МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА
НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО ФИЗИКА
5 – 7 април 2019 г., Русе
Решения на темата за III състезателна група (учебно съдържание 9. клас)

Задача 1. Хлъзгащо се трупче

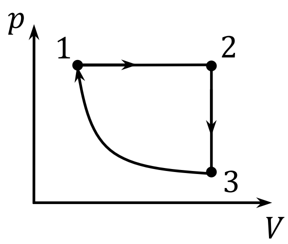
а) Върху двете хоризонтални повърхности трупчето се движи равнозакъснително с ускорение a, породено от силата на триене при хлъзгане $f = kN = kmg$, откъдето $a = kg$. **[0,5 т.]** Изминатият от трупчето път върху горния хоризонтален участък е $\ell_1 = v_0 t_1 - \frac{kgt_1^2}{2}$ **[0,5 т.]**, където t_1 е времето за достигане на склона. Крайната скорост на трупчето върху горната хоризонтална повърхност е $\frac{v_0}{2} = v_0 - kgt_1$ **[0,5 т.]**, т.е. $t_1 = \frac{v_0 - v_0/2}{kg} = \frac{v_0}{2kg}$. **[0,5 т.]** Като заместим t_1 в израза за пътя, ще получим, че $\ell_1 = \frac{3v_0^2}{8kg}$. **[0,5 т.]** След спускането по склона, трупчето се движи равнозакъснително с начална скорост v_0', т.е. крайната му скорост по долния хоризонтален участък е $v_0/3 = v_0' - kgt_2$ **[0,5 т.]**, където t_2 е съответното време за движение. Следователно $t_2 = \frac{v_0' - v_0/3}{kg}$. **[0,5 т.]** Дадено е, че $t_2 = 2t_1 = \frac{v_0}{kg}$, откъдето $v_0' = \frac{4v_0}{3}$. **[0,5 т.]** Оттук следва, че по долната хоризонтална повърхност трупчето изминава път $\ell_2 = v_0' t_2 - \frac{kgt_2^2}{2} = \frac{4v_0^2}{3kg} - \frac{v_0^2}{2kg} = \frac{5v_0^2}{6kg}$. **[0,5 т.]** За изминатото разстояние по горния хоризонтален участък получаваме: $\ell_1 = \frac{3v_0^2}{8kg} = \frac{9\ell_2}{20} = 9\text{ m}$. **[1 т.]**

б) Силата на триене при хлъзгане извършва обща работа $A_{\text{тр}} = -kmg(\ell_1 + \ell_2)$ **[0,5 т.]**, откъдето $k = -\frac{A_{\text{тр}}}{mg(\ell_1 + \ell_2)} = -\frac{20A_{\text{тр}}}{29mg\ell_2} = 0{,}2$. **[1 т.]**

в) От израза за изминатия път по долния хоризонтален участък следва, че началната скорост $v_0 = \sqrt{\frac{6kg\ell_2}{5}} = \sqrt{-\frac{24A_{\text{тр}}}{29m}} \approx 6{,}9\text{ m/s}$. **[1 т.]**

г) При спускането на трупчето по склона се запазва неговата механична енергия: $E_1 = E_{\text{к}1} + E_{\text{п}1} = \frac{mv_0^2}{8} + mgh = \frac{mv_0'^2}{2} = \frac{8mv_0^2}{9} = E_{\text{к}2} = E_2$, където величините с индекс "1" се отнасят за момента непосредствено преди спускането, а величините с индекс "2" се отнасят за трупчето в подножието на склона. **[1 т.]** Оттук получаваме, че височината на склона е $h = \frac{55v_0^2}{72g} \approx 3{,}7\text{ m}$. **[1 т.]**

Задача 2. Топлинен двигател

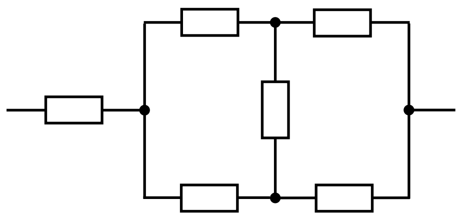


а) Процесите са представени на $p - V$ диаграмата вляво. **[1,5 т.]**

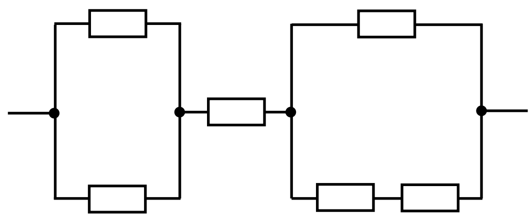
б) Процесът 1-2 представлява изобарно разширение на газа, така че тогава той получава топлина: $Q_{12} > 0$. **[0,5 т.]** При процеса 2-3 газът изстива изохорно, т.е. губи топлина: $Q_{23} < 0$. **[0,5 т.]** Процесът 3-1 включва изотермно свиване, което означава, че газът отдава топлина: $Q_{31} < 0$. **[0,5 т.]**

в) Приетата от газа топлина по време на цикъла е топлината, получена при изобарния процес: $Q_1 = Q_{12} = U_2 - U_1 - A_{12} = \frac{3B(T_2 - T_1)}{2} + p_1(V_2 - V_1)$, като сме използвали първия принцип на термодинамиката. **[1,5 т.]** С U_1 и U_2 означаваме вътрешните енергии на газа в състояния (1) и (2), а с A_{12} – работата на външните сили за разширяване на газа при постоянно налягане ($p_1 = p_2$). Като приложим закона за изобарния процес, получаваме за количеството топлина $Q_1 = \frac{3B\Delta T}{2} + \frac{p_1 V_1 T_2}{T_1} - p_1 V_1 = \frac{3B\Delta T}{2} + BT_2 - BT_1 = \frac{3B\Delta T}{2} + B\Delta T = \frac{5B\Delta T}{2}$. **[1,5 т.]** Работата, извършена от газа за един цикъл, е $A' = A'_{12} + A'_{31} = -A_{12} - A_{31} = p_1(V_2 - V_1) - A_{31} = B\Delta T - A_{31}$. **[1 т.]** КПД на двигателя е $\eta = \frac{A'}{Q_1} = \frac{2(B\Delta T - A_{31})}{5B\Delta T}$ **[1 т.]**, откъдето следва, че $\Delta T = \frac{2A_{31}}{(2-5\eta)B} \approx 64$ К. **[2 т.]**

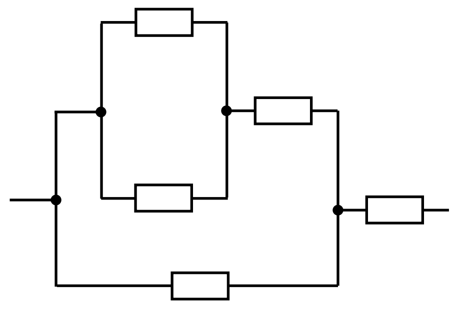
Задача 3. Електрически вериги



а) Като отчетем, че идеалният волтметър има безкрайно голямо съпротивление, еквивалентна схема на най-горната електрическа верига от условието на задачата е представена на фигурата вляво. **[1 т.]** Последователно на най-левия резистор е свързан балансиран Уитстонов мост – поради симетрията не е възможно да тече ток през вертикално свързания резистор в средата на моста, откъдето следва, че може да го отстраним от веригата. **[1 т.]** Съпротивлението, което ще се измери между краищата на веригата в този случай, е $R_г = R + \frac{2R.2R}{2R+2R} = R + R = 2R$. **[1,5 т.]**



б) Еквивалентната схема за тази верига е изобразена на фигурата вляво. **[0,5 т.]** Двата най-леви успоредно свързани резистора са свързани последователно на средния резистор и на друга група от успоредно и последователно свързани резистори. Следователно, общото съпротивление на тази верига е $R_с = \frac{R.R}{R+R} + R + \frac{2R.R}{2R+R} = \frac{R}{2} + R + \frac{2R}{3} = \frac{13R}{6}$. **[2 т.]**



в) В този случай еквивалентната схема е дадена на фигурата вляво. **[1,5 т.]** Електричното съпротивление между краищата на веригата е равно на $R_д = R\left(\frac{R.R}{R+R} + R\right)/\left(\frac{R.R}{R+R} + R + R\right) + R = R\left(\frac{3R}{2}\right)/\left(\frac{5R}{2}\right) + R$, т.е. $R_д = \frac{3R}{5} + R = \frac{8R}{5}$. **[2,5 т.]**