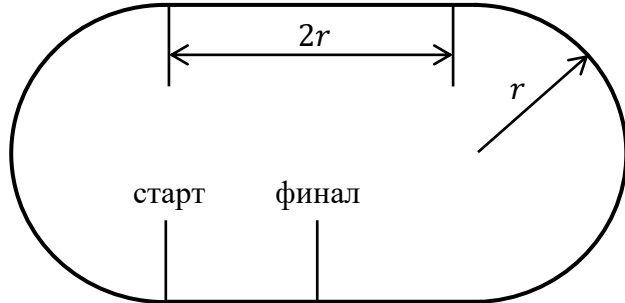


МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА
ОЛИМПИАДА ПО ФИЗИКА, НАЦИОНАЛЕН КРЪГ
06 АПРИЛ 2019 г., РУСЕ

Решение на задачите от темата за 8. клас (втора възрастова група)

Задача 1. Мотоциклети.

а) Ако приемем за нулев момент време пресичането на първия мотоциклет на старта, то неговата скорост се мени така: $v = v_0 + a_1 t$, [0,3 т.] а положението му (ако изберем стартовото положение за нулево) така: $x = v_0 t + \frac{1}{2} a_1 t^2$. [0,3 т.] Замествайки времето t от първото уравнение във второто, се получава $x = \frac{v^2 - v_0^2}{2a_1}$. [0,4 т.] Когато скоростта стане $v = v_1$, положението е $x = r$, следователно



ускорението $a_1 = \frac{v_1^2 - v_0^2}{2r} = [0,5 \text{ т.}] \frac{(50\text{m/s})^2 - (40\text{m/s})^2}{2 \cdot 200\text{m}} = 2,25 \text{ m/s}^2$. [0,5 т.]

б) Времето T_1 за една обиколка на първия мотоциклет е $T_1 = \frac{2\pi r}{v_0} + 4 \cdot t_{\text{ст-фин1}}$. [0,5 т.]

Времето $t_{\text{ст-фин1}}$ за ускоряване на първия мотоциклет от v_0 до v_1 намираме от първото уравнение, $t_{\text{ст-фин1}} = \frac{v_1 - v_0}{a_1}$. Замествайки с полученото ускорение, $t_{\text{ст-фин1}} = \frac{2r}{v_1 + v_0}$. [0,5 т.]

Така $T_1 = \frac{2\pi r}{v_0} + \frac{8r}{v_1 + v_0} = [0,5 \text{ т.}] \frac{2\pi \cdot 200\text{m}}{40\text{m/s}} + \frac{8 \cdot 200\text{m}}{50\text{m/s} + 40\text{m/s}} \approx 49,2 \text{ s}$ (49,194 s. Резултатите в скобите тук и нататък са написани с по-голяма точност, за да не се трупа грешка от закръгляване в следващите замествания). [0,5 т.]

в) Максималната скорост v_2 на втория мотоциклет може да се получи от последното уравнение, прилагайки го за втория мотоциклет, $T_2 = \frac{2\pi r}{v_0} + \frac{8r}{v_2 + v_0}$, [0,5 т.] откъдето $v_2 =$

$\frac{8r}{T_2 - \frac{2\pi r}{v_0}} - v_0 = [0,5 \text{ т.}] \frac{8 \cdot 200\text{m}}{47\text{s} - \frac{2\pi \cdot 200\text{m}}{40\text{m/s}}} - 40 \frac{\text{m}}{\text{s}} \approx 62,7 \text{ m/s}$ (62,669 m/s) [0,2 т.] $\approx 226 \text{ km/h}$. [0,3 т.]

г) Ускорението a_2 , с което вторият мотоциклет се движи по правите участъци, може да се пресметне от вече получената аналогична формула за първия мотоциклет, $a_2 = \frac{v_2^2 - v_0^2}{2r} = [0,5 \text{ т.}] \frac{(62,669\text{m/s})^2 - (40\text{m/s})^2}{2 \cdot 200\text{m}} \approx 5,82 \text{ m/s}^2$ (5,8185 m/s²). [1 т.]

д) Времето, за което вторият мотоциклет финишира, е $T_{2\phi} = 10T_2 + t_{\text{ст-фин2}} = 10T_2 + \frac{v_2 - v_0}{a_2} = [0,5 \text{ т.}] 10 \cdot 47\text{s} + \frac{62,669\text{m/s} - 40\text{m/s}}{5,8185\text{m/s}^2} \approx 473,9 \text{ s}$ (473,896 s). [0,5 т.] Тъй като $\frac{T_{2\phi}}{T_1} \approx 9,63$, то първият мотоциклет ще е направил 9 обиколки и ще е във втората половина на десетата си обиколка. Също така $T_{2\phi} - 9,5T_1 \approx 6,55 \text{ s}$ (6,553 s) е по-голямо от $t_{\text{ст-фин1}} = \frac{2r}{v_1 + v_0} \approx 4,44 \text{ s}$ (4,444 s), но е по-малко от $2t_{\text{ст-фин1}}$ (8,888 s). Това означава, че първият мотоциклет ще е във втората половина на правата отсечка от другата страна на старта и ще се движи равнозакъснително. [0,5 т.]

Скоростта му в момента на финиширане на втория мотоциклет ще бъде $v_3 = v_1 - a_1(T_{2\phi} - 9,5T_1 - t_{\text{ст-фин1}}) = [0,5 \text{ т.}] 50 \frac{\text{m}}{\text{s}} - 2,25 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} (473,896\text{s} - 9,5 \cdot 49,194\text{s} - 4,444\text{s}) \approx 45,25 \text{ m/s} \approx 163 \text{ km/h}$. [0,5 т.] Положението на мястото, където се намира първият мотоциклет в този момент, може да се изчисли от формулата $x = v_1 t_x - \frac{1}{2} a_1 t_x^2$, където $t_x = T_{2\phi} - 9,5T_1 - t_{\text{ст-фин1}}$. Замествайки, $t_x = 473,896\text{s} - 9,5 \cdot 49,194\text{s} - 4,444\text{s} = 2,109 \text{ s}$, $x = 50 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 2,109\text{s} - \frac{1}{2} \cdot 2,25 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} (2,109\text{s})^2 \approx 100$

m. Следователно когато вторият мотоциклет финишира, първият ще се намира в средата на лявата половина на горната отсечка. [0,5 т.]

Задача 2. Хлъзгащи се тела.

а) Когато първото тяло се движи свободно, то спира под действие на силата на триене $F_{1\text{тр}} = k_1 R = k_1 m_1 g = m_1 a_1$. Следователно $a_1 = k_1 g$. [0,5 т.] Аналогично за ускорението на спиране на второто тяло се получава $a_2 = k_2 g$. Когато двете тела се движат заедно, второто тяло натиска първото тяло напред със сила T и му намалява ускорението до a , а първото тяло натиска второто тяло назад със същата по големина сила T и му увеличава ускорението до a . [0,5 т.] Тогава $F_{1\text{тр}} - T = m_1 a$ [0,5 т.] и $F_{2\text{тр}} + T = m_2 a$. [0,5 т.] Като съберем двете уравнения, $F_{1\text{тр}} + F_{2\text{тр}} = (m_1 + m_2)a$, откъдето $a = \frac{m_1 a_1 + m_2 a_2}{m_1 + m_2}$. [1 т.]

б) Силата T , с която второто тяло натиска първото, може да се получи, като заместим резултата за a в първото уравнение, $T = F_{1\text{тр}} - m_1 a = m_1(a_1 - a) = m_1 \left(a_1 - \frac{m_1 a_1 + m_2 a_2}{m_1 + m_2} \right)$. [1 т.] След опростяване $T = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} (a_1 - a_2)$. [1 т.]

в) При спиране от начална скорост v_0 , скоростта се променя с времето така, $v = v_0 - at$, а изминатият път така: $l = v_0 t - \frac{1}{2} at^2$. Следователно от първото уравнение следва, че времето до пълното спиране е $t_{\text{сп}} = \frac{v_0}{a}$. Замествайки това време във второто уравнение, за спирачния път се получава $s_{\text{сп}} = \frac{v_0^2}{2a}$. [1 т.] Така в получената формула за ускорението a в подусловие а) можем да заместим с израза $\frac{v_0^2}{2s}$. Така ще получим $\frac{v_0^2}{2s} = \frac{m_1 \frac{v_0^2}{2s_1} + m_2 \frac{v_0^2}{2s_2}}{m_1 + m_2}$. След опростяване $s = \frac{(m_1 + m_2)s_1 s_2}{m_1 s_2 + m_2 s_1}$. [2 т.]

г) Ако в последната получена формула разделим двете страни на s_1 , а числителя и знаменателя на дясната страна разделим на s_1 и m_2 , ще получим $\frac{s}{s_1} = \frac{\left(\frac{m_1 + 1}{m_2}\right) \frac{s_2}{s_1}}{\frac{m_1 s_2 + 1}{m_2 s_1}}$.

Използвайки символите за отношенията на пътищата и масите, $z = \frac{(x+1)y}{xy+1}$. Решавайки това уравнение спрямо x , се получава $x = \frac{y-z}{y(z-1)}$. [1 т.] Замествайки с дадените стойности, $x = \frac{3-2}{3(2-1)} = \frac{1}{3}$. [1 т.]

Задача 3. Капка и мехурче.

а) От дадената формула за силата следва, че $\eta = \frac{F}{6\pi r v}$, следователно мерната единица на вискозитета е $[\eta] = \frac{[F]}{[r][v]} = \frac{\text{N}}{\text{m} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}}} = \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}^2 \cdot \text{m} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}}} = \frac{\text{kg}}{\text{m} \cdot \text{s}}$. [1 т.] (всъщност вместо единицата $\frac{\text{kg}}{\text{m} \cdot \text{s}}$ се използва еквивалентната на нея Pa.s)

б) Когато мехурчето изплава с постоянна скорост, действащата му Архимедова сила се уравни с сумата на силата на съпротивление (силата на тежестта му се пренебрегва поради много малката плътност на въздуха) $F_{\text{Арх}} = F_{\text{съп}}$, [0,5 т.] $\rho_0 \cdot \frac{4}{3} \pi r^3 g = 6\pi \eta r v$, откъдето $v = \frac{2 \rho_0 g r^2}{9 \eta}$. [1,5 т.]

в) Когато капката вода потъва в олиото с постоянна скорост, действащата ѝ сила на тежестта се уравни с сумата на Архимедовата сила и силата на съпротивление $G = F_{\text{Арх}} + F_{\text{съп}}$, [0,5 т.] $\rho \cdot \frac{4}{3} \pi r^3 g = \rho_0 \cdot \frac{4}{3} \pi r^3 g + 6\pi \eta r v_1$, откъдето $v_1 = \frac{2(\rho - \rho_0) g r^2}{9 \eta}$. [1,5 т.]

г) Когато мехурчето въздух и водната капка имат равни радиуси, отношението на скоростите на движението им в олиото е $\frac{v_1}{v} = \frac{\rho - \rho_0}{\rho_0} = \frac{\rho}{\rho_0} - 1$, откъдето $\rho_0 = \frac{\rho}{1 + \frac{v_1}{v}}$. [1 т.]

След заместване, $\rho_0 = \frac{1,00 \text{ g/cm}^3}{1 + \frac{2,5 \text{ mm/s}}{29 \text{ mm/s}}} \approx 0,92 \text{ g/cm}^3$. [1 т.]

д) Вискозитетът η на олиото може да се пресметне от формулата за скоростта на мехурчето, $\eta = \frac{2 \rho_0 g r^2}{9 v}$ [0,5 т.] = $\frac{2 \cdot 0,92 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \cdot 9,8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} (1 \text{ mm})^2}{9 \cdot 29 \text{ mm/s}} \approx 0,069 \frac{\text{kg}}{\text{m}\cdot\text{s}}$ (Pa.s). [1,5 т.]

е) Тъй като скоростта на изплаване зависи от квадрата на радиуса на мехурчето, за мехурче с два пъти по-малък радиус скоростта ще е 4 пъти по-малка, т.е. $v_2 = v/4$ [0,5 т.] = $29/4 \text{ mm/s} \approx 7,3 \text{ mm/s}$. [0,5 т.]