МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА
ОЛИМПИАДА ПО ФИЗИКА, ОБЛАСТЕН КРЪГ, 5 февруари 2019 г.
Решения на темата за четвърта състезателна група (10. – 12. клас)

Общи указания

1. Крайните числени отговори носят по 0,5 точки. За верен се приема отговор, който се различава с не повече от 5% от отговора в примерното решение.
2. Дадените решения са примерни. При алтернативни методи за решение за всяко вярно решено подусловие се дава съответния пълен брой точки.

Задача 1. Куршум и пясък

а) Докато куршумът спре в купчината пясък, силата на съпротивление извършва работа:

$$A = -fl.$$ **[0,5 точки]**

Упътване. Ако в израза за работата не е отчетен знакът „минус“, се отнемат 0,5 точки.

Промяната на кинетичната енергия на куршума, докато спре, е:

$$\Delta E_k = 0 - \frac{mv_0^2}{2} = -\frac{mv_0^2}{2}.$$ **[0,5 точки]**

Упътване. Ако в израза за ΔE_k не е отчетен знакът „минус“, се отнемат 0,5 точки.

От условието:

$$\Delta E_k = A,$$ **[0,5 точки]**

намираме силата на съпротивление:

$$f = \frac{mv_0^2}{2l} = 6250\ \mathrm{N}.$$ **[1 точка]**

б) Промяната на кинетичната енергия на куршума, докато се движи в пясъка, е:

$$\Delta E_k = \frac{mv_1^2}{2} - \frac{mv_0^2}{2}.$$ **[0,5 точки]**

Упътване. Ако в израза за ΔE_k са разменени местата на началната и на крайната скорост, се отнемат 0,5 точки.

От условето $\Delta E_k = A$ получаваме:

$$\frac{mv_1^2}{2} - \frac{mv_0^2}{2} = -fd.$$ **[0,5 точки]**

Упътване. Ако в израза за работата не е отчетен знакът „минус“, се отнемат 0,5 точки.

Оттук намираме скоростта, с която куршумът излиза от кутията:

$$v_1 = \sqrt{v_0^2 - \frac{2fd}{m}} = v_0\sqrt{1-\frac{d}{l}} \approx 354\ \mathrm{m/s}.$$ **[1 точка]**

в) От II принцип на Нютон следва, че в кутията куршумът се движи равнозакъснително с ускорение:

$$a = f/m.$$ **[0,5 точки]**

За време *t*, за което куршумът минава през кутията, той изминава път, равен на широчината *d* на кутията. От закона за равнозакъснително движение имаме:

$$d = v_0 t - \frac{at^2}{2} = v_0 t - \frac{ft^2}{2m} = v_0 t - \frac{v_0^2 t^2}{4l}.$$ **[0,5 точки]**

За определяне на времето, получаваме квадратно уравнение, което има два корена:

$$t_{1,2} = \frac{2l}{v_0}\left(1 \pm \sqrt{1-\frac{d}{l}}\right)$$ **[0,5 точки]**

Коренът, който има физически смисъл може, да бъде избран, като се разгледа частният случай *d* = 0. Очевидно в този случай времето за преминаване на куршума през кутията е нула, което съответства на корена със знак „–“. **[0,5 точки]**

Така получаваме окончателния резултат:

$$t = \frac{2l}{v_0}\left(1 - \sqrt{1-\frac{d}{l}}\right) \approx 2{,}3.10^{-4}\ \mathrm{s}.$$ **[1 точка]**

<u>Алтернативно решение.</u> Тъй като на куршума действа постоянна сила, той се движи равнозакъснително. **[0,5 точки]**

При равнопроменливо движение средната скорост е средно аритметично на началната и на крайната скорост:

$$v_{\text{ср}} = \frac{v_0 + v_1}{2} = \frac{v_0}{2}\left(1 + \sqrt{1-\frac{d}{l}}\right).$$ **[1 точка]**

От определението за средна скорост:

$$v_{\text{ср}} = \frac{d}{t}$$ **[0,5 точки]**

следва:

$$t = \frac{2d}{v_0\left(1+\sqrt{1-d/l}\right)} \approx 2{,}3.10^{-4}\ \mathrm{s}.$$ **[1 точка]**

Важно уточнение. Изразите за времето, получени по двата метода, са еквивалентни и трябва да бъдат признати като верни отговори. Първият израз може да се получи от втория израз, ако дробта се рационализира, т.е. числителят и знаменателят се умножат с $1-\sqrt{1-d/l}$.

г) От III принцип на Нютон следва, че на кутията действа същата по големина сила f в посоката на движение на куршума. **[1 точка]** Следователно кутията се движи с ускорение:

$$a_2 = \frac{f}{M} = 6250\,\mathrm{m/s^2}.$$ **[0,5 точки]**

Тъй като кутията има маса, много по-голяма от масата на куршума, нейното ускорение е много по-малко от това на куршума. Следователно може да се приеме, че куршумът минава през кутията за същото време t, както, когато кутията е била неподвижва. Оттук следва, че:

$$v_2 = a_2 t \approx 1{,}4\,\mathrm{m/s}.$$ **[1 точка]**

Задача 2. Генератор на ван дер Грааф

а) Интензитетът на полето върху повърхността на сферата е:

$$E = \frac{kq}{R^2},$$ **[1 точка]**

Откъдето намираме максималния заряд върху сферата:

$$q = \frac{ER^2}{k} = 1{,}2.10^{-4}\ \mathrm{C}.$$ **[1 точка]**

б) Потенциалът на сферата е съответно:

$$\varphi = \frac{kq}{R} = 1{,}8.10^{6}\ \mathrm{V}.$$ **[1 точка]**

в) Потенциалът на Земята е нула. Следователно докато сферата се зарежда, напрежението между Земята и сферата се променя от $U_1 = 0$ до $U_2 = \varphi$. **[1 точка]**

Средното напрежение, докато трае зареждането, е:

$$U_{\text{ср}} = \frac{U_1 + U_2}{2} = \frac{\varphi}{2}.$$ **[1 точка]**

Устройството, задвижващо ремъка, трябва да извърши работа за преодоляване на електричните сили, действащи на електроните върху ремъка:

$$A = qU_{\text{ср}} = \frac{q\varphi}{2} = 108\ \mathrm{J}.$$ **[1 точка]**

Реалната извършена работа е по-голяма, защото върху ремъка действат и сили на триене. **[1 точка]**

Алтернативно решение. Сферата и Земята може да бъдат разглеждани като плочи на кондензатор. **[0,5 точки]** Напрежението между Земята и сферата е равно на разликата в техните потенциали:

$$U = \varphi.$$ **[0,5 точки]**

Енергията на заредения кондензатор е:

$$W = \frac{CU^2}{2}.$$ **[0,5 точки]**

Като вземем предвид, че:

$$q = CU$$ **[0,5 точки]**

и че работата за зареждане на кондензатора е равна на електричната му потенциална енергия, намираме:

$$A = \frac{q\varphi}{2} = 108\ \mathrm{J}.$$ **[1 точка]**

Реалната извършена работа е по-голяма, защото върху ремъка действат и сили на триене. **[1 точка]**

г) Промяната на кинетичната енергия на протона е равна на работата на електричните сили:

$$\frac{mv^2}{2} = eU.$$ **[1 точка]**

Тъй като пластинката е заземена, нейният потенциал е нула. Следователно напрежението между източника и пластинката е:

$$U = \varphi.$$ **[1 точка]**

Оттук намираме:

$$v = \sqrt{\frac{2e\varphi}{m}} \approx 1{,}86.10^7\ \mathrm{m/s}.$$ **[1 точка]**

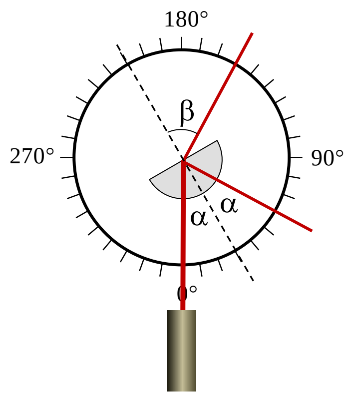
Задача 3. Оптичен кръг

а) Падащият и отразеният лъч не се пречупват от кръглата повърхност, защото минават през центъра на кръга. **[0,5 точки]** Ученикът е направил чертеж, на който са означени:

- ъгълът на падане α **[0,5 точки]**
- ъгълът на пречупване β **[0,5 точки]**

от плоската повърхност, както е показано на фигурата. Чертежът може да не е толкова подробен. Достатъчно е да бъдат изобразени плоската повърхност, нормалата към нея и да са означени ъглите.

От чертежа се вижда, че падащият и отразеният лъч сключват ъгъл 60°. **[0,5 точки]** Понеже ъгълът α на падане е равен на ъгъла на отражение, отразеният лъч сключва с падащия лъч ъгъл 2α. **[0,5 точки]** Следователно ъгълът на падане е $\alpha = 30°$. **[0,5 точки]**



Отразеният лъч минава през делението 60°, а пречупеният – през делението 150° **[0,5 точки]**. Следователно ъгълът между отразения и пречупения лъч е 90° **[0,5 точки]**. От чертежа се вижда, че:

$$\alpha + \beta + 90° = 180°.$$ **[0,5 точки]**

Следователно ъгълът на пречупване е:

$$\beta = 90° - \alpha = 60°.$$ **[0,5 точки]**

От закона на Снелиус:

$$n \sin\alpha = 1.\sin\beta.$$ **[0,5 точки]**

следва:

$$n = \frac{\sin 60°}{\sin 30°} = \sqrt{3}\ (\approx 1{,}73).$$ **[0,5 точки]**

б) Граничният ъгъл $\alpha_{гр}$ за пълно вътрешно отражение между стъклото и въздуха се определя от равенството:

$$\sin\alpha_{гр} = \frac{1}{n} = \frac{1}{\sqrt{3}}.$$ **[1 точка]**

От чертежа се вижда, че ъгълът между падащия и отразения лъч е 90°. Следователно ъгълът на падане върху плоската повърхност е $\alpha = 45°$. **[0,5 точки]**

Оттук получаваме, че:

$$\sin\alpha = \frac{1}{\sqrt{2}} > \sin\alpha_{гр},$$ **[1 точка]**

откъдето следва:

$$\alpha > \alpha_{гр}$$ **[0,5 точки]**

Пречупен лъч не се наблюдава, защото светлината пада под ъгъл, по-голям от граничния ъгъл и търпи пълно вътрешно отражение от плоската повърхност. **[1 точка]**