МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА

НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО ФИЗИКА

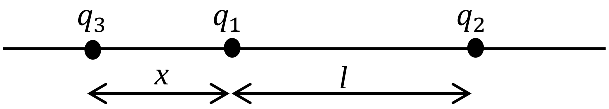
ОБЛАСТЕН КРЪГ, 18 февруари 2018 г.

Тема за 9. клас (*трета състезателна група*)

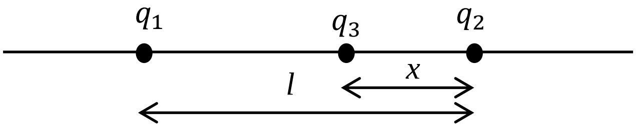
Примерни решения и критерии за оценяване

<u>Задача 1.</u> Равновесие на електрични заряди.

а) Нека заряд 1 е отляво, а заряд 2 е отдясно (виж първата фигура). Ако третият заряд, зареден положително, се постави отляво на q_1 на разстояние x от него, двете сили, които ще му действат, ще бъдат с противоположни посоки, но в никое положение не могат да станат равни по големина, защото навсякъде $|F_{31}| = k\frac{q_3 q_1}{x^2} > |F_{32}| = k\frac{q_3|q_2|}{(x+l)^2}$ (тъй като $q_1 > |q_2|$). **[0,3 т.]**

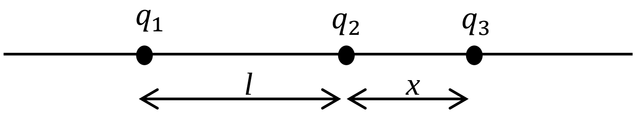


Ако третият заряд се постави между зарядите q_1 и q_2 (виж втората фигура), двете сили, които ще му действат, ще бъдат с еднакви посоки и също няма положение на равновесие. **[0,3 т.]**



Ако третият заряд се постави отдясно на q_2 (виж третата фигура) на такова разстояние x от него, където двете сили, които ще му действат, се уравновесяват, то $F_{31} = k\frac{q_3 q_1}{(x+l)^2} = |F_{32}| = k\frac{q_3|q_2|}{x^2}$, **[0,2т.]**

откъдето $\frac{l+x}{x} = \sqrt{\frac{q_1}{|q_2|}}$. **[0,2 т.]**



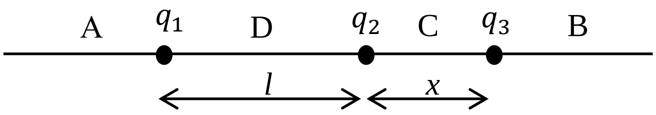
Така $x = l\frac{1}{\sqrt{\frac{q_1}{|q_2|}}-1}$ **[0,5 т.]** $= 6\text{ cm}\frac{1}{\sqrt{\frac{9}{1}}-1} = 3\text{ cm}$. **[0,5 т.]**

б) Ако отместим заряд 3 на разстояние y надясно от равновесното му положение, то резултантната сила, която ще му действа, е $F_3 = F'_{31} + F'_{32} = k\frac{q_3 q_1}{(x+l+y)^2} - k\frac{q_3|q_2|}{(x+y)^2} = k\frac{q_3 q_1}{(x+l)^2}\frac{1}{\left(1+\frac{y}{x+l}\right)^2} - k\frac{q_3|q_2|}{x^2}\frac{1}{\left(1+\frac{y}{x}\right)^2} = F_{31}\frac{1}{\left(1+\frac{y}{x+l}\right)^2} - |F_{32}|\frac{1}{\left(1+\frac{y}{x}\right)^2} = F_{31}\left(\frac{1}{\left(1+\frac{y}{x+l}\right)^2} - \frac{1}{\left(1+\frac{y}{x}\right)^2}\right) > 0$. **[1 т.]** Следователно резултантната сила ще е надясно. Тя ще отдалечава заряда от равновесното му положение и то е неустойчиво. **[1 т.]**

в) За да бъде заряд 2 в равновесие, двете сили, които му действат, трябва да се уравновесяват: $|F_{21}| = |F_{23}|$, $k\frac{q_1|q_2|}{l^2} = k\frac{q_3|q_2|}{x^2}$, **[0,5 т.]** откъдето $q_3 = q_1\left(\frac{x}{l}\right)^2$ **[0,5 т.]** $= q_1\frac{1}{\left(\sqrt{\frac{q_1}{|q_2|}}-1\right)^2}$ **[0,5 т.]** $= 9\ \mu\text{C}\frac{1}{\left(\sqrt{\frac{9}{1}}-1\right)^2} = 2{,}25\ \mu\text{C}$. **[0,5 т.]**

г) От условието за равновесие на третия заряд, $F_{31} = -F_{32}$. **[0,4 т.]** От условието за равновесие на втория заряд, $-F_{21} = F_{23}$. **[0,4 т.]** От третия закон на Нютон, приложен за всяка двойка заряди, $F_{12} = -F_{21}$, $F_{13} = -F_{31}$, $F_{23} = -F_{32}$. **[0,6 т.]** Използвайки тези равенства, резултантната сила, действаща на първия заряд, е $F_1 = F_{12} + F_{13} = -F_{21} - F_{31} = F_{23} + F_{32} = 0$. Следователно и заряд 1 ще бъде в равновесие. **[0,6 т.]**

д) Нека да разгледаме четирите възможни интервали (зони A, B, C и D), където заряд 4 може да е в равновесие. В зона A резултантната сила, действаща на заряд 4 (ако той се намира на разстояние z от заряд 1), е $F_4 = F_{41} + F_{42} + F_{43} < F_{41} + F_{42} = -k\frac{q_4 q_1}{z^2} + k\frac{q_4|q_2|}{(z+l)^2} < 0$, тъй като $q_1 > |q_2|$. Следователно резултантната сила ще е насочена винаги наляво (заряд 4 ще се отблъсква от останалите 3 заряди). **[0,5 т.]** В зона B по същите причини резултантната сила ще е насочена винаги надясно. Наистина, нека заряд 4 се намира на разстояние z от заряд 3. Тогава равнодействащата му сила $F_4 = F_{41}+F_{42}+F_{43} > F_{42} + F_{43} = -k\frac{q_4|q_2|}{(z+x)^2} + k\frac{q_4 q_3}{z^2} > 0$, тъй като $q_3 > |q_2|$. **[0,5 т.]** За зона C (ако заряд 4 се намира на разстояние z от заряд 3) $F_4 = F_{41}+F_{42}+F_{43} < F_{41} + F_{42} = k\frac{q_4 q_1}{(x+l-z)^2} - k\frac{q_4|q_2|}{(x-z)^2} = k\frac{q_4 q_1}{(x+l)^2}\frac{1}{\left(1-\frac{z}{x+l}\right)^2} - k\frac{q_4|q_2|}{x^2}\frac{1}{\left(1-\frac{z}{x}\right)^2} = k\frac{q_4}{q_3}\left[\frac{q_3 q_1}{(x+l)^2}\frac{1}{\left(1-\frac{z}{x+l}\right)^2} - \frac{q_3|q_2|}{x^2}\frac{1}{\left(1-\frac{z}{x}\right)^2}\right] = k\frac{q_4}{q_3}\left[F_{31}\frac{1}{\left(1-\frac{z}{x+l}\right)^2} - |F_{32}|\frac{1}{\left(1-\frac{z}{x}\right)^2}\right] = k\frac{q_4}{q_3}F_{31}\left(\frac{1}{\left(1-\frac{z}{x+l}\right)^2} - \frac{1}{\left(1-\frac{z}{x}\right)^2}\right) < 0$.



Следователно в зона C резултантната сила ще е насочена винаги наляво. **[0,5 т.]** За зона D (ако заряд 4 се намира на разстояние z от заряд 2) $F_4 = F_{41}+F_{42}+F_{43} > F_{41} + F_{43} = k\frac{q_1 q_4}{(l-z)^2} - k\frac{q_4 q_3}{(x+z)^2} = kq_4\left[\frac{q_1}{(l-z)^2} - \frac{q_3}{(x+z)^2}\right]$. Използвайки получените резултати в подусловия а) и в), $F_4 = kq_4\left[\frac{9\mu\text{C}}{(6\text{cm}-z)^2} - \frac{\frac{9}{4}\mu\text{C}}{(3\text{cm}+z)^2}\right] = kq_4\left[\frac{9\mu\text{C}}{(6\text{cm}-z)^2} - \frac{9\mu\text{C}}{(6\text{cm}+2z)^2}\right] > 0$. Следователно в зона D резултантната сила ще е насочена винаги надясно. **[0,5 т.]** Така, оказва се, че никъде не съществува положение, в което четвъртият положително зареден заряд да бъде в равновесие.

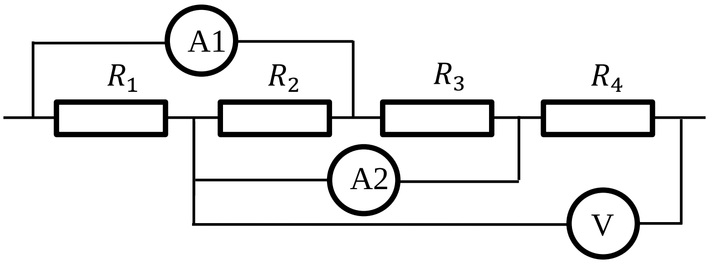
<u>Задача 2.</u> Разреждане на кондензатори.

а) След първоначалното зареждане на кондензаторите до напрежение $\mathcal{E}$, зарядът на първия кондензатор е $q_1 = C_1\mathcal{E}$, а на втория е $q_2 = C_2\mathcal{E}$. След тяхното разкачане и свързване на положително заредената плоча на единия към отрицателно заредената плоча на другия, общият заряд $q_1 - q_2$ ще се разпредели така: $q_1' = C_1 U'$, $q_2' = C_2 U'$, като $q_1 - q_2 = q_1' + q_2'$. **[1 т.]** Следователно $(C_1 - C_2)\mathcal{E} = (C_1 + C_2)U'$. **[0,5 т.]** Същата връзка между началното и крайно напрежение ще бъде изпълнена и след второто разреждане (презареждане за C_2): $(C_1 - C_2)U' = (C_1 + C_2)U''$. **[0,5 т.]** Разделяйки последните две уравнения, се получава $\frac{\mathcal{E}}{U'} = \frac{U'}{U''}$, **[1 т.]** откъдето $\mathcal{E} = \frac{U'^2}{U''} = \frac{(3\text{V})^2}{1\text{V}} = 9$ V. **[1 т.]**

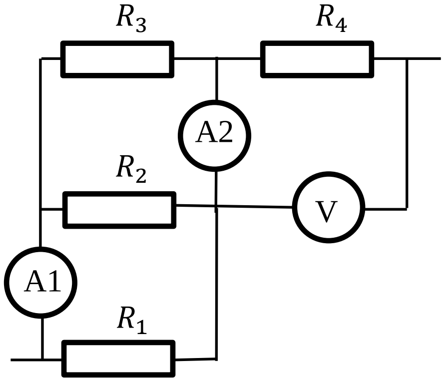
б) При първото разреждане на първия кондензатор, зарядът му намалява от q_1 до q_1', а напрежението на плочите му – от $\mathcal{E}$ до U'. Следователно $Q = q_1 - q_1' = C_1(\mathcal{E} - U')$, **[1 т.]** откъдето $C_1 = \frac{Q}{\mathcal{E}-U'}$ **[0,5 т.]** $= \frac{Q}{\frac{U'^2}{U''} - U'} = \frac{QU''}{U'(U'-U'')} = \frac{12\mu\text{C}.1\text{V}}{3\text{V}(3\text{V}-1V)}$ **[0,5 т.]** = 2 μF. **[1 т.]**

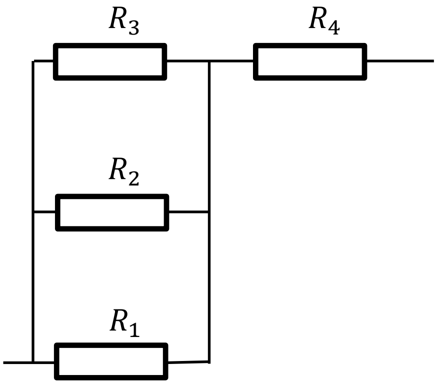
При първото разреждане (презареждане) на втория кондензатор, зарядът му се променя от q_2 до $-q_2'$, а напрежението на плочите му – от $\mathcal{E}$ до $-U'$. Следователно $Q = q_2 + q_2' = C_2(\mathcal{E} + U')$, **[1 т.]** откъдето $C_2 = \frac{Q}{\mathcal{E}+U'}$ **[0,5 т.]** $= \frac{Q}{\frac{U'^2}{U''}+U'} = \frac{QU''}{U'(U'+U'')} = \frac{12\mu\text{C}.1\text{V}}{3\text{V}(3\text{V}+1V)}$ **[0,5 т.]** = 1 μF. **[1 т.]**

<u>Задача 3.</u> Електрическа схема с идеални волтметри и амперметри.



Горната схема може да се пренарисува по следния начин (по-долу, фигурата вляво):





Използвайки факта, че амперметрите са идеални, то тяхното съпротивление е нула, съответно напрежението върху тях е нула и те могат да се заменят с проводници. Идеалният волтметър пък има безкрайно голямо съпротивление и може да се премахне от веригата. Тогава се получава максимално опростената схема, дадена вдясно. Общото съпротивление на групата от 3 резистора (от R_1 до R_3) се намира от формулата $\frac{1}{R_{1-3}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$ и е $R_{1-3} = 0{,}5$ kΩ. Следователно общото съпротивление на цялата верига е $R = 2{,}5$ kΩ и токът, който тя ще консумира от източника на напрежение, е $I = U/R$ = 10V/2,5kΩ = 4 mA. Тогава през успоредно свързаните резистори R_2 и R_3 с едно и също съпротивление ще тече един и същ ток $I_2 = I_3$, а през резистора R_1, който има два пъти по-малко съпротивление, ще тече два пъти по-голям ток $I_1 = 2I_2$. Тъй като $I_1 + I_2 + I_3 = 4$ mA, то $I_1 = 2$ mA, а $I_2 = I_3 = 1$ mA. **[2,5 т.]** Амперметърът A1 мери сумарния ток, който тече през R_2 и R_3, следователно показанието на A1 ще бъде 2 mA. **[2,5 т.]** Амперметърът A2 мери сумарния ток, който тече през R_1 и R_2, и неговото показание ще бъде 3 mA. **[2,5 т.]** Волтметърът V мери напрежението върху резистора R_4. То е равно на IR_4 = 4mA.2kΩ = 8 V. **[2,5 т.]**

Внимание! (важи за решенията на всички задачи)
За всякакви алтернативни решения, обяснени ясно и получаващи същите резултати, да се присъжда пълния брой точки, посочени за съответното подусловие.