{[1 т.]}$$

в) Тъй като топчетата дърпат нишката съответно със сили T_1 и T_2 (трети принцип на механиката), а тя е с пренебрежима маса и неподвижна, следва $T_1 = T_2 = T$ **[0,5 т.]**. От почленното изваждане на двете равенства намираме

$$T = \frac{1}{2}\left[\rho_{x_1} - \rho_{x_2} + \rho_2 - \rho_1\right] Vg. \qquad \textbf{[1 т.]}$$

Като отчетем, че

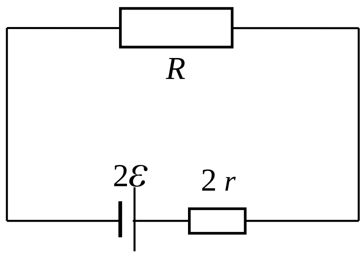
$$\rho_{x_1} - \rho_{x_2} = \frac{l}{H}(\rho_0 - \rho), \qquad \textbf{[0,5 т.]}$$

имаме

$$T = \frac{1}{2}\left[\rho_2 - \rho_1 - \frac{l}{H}(\rho - \rho_0)\right] Vg. \qquad \textbf{[0,5 т.]}$$

г) Тъй като $T > 0$ **[0,5 т.]**, намираме $\rho_2 - \rho_1 > l(\rho - \rho_0)/H$. **[0,5 т.]**

Задача 3. а) От схемата на фиг. 2, *а* **[0,5 т.]** намираме тока през резистора



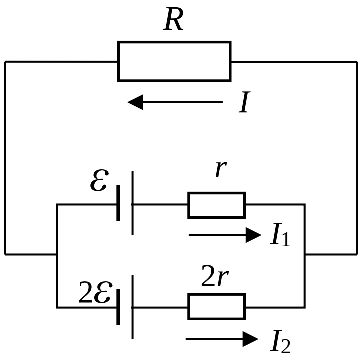
Фиг. 2, *а*

$$I = \frac{2\mathcal{E}}{R+2r}, \quad \textbf{[0,5 т.]}$$

като за напрежението между краищата на резистора получаваме

$$U(R) = \frac{2\mathcal{E}R}{R+2r}. \qquad \textbf{[0,5 т.]}$$

б) Нека означим токовете през източниците в схемата на фиг. 2, *б* **[0,5 т.]** съответно с I_1 и I_2, а тока през резистора с I. Тогава от запазването на електричния



Фиг. 2,*б*

заряд следва равенството

(1) $$I_1 + I_2 = I. \qquad \textbf{[0,5 т.]}$$

Напрежението между краищата на резистора се дава с изразите

$$IR = \mathcal{E} - I_1 r = 2\mathcal{E} - I_2(2r), \qquad \textbf{[0,5 т.]}$$

които можем да препишем във вида

(2) $$2I_2 - I_1 = \frac{\mathcal{E}}{r}, \quad \mathcal{E} - I_1 r = IR. \qquad \textbf{[1 т.]}$$

Тогава от (1) и (2) намираме

$$I_1 = \frac{2}{3}I - \frac{\mathcal{E}}{3r}, \quad I = \frac{4\mathcal{E}}{3R+2r}, \qquad \textbf{[1 т.]}$$

при което за напрежението между краищата на резистора имаме

$$U(R) = \frac{4\mathcal{E}R}{3R+2r}. \qquad \textbf{[0,5 т.]}$$

в) Диодът е с нулево съпротивление, когато $I_1 > 0$ **[0,5 т.]**. Тогава имаме $R < 2r$ **[0,5 т.]**. При $I_1 = 0$ диодът е „запушен“, т. е. $R = 2r$, и остава такъв при $R > 2r$ **[0,5 т.]**

г) При избор на променливите $y = U/\mathcal{E}$ **[0,5 т.]** и $x = R/2r$ **[0,5 т.]** зависимостта на напрежението има универсален вид

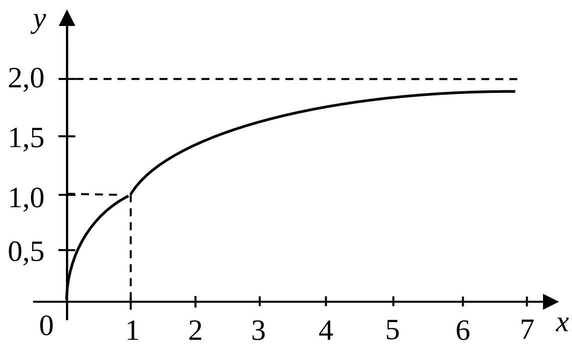
$$y = \begin{cases} 4x/(3x+1), & x<1 \\ 1, & x=1 \\ 2x/(x+1), & x>1 \end{cases}$$ **[0,5 т.]**

В таблицата са показани няколко стойности на x и y.

x	0,3	0,6	0,9	1,0	1,1	1,5	2,0	4,0	7,0
y	0,63	0,86	0,97	1,0	1,05	1,2	1,3	1,6	1,75

Следва да се отбележат две особености:

1) Тъй като $\frac{2x}{x+1} < \frac{2x}{x} = 2$, напрежението $U < 2\mathcal{E}$ и с увеличаването на R се приближава към $2\mathcal{E}$.**[0,5 т.]**
2) При $x=1$ графиката има чупка, която се установява при разглеждане на близки точки върху графиката, симетрични по x (вж. таблицата). **[0,5 т.]**



Фиг. 2, *в*

На фиг. 2, *в* е показана търсената графика. **[0,5 т.]**.