

**МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА**  
**XXII НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО АСТРОНОМИЯ**

**Областен кръг на олимпиадата по астрономия**

**23 февруари 2019 г.**

**Възрастова група XI-XII клас – решения**

**1 задача. Ерата на Водолея.** Преди хиляди години моментът на преминаване на Слънцето през пролетната равноденствена точка е имал огромно значение за древните цивилизации. След като са били въведени зодиакалните съзвездия, проследяването на този процес се е превърнало в първостепенна задача на древните астрономи. Според това в кое съзвездие се е намирала пролетната равноденствена точка, съответният голям интервал от време е получавал името на съзвездието. Досега са запазени спомените за три такива ери – ерата на Бика (Телеца), ерата на Овена и ерата на Рибите. Предстои настъпването на ерата на Водолея, т.е. пролетната равноденствена точка ще навлезе в границите на съзвездието Водолей. Наистина, сега се намесва едно съвсем неотдавна възникнало обстоятелство. През 1922 година, по време на Първата генерална асамблея на Международния астрономически съюз в Рим, е взето решение да се дефинират точни граници на съзвездиата. През 1935 година този процес приключва и границите на съзвездиата вече са описани подробно. На картата, с която разполагате, освен мрежата на екуваториалните координати за текущата епоха и еклиптиката, са представени и границите на съзвездиата. Работейки в планиметрично приближение и приемайки, че във всички посоки линейните разстояния са пропорционални на ъгловите, определете кога ще настъпи ерата на Водолея.

Звездна година –  $365^{\text{d}}.256363$

Тропическа година –  $365^{\text{d}}.242190$

**Решение:**

От дефинициите за звездна година и за тропична година следва, че разликата между тях се дължи на движението на пролетната равноденствена точка. Тя се движи по еклиптиката, срещу движението на Слънцето. Затова звездната година е по-дълга от тропичната. Изваждаме от звездната година тропичната и за разликата между тях получаваме  $\Delta T = T_{\text{sid}} - T_{\text{tr}} = 0^{\text{d}}.014173 = 20^{\text{m}}.40912$ . Тази разлика се отнася към звездната година, т.е. към периода на обикаляне на Земята около Слънцето, така както се отнася ъгловото отместване на пролетната равноденствена точка по еклиптиката за една година към  $360^{\circ}$ . Намираме това отношение:

$$n = \frac{\Delta T}{T_{\text{sid}}} = 3.8802883 \cdot 10^{-5}$$

Намираме и ъгловото отместване на пролетната равноденствена точка по еклиптиката за една година:

$$\Delta l = n \cdot 360 \cdot 3600'' = 50''.28853 \approx 50.3''/\text{год}$$

Измерваме на колко милиметра отговарят  $10^{\circ}$  на картата. Получаваме, че това са 71.1mm. Следователно мащабът на изображение, изразен в дъгови секунди на милиметър е  $k = 506.33''/\text{mm}$ . Измерваме по еклиптиката, разстоянието  $d$  между пролетната равноденствена точка и точката, в която еклиптиката пресича границата със съзвездието Водолей. Получаваме, че  $d = 57.7 \text{ mm}$ . Умножаваме по мащаба и получаваме на колко дъгови секунди на небето отговаря това разстояние:

$$x = d \cdot k = 29215''.24$$

Делим на ъгловото отместване на пролетната равноденствена точка за една година и получаваме за колко години ще бъде изминато това разстояние:

$$\Delta t = \frac{x}{\Delta l} = 580.95 \text{ год.} \approx 581 \text{ год.}$$

Пролетната равноденствена точка ще навлезе в съзвездието Водолей след около 581 години. Следователно това ще се случи през  $2019 + 581 = 2600$  година.

Разбира се, може да очакваме, че графичното изображение на отделните елементи, които използвахме за решаването на задачата, съдържа в себе си неточности, така че вероятно резултатът, който получихме, е повлиян от някаква грешка. Тя, обаче, едва ли е голяма. Резултатът посочен в достъпни източници, например в Уикипедия ([https://en.wikipedia.org/wiki/Age\\_of\\_Aquarius](https://en.wikipedia.org/wiki/Age_of_Aquarius)), точно съвпада с получения от нас.

#### Критерии за оценяване (общо 12 т.):

*За правилна логическа постановка на задачата за пресмятане на годишната прецесия – 2 т.*

*За правилна математическа постановка на задачата – 2 т.*

*За верен числен отговор – 1 т.*

*За правилно ориентиране по картата. Намиране на пролетната равноденствена точка, границата на съзвездието Водолей и пресечната точка на еклиптиката с тази граница – 1 т.*

*За точни измервания по картата – 1 т.*

*За намиране на разстоянието между пролетната равноденствена точка и пресечната точка с границата на съзвездието Водолей в ъглови единици – 2 т.*

*За правилен подход и математическа формулировка при намирането на времето до преминаването на пролетната равноденствена точка във Водолей – 2 т.*

*За правилен резултат – 1 т.*

**2 задача. Изгреви.** Двете най-важни за нас небесни светила са Слънцето и Луната.

• А) Кое явление се наблюдава по-често от територията на България – изгрев на Слънцето или изгрев на Луната?

• Б) Има ли места по Земята, където по-често се наблюдава изгрев на другото светило – не това, която изгрива по-често за наблюдател в България? Ако има, къде по Земята са тези места?

• В) Има ли места по Земята, където в някои интервали от годината по-често изгрива Слънцето, а в други – Луната? Ако има, къде по Земята са тези места?

Обяснете вашите отговори.

#### **Решение:**

На територията на България, както и в преобладаващата част от света, изгревите и залезите на светилата се случват поради видимото денонощно въртене на небесната сфера от изток на запад, дължащо се на околоосното въртене на Земята. (Всъщност, според древните представи небесните сфери са множество и са кристални. Има сфера на звездите, сфера на Слънцето, сфера на Луната и по една сфера за всяка от планетите.). Изгревите на звездите стават през период от  $23^{\text{h}}56^{\text{m}}$

или едно звездно денонощие. Поради орбиталното движение на Земята около Слънцето, се наблюдава видимо годишно преместване на Слънцето от запад на изток по еклиптиката. Ето защо Слънцето изостава от звездите при видимото денонощно въртене на небесната сфера и изгревите на Слънцето стават средно през период от 24 часа. А Луната се движи по своята орбита около Земята от запад на изток с период 27.3 денонощия и изостава много по-бързо от Слънцето. По тази причина средният период между два изгрева на Луната е с около 50 минути по-дълъг от слънчевото денонощие. Следователно по-често се случват изгревите на Слънцето, отколкото изгревите на Луната.

На северния и южния полюс на Земята звездите не изгряват и не залязват, а видимото им денонощно движение става успоредно на хоризонта. Слънцето изгрява и залязва поради промяната на неговата деклинация при видимото му годишно движение по еклиптиката. В годината има един изгрев на Слънцето и един залез. При орбиталното движение на Луната около Земята деклинацията на Луната също се променя, тъй като лунната орбита е наклонена спрямо небесния екватор. По тази причина Луната изгрява по веднъж във всеки сидеричен месец от 27.3 денонощия. Следователно на северния и на южния полюс на Земята лунните изгреви са по-чести от слънчевите.

По-особена е ситуацията в областите около полюсите на Земята, оградени от полярните окръжности. Да разгледаме за определеност областта около северния полюс с граница северната полярна окръжност. В определени интервали от време там Слънцето изгрява всеки ден поради видимото си денонощно движение от изток на запад. Същото се отнася и до Луната, но както вече беше обяснено, нейните изгреви се случват по-рядко. За всяко място от тази област обаче, има определен период около зимното слънцестояние, в който Слънцето не изгрява в продължение на дни, седмици или месеци. Продължителността на този интервал е толкова по-голяма, колкото мястото е по-близо до полюса. Около лятното слънцестояние пък има интервал от време, в който Слънцето дни наред не залязва, а следователно тогава също не се случват слънчеви изгреви, защото Слънцето е постоянно над хоризонта. През тези периоди обаче, Луната продължава да изгрява и залязва поради видимото си денонощно движение. Следователно тогава лунните изгреви са по-чести от слънчевите. Тук следва да внесем и едно допълнително уточнение. В рамките на всеки лунен месец за такова географско място ще има и период, когато Луната няма да изгрява в продължение на дни. Това ще бъде периодът, когато Луната се намира около точката на зимно слънцестояние. Също така ще има период от дни наред, през който Луната ще бъде постоянно над хоризонта. Това ще става, когато Луната е близо до точката на лятно слънцестояние. Така че, по Земята има места, в които понякога са по-чести слънчевите изгреви, а понякога – лунните. Това са областите около полюсите, ограничени от полярните окръжности. Това е валидно обаче, само ако не отчитаме рефракцията.

Поради рефракцията границата на областта около северния полюс, където има дни без изгрев на Слънцето, се стеснява към север. Но затова пък границата на областта, където има дни без залез на Слънцето, се разширява към юг. Аналогично условие важи и за областта около южния полюс.

#### Критерии за оценяване (общо 12 т.):

*За правилни разсъждения и отговор кои изгреви са по-чести за територията на България – 3.5 т.*

*За посочване на полюсите, като местата, където Луната изгрява по-често от Слънцето, и обяснение – 3.5 т.*

*За правилно посочване на областите, където в различни периоди изгрява по-често Слънцето, а в други – Луната, и обяснение – 3 т.*

За описание на периодите в лунния месец, когато в тези области Луната в продължение на дни не изгрява или не залязва – 1 т.

За разсъждения относно рефракцията – 1 т.

**3 задача. Проксима и Сириус.** В двора ви се приземява космически кораб, идващ от обитаемата планета около най-близката до нас звезда – Проксима от съзвездието Центавър. Съществото, което го управлява, се радва, че споделяте неговия интерес към звездите. Вечерта вие двамата се любувате на най-ярката звезда в нашето небе – Сириус.

- А) Разгледайте дадената ви звездна карта. Определете приблизително разстоянието от Проксима до Сириус. Разстоянията от нас до Проксима и до Сириус са съответно 4.2 и 8.6 светлинни години. Местоположението на Проксима е означено с кръгче. Самата звезда е твърде слаба по блясък и не е нанесена на картата. За удобство картата е в галактични координати.

- Б) Вие показвате на извънземния си приятел звездната карта и той ви посочва къде от неговата планета се вижда Сириус. В кое съзвездие ще се вижда Сириус от планетата около звездата Проксима? Обяснете вашия отговор.

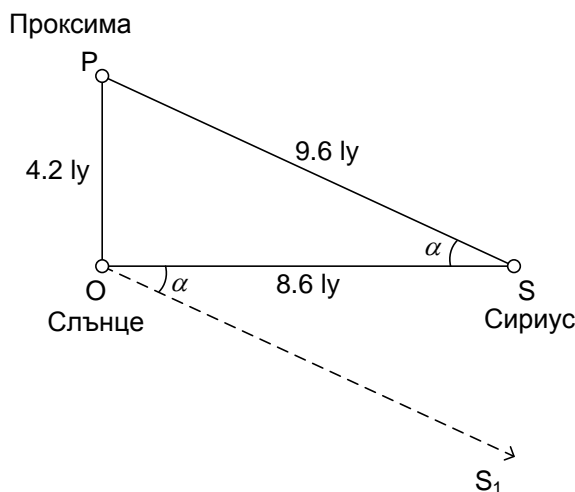
- В) Коя е най-ярката звезда в нощното небе на планетата около Проксима?

#### Решение:

На картата виждаме, че положенията на Сириус и Проксима не се различават много по галактична ширина, което улеснява определянето на видимото ъглово разстояние между тях. Можем да се убедим, че то е приблизително  $90^\circ$ . Следователно можем да определим разстоянието  $r$  от Проксима до Сириус, като използваме Питагоровата теорема:

$$r = \sqrt{4.2^2 + 8.6^2} \approx 9.6 \text{ светлинни години}$$

На схемата по-долу е представено взаимното разположение на двете звезди и Слънцето.



Проксима и Сириус са сред най-близките до Слънцето звезди. Ако се преместим на планетата около Проксима, звездното небе за нас няма много силно да се различава от това, което виждаме от Земята. С изключение на някои много близки ярки звезди, взаимното разположение на останалите звезди и фигурите на съзвездията, които те образуват, ще си останат почти същите или поне няма да се изменят така, че да бъдат неразпознаваеми. Затова съществото от планетата около Проксима лесно ще се ориентира в нашата звездна карта (все пак, то е пилот на

междувъзден кораб и би трябвало да умее това). От схемата виждаме, че направлението Проксима – Сириус (PS) сключва ъгъл  $\alpha$  с направлението Слънце – Сириус (OS). Следователно за наблюдател от Проксима видимото положение на Сириус трябва да е отместено на ъгъл  $\alpha$  спрямо видимото за нас положение на тази звезда. Определяме ъгъла  $\alpha$  от правоъгълния триъгълник OSP:

$$tg\alpha = \frac{OP}{OS} \approx 26^\circ$$

Сириус трябва да се проектира в онази област от звездното небе, която ние виждаме в направление OS<sub>1</sub>. На звездната карта виждаме, че това е в северната част на съзвездиято Орион, недалеч от звездата Бетелгейзе.

В небето на планетата около Проксима Сириус ще бъде сред най-ярките звезди, но няма да е най-ярката. Звездата Проксима е част от тройна звездна система заедно с двете компоненти на двойната звезда  $\alpha$  Центавър, чието арабско име е Толиман. Тези две звезди ще бъдат най-ярките в небето на планетата около Проксима.

Критерии за оценяване (общо 12 т.):

*За правилен начин на определяне на разстоянието Проксима – Сириус – 4 т.*

*За верен числен отговор – 1 т.*

*За правилни разсъждения относно видимото положение на Сириус от планетата около Проксима – 2 т.*

*За определяне на ъгловото отстояние на положението на Сириус, гледано от Проксима, спрямо това за наблюдател на Земята – 2 т.*

*За вярно заключение относно съзвездиято, в което ще се вижда Сириус – 1 т.*

*За правилно посочване на най-ярката звезда в небето на планетата около Проксима – 2 т.*

**4 задача. Тераформиране на Марс.** През 2200 г. свръхмощната компания Interplanetary Corporation решава да осигури по-удобен живот на земните хора, обитаващи многобройните херметично затворени марсиански колонии. Планира се с огромни хладилни инсталации да се втечни цялата азотна атмосфера на спътника на Сатурн Титан и чрез флотилия от космически контейнеровози да се пренесе на Марс, където отново да се превърне в газ.

- А) Пресметнете какво ще бъде атмосферното налягане на марсианската повърхност след тази операция.

- Б) Дали атмосферата на Титан ще бъде недостатъчна, за да се постигне налягане на повърхността на Марс, равно на земното атмосферно налягане, или ще бъде в повече? Ако не достигне, определете колко още трябва да се добави от други източници, а ако е в повече, пресметнете колко процента от атмосферата на Титан трябва да се достави на Марс, за да се осъществи исканата цел.

- В) След провеждането на грандиозната космическа операция ще продължат ли да съществуват езерата и реките от течен метан на Титан? А ще се появят ли водни езера и реки на Марс?

Космическо тяло	Радиус, km	Ускорение на силата на тежестта на повърхността, m/s <sup>2</sup>	Атмосферно налягане на повърхността, kPa (килопаскали)
Земя	6371	9.81	101.3
Марс	3390	3.72	0.636
Титан	2575	1.35	146.7

Пояснение: 1 Pa = 1 N / m<sup>2</sup>.

**Решение:**

Означаваме с  $R_T$ ,  $g_T$  и  $P_T$  съответно радиуса, ускорението на силата на тежестта и атмосферното налягане на повърхността на Титан, а с  $R_M$ ,  $g_M$  и  $P_M$  – същите параметри за Марс. За масата на атмосферата на Титан  $M_T$  можем да напишем:

$$P_T = \frac{M_T g_T}{4\pi R_T^2}$$

$$M_T = \frac{P_T \cdot 4\pi R_T^2}{g_T}$$

Ако пренесем цялата тази атмосфера на Марс, тя ще създаде там допълнително налягане, което ще се добави към настоящото налягане на Марс. Новото атмосферно налягане на марсианската повърхност ще бъде:

$$P_{MT} = P_M + \frac{M_T g_M}{4\pi R_M^2}$$

$$P_{MT} = P_M + P_T \cdot \frac{R_T^2}{R_M^2} \cdot \frac{g_M}{g_T}$$

$$P_{MT} \approx 233.9 \text{ kPa}$$

Това налягане е около 2.3 пъти по-високо от атмосферното налягане на земната повърхност. За да осигурим на Марс атмосферно налягане, както на Земята, трябва да използваме само част от атмосферата на Титан. Тази част се равнява на отношението на земното атмосферно налягане минус настоящото налягане на Марс към  $P_{MT} - P_M$ . Можем да я пресметнем в проценти:

$$\frac{(101.3 - 0.636) \text{ kPa}}{(233.9 - 0.636) \text{ kPa}} \cdot 100\% \approx 43\%$$

За да бъде едно вещество в течно състояние е необходимо особено съчетание от стойности на температурата и налягането, които могат да варират само в доста тесни интервали.

Ако отнемем цялата атмосфера на Титан, метановите езера ще започнат да се изпаряват много бързо. Може би няма да се изпарят напълно, част от метана в тях може да замръзне и да остане на повърхността на спътника под формата на лед, който няма да сублимира достатъчно ефективно в новата, макар и разрежена метанова атмосфера на Титан. Ако вземем само необходимата ни част от атмосферата (43%), то остатъчното атмосферно налягане на Титан отново няма да е достатъчно, за да се поддържа метанът в езерата в течно състояние. Вероятно частта от него, която ще се изпари, ще бъде по-малка, отколкото ако му отнесем цялата атмосфера, а останалото количество също ще се превърне в лед.

Ускорението на силата на тежестта на Марс е около 2.4 пъти по-малко, отколкото на Земята. Атмосферното налягане на повърхността на планетата се измерва фактически с теглото на атмосферата на единица площ. Това означава, че за да се създаде на Марс същото атмосферно налягане, както на Земята, ще е нужно да се осигури няколко пъти по-голямо количество атмосфера, отнесено към единица площ на планетата, отколкото е при Земята. Така новата марсианска атмосфера ще бъде значително по-плътна от сегашната. При сходни температури плътността на новата марсианска атмосфера ще бъде сравнима с плътността на земната атмосфера, но на Марс атмосферата ще бъде по-обширна от земната. Това ще доведе до много по-малък спад на температурата с издигане над повърхността на планетата, отколкото е сега, а също и до по-малък контраст между дневната и нощната температура. Част

от сухия лед (замръзнал въглероден диоксид) от полярните шапки ще се изпари. Добавянето на нови количества от този газ в атмосферата ще усилва парниковия ефект. Нека не забравяме, че атмосферата на Титан съдържа известно количество метан, който също е газ, създаващ парников ефект. Така или иначе, климатът на Марс едва ли ще се затопли дотолкова, че да се разтопи съществена част от водния лед на полярните шапки, но на по-ниски планетографски ширини може би ще се разтопи ледът, съдържащ се в марсианските пясъци. Може и да се появят малки водни басейни.

Критерии за оценяване (общо 12 т.):

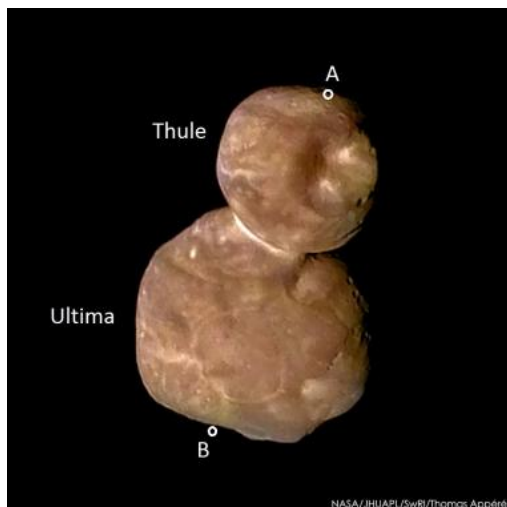
За правилен метод за пресмятане на налягането на Марс при доставяне на цялата атмосфера на Титан – 5 т.

За верен числен отговор – 1 т.

За определяне на частта от атмосферата, която трябва да се достави, за да се получи земното атмосферно налягане – 3 т.

За разсъждения относно промените на повърхността на Титан и Марс след пренасянето на атмосферата – 3 т.

**5 задача. Ultima Thule.** Астероидът Ultima Thule принадлежи към пояса на Койпър, състоящ се от ледени тела в далечните предели на Слънчевата система. През януари 2019 г. покрай него прелетя станцията New Horizons и предаде на Земята изненадващи снимки, на които се вижда, че астероидът се състои от две слепени тела с диаметри 19.5 и 14.2 km. Да предположим, че двете компоненти имат кълбовидна форма, а плътността им е сравнима с тази на водата –  $1000 \text{ kg/m}^3$ .



- А) Вие сте космонавт изследовател и се спускате към астероида с малки ракетни двигатели, прикрепени към вашия скафандър. Заедно със скафандъра масата ви е 120 kg. Колко килограма ще тежите, ако застанете в точка А? А ако застанете в точка В?

- Б) С кратък ракетен импулс двигателите ви придават минималната необходима скорост, за да се откъснете завинаги от гравитацията на астероида – втора космическа скорост. Пресметнете тази скорост за точките А и В.

Гравитационна константа  $6.67 \times 10^{-11} \text{ m}^3/\text{kg}\cdot\text{sec}^2$

**Решение:**

Първо определяме масите на двете части на астероида –  $M_U$  и  $M_T$ . Означаваме с  $R_U$  и  $R_T$  техните радиуси и с  $\rho$  плътността им и пресмятаме:

$$M_U = \frac{4}{3} \pi R_U^3 \cdot \rho \approx 3.88 \times 10^{15} \text{ kg}$$

$$M_T = \frac{4}{3} \pi R_T^3 \cdot \rho \approx 1.50 \times 10^{15} \text{ kg}$$

Тъй като нямаме информация за околоосното въртене на астероида, ние няма да отчитаме това въртене при следващите пресмятания. Ако космонавтът застане в точка А на астероида, той ще е на разстояние  $R_T$  от центъра на кълбовидната

компонента Thule и на разстояние  $R_U + 2R_T$  от кълбовидната компонента Ultima. Тогава теглото му в ще бъде:

$$G_A = m \cdot \left[ \frac{\gamma M_T}{R_T^2} + \frac{\gamma M_U}{(R_U + 2R_T)^2} \right]$$

където  $m$  е масата на космонавта, а  $\gamma$  е гравитационната константа. Това тегло е изразено в нютони. За да намерим колко килограма ще тежи той на повърхността на астероида, трябва да разделим теглото на земното ускорение  $g$  :

$$m_A' = \frac{G_A}{g} \approx 0.030 \text{ kg} = 30 \text{ g}$$

Ако космонавтът е в точка В, то неговото тегло ще бъде:

$$G_B = m \cdot \left[ \frac{\gamma M_U}{R_U^2} + \frac{\gamma M_T}{(R_T + 2R_U)^2} \right]$$

$$m_B' = \frac{G_B}{g} \approx 0.035 \text{ kg} = 35 \text{ g}$$

За да намерим втора космическа скорост за точка А на астероида, ще използваме закона за запазване на енергията. Условието ще бъде космонавтът да има енергия равна на нула на безкрайно разстояние от астероида. Следователно ако му се придаде скорост  $v_A$  с ракетните двигатели на повърхността на астероида, неговата пълна механична енергия трябва да бъде:

$$E = \frac{mv_A^2}{2} - \frac{\gamma m M_T}{R_T} - \frac{\gamma m M_U}{R_U + 2R_T} = 0$$

Оттук намираме:

$$v_A = \sqrt{2\gamma \left( \frac{M_T}{R_T} + \frac{M_U}{R_U + 2R_T} \right)}$$

$$v_A \approx 7.1 \text{ m/s}$$

По аналогичен начин за втора космическа скорост в точка В получаваме:

$$v_B = \sqrt{2\gamma \left( \frac{M_U}{R_U} + \frac{M_T}{R_T + 2R_U} \right)}$$

$$v_B \approx 7.9 \text{ m/s}$$

Критерии за оценяване (общо 12 т.):

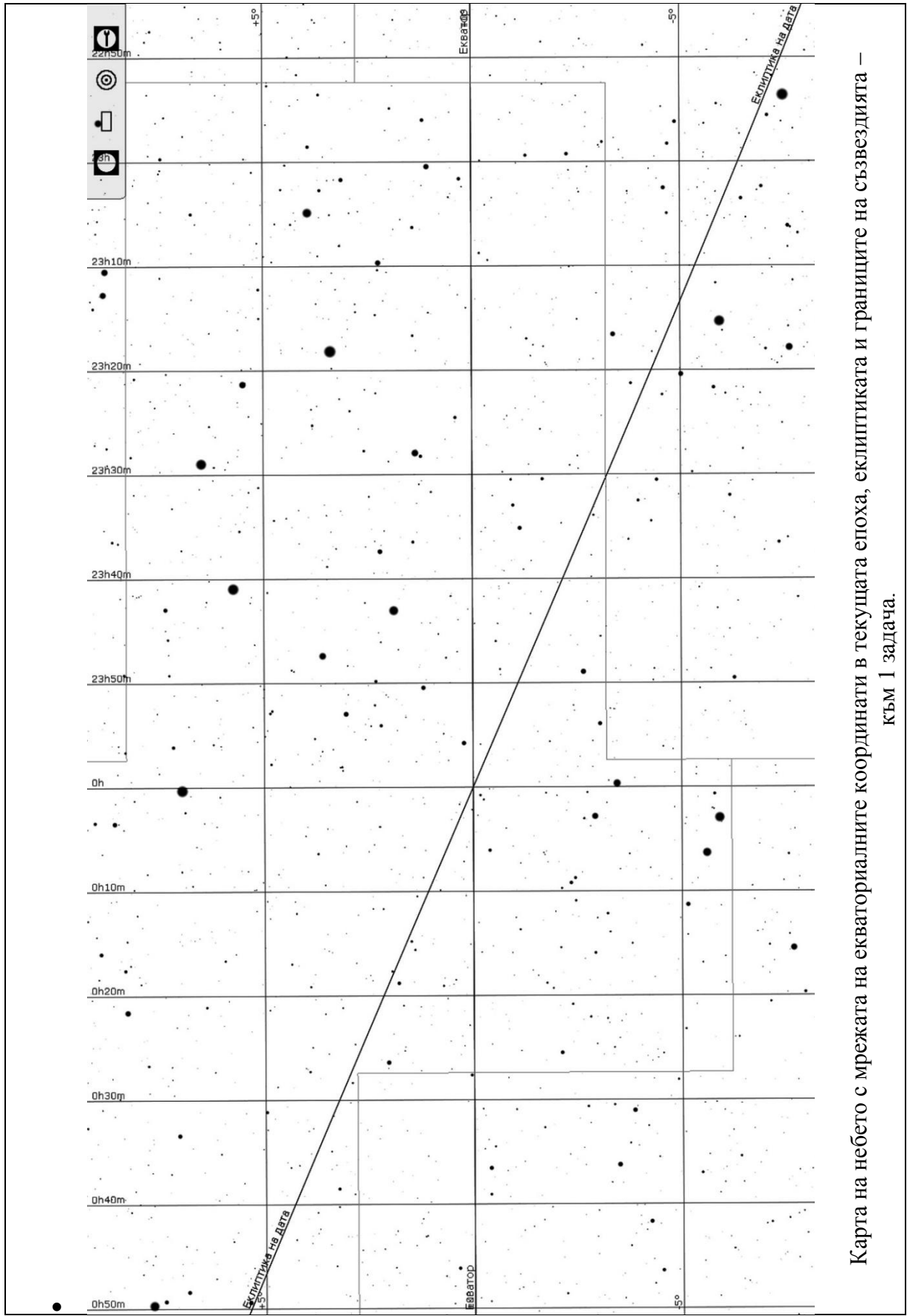
За правилен метод за определяне на теглото в точките А и В – 5 т.

За верни числени отговори –  $2 \times 0.5 \text{ т.} = 1 \text{ т.}$

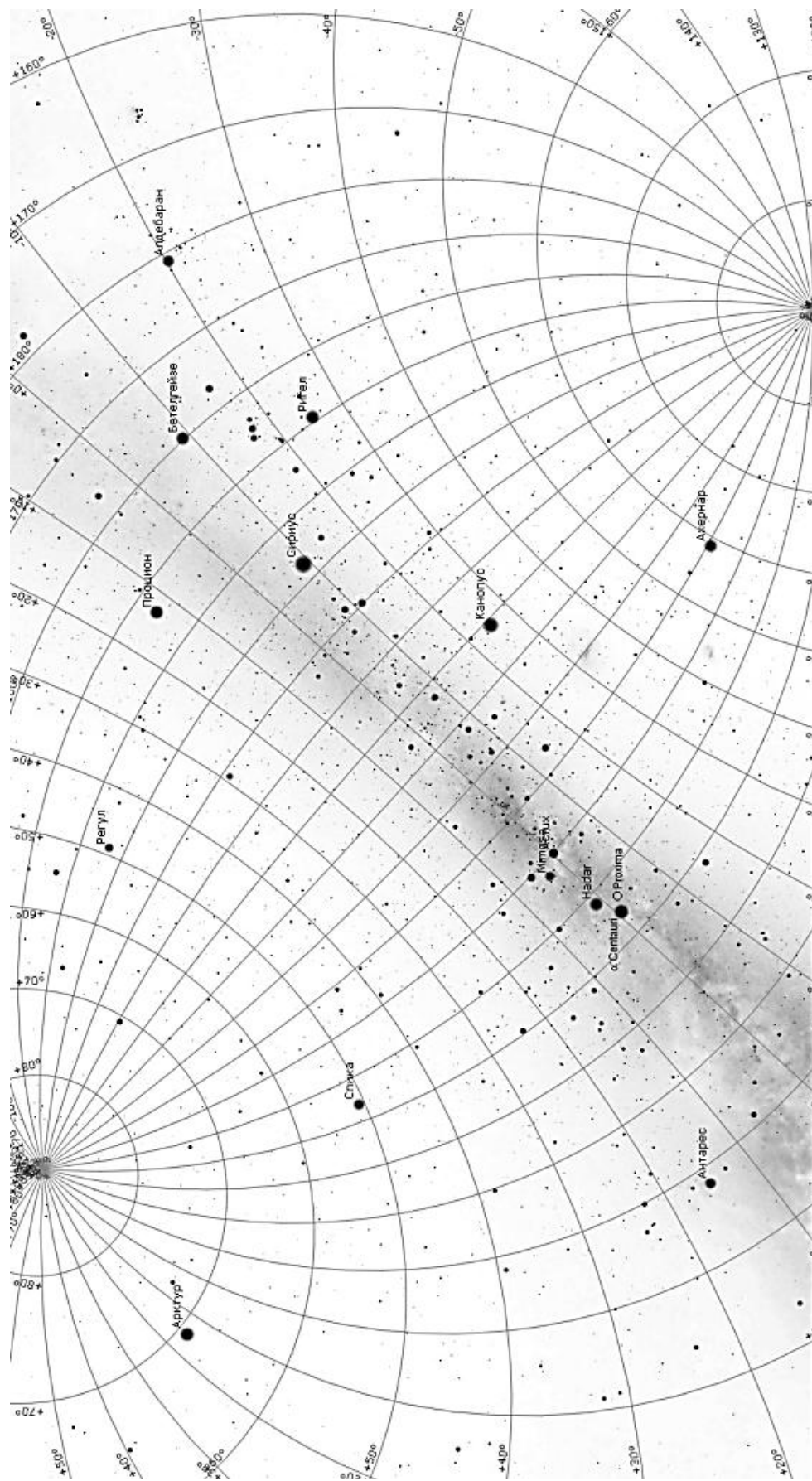
За правилен начин за определяне на втора космическа скорост – 5 т.

За верни числени отговори –  $2 \times 0.5 \text{ т.} = 1 \text{ т.}$





Карта на небето с мрежата на екваториалните координати в текущата епоха, еклиптиката и границите на съвездията – към 1 задача.



Карта на звездното небе в галактични координати – към 3 задача