МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА

НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО ФИЗИКА

ОБЛАСТЕН КРЪГ, 18.02.2018 г.

Тема 10-12.клас (*Четвърта състезателна група*)

Примерни решения и критерии за оценяване

Общи указания

1. Минималната стъпка за оценяване е 0,25 точки.
2. Половината от броя точки за крайните отговори се дават за получен аналитичен израз, а другата половина – за правилно пресметнатата стойност и посочена единица.
3. Численият отговор се приема за правилен, ако се отклонява от дадения в решението с не-повече от 5%.
4. Допускат се и алтернативни решения, ако са физически коректни и обосновани. В този случай критериите за оценяване се уточняват от областната комисия, като се спазва максимално възможният брой точки за даденото подусловие и за дадената задача.

Задача 1. Вертикално трептене

а) Периодът на пружинното махало е:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 0{,}314\ \text{s}.$$ **(1 точка)**

Честотата на трептене е съответно:

$$\nu = \frac{1}{T} \approx 3{,}18\ \text{Hz}.$$ **(1 точка)**

б) Амплитудата на трептене е равна на разстоянието между крайното горно, т.е. началното, положение на теглилката и равновесното ѝ положение. (словесно обяснение или чертеж – **0,5 точки)** В равновесното положение силата на тежестта върху теглилката се уравновесява със силата на еластичност на пружината:

$$mg = k\Delta l.$$ **(0,5 точки)**

Понеже в началото пружината не е разтегната, големината Δl на деформацията ѝ в равновесно положение е равна на амплитудата на трептене:

$$\Delta l = A.$$ **(0,5 точки)**

Следователно:

$$A = \frac{mg}{k} = 0{,}025\ \text{m}\ (2{,}5\ \text{cm}).$$ **(0,5 точки)**

в) Пружината е максимално разтегнато в крайното долно положение на махалото. Крайното долно и крайното горно положение на махалото са разположени симетрично спрямо равновесното му положение. (словесно обяснение или чертеж – **0,5 точки)** Следователно максималното разтягане на пружината е:

$$\Delta l_{\max} = 2A = 0{,}05\ \mathrm{m}\ (5\ \mathrm{cm}). \qquad \textbf{(1 точка)}$$

В крайното долно положение на махалото действат сила на еластичност, насочена нагоре и сила на тежестта, насочена надолу. От II принцип на механиката следва:

$$ma = k\Delta l_{\max} - mg. \qquad \textbf{(1 точка)}$$

Като използваме, че $\Delta l_{\max} = 2A = 2mg/k$, намираме:

$$a = g = 10\ \mathrm{m/s^2}. \qquad \textbf{(0,5 точки)}$$

г) След като теглилката бъде пусната, тя се ускорява, докато силата на тежесктта е по-голяма от силата на еластичност. Следователно теглилката достига максимална скорост, когато минава през равновесното си положение. **(0,5 точки)**. Времето за движение от крайно горно до равновесно положение е:

$$t = \frac{T}{4} = 0{,}0785\ \mathrm{s}. \qquad \textbf{(0,5 точки)}$$

От закона за запазване на механичната енергия следва:

$$E_{\mathrm{p1}} = E_{\mathrm{p2}} + \frac{mv_{\max}^2}{2}, \qquad \textbf{(0,25 точки)}$$

където E_{p1} е потенциалната енергия на системата в крайно горно положение, а E_{p2} – потенциалната енергия в равновесното положение. Ако приемем равновесното положение на теглилката за нулева височина, в крайно горно положение тя има гравитационна потенциална енергия:

$$E_{\mathrm{p1}} = mgA = \frac{(mg)^2}{k}. \qquad \textbf{(0,5 точки)}$$

Когато теглилката минава през равновесно положение, тя има нулева гравитационна потенциална енергия, но тогава пружината е разтегната и има еластична потенциална енергия:

$$E_{\mathrm{p2}} = \frac{kA^2}{2} = \frac{(mg)^2}{2k}. \qquad \textbf{(0,5 точки)}$$

Следователно:

$$\frac{(mg)^2}{k} = \frac{(mg)^2}{2k} + \frac{mv_{\max}^2}{2}, \qquad \textbf{(0,25 точки)}$$

откъдето получаваме:

$$v_{\max} = \mathrm{g}\sqrt{\frac{m}{k}} = 0{,}5\ \mathrm{m/s}. \qquad \textbf{(0,5 точки)}$$

Задача 2. Стопяем предпазител

а) От правата пропорционалност между специфичното съпротивление и абсолютната температура, следва, че специфичното съпротивление $\rho_{\text{т}}$ на медта при температурата на топене удоволетворява равенството:

$$\frac{\rho_{\text{т}}}{T_{\text{т}}} = \frac{\rho_0}{T_0}$$ **(0,5 точки)**

където:

$$T_{\text{т}} = t_{\text{т}} + 273 = 1358 \text{ K}$$ **(0,5 точки)**

$$T_0 = t_0 + 273 = 293 \text{ K}$$ **(0,5 точки)**

Следователно:

$$\rho_{\text{т}} = \rho_0 \frac{T_{\text{т}}}{T_0} \approx 7{,}79.10^{-8} \Omega.\text{m}$$ **(0,5 точки)**

Съответно съпротивлението на жичката при тази температура е:

$$R = \frac{\rho_{\text{т}} \ell}{S} = \frac{4\rho_{\text{т}} \ell}{\pi d^2} \approx 4{,}96\ \Omega$$ **(1 точка)**

б) Обемът, който заема газът в балона не се променя, т.е. процесът на загряване на газа е изохорен. **(0,5 точки за словесно обяснение)**

От закона за изохорния процес имаме:

$$\frac{p_{\text{A}}}{T_{\text{т}}} = \frac{p_0}{T_0}$$ **(1 точка)**

Оттук намираме*:*

$$p_0 = p_{\text{A}} \frac{T_0}{T_{\text{т}}} \approx 2{,}18.10^4 \text{Pa}$$ **(1 точка)**

в) От закона за запазване на енергията следва, че мощността P на електричния ток през жичката е равна на количеството топлина, което жичката излъчва за единица време. От закона на Стефан-Болцман следва:

$$P = \sigma T_{\text{т}}^4 S_{\text{ок}}$$ **(0,5 точки)**

където $S_{\text{ок}} = \pi d \ell$ **(0,5 точки)**

е площта на околната повърхност на жичката. От закона на Джаул-Ленц следва:

$$P = I_{\max}^2 R$$ **(0,5 точки)**

Така намираме:

$$I_{\max} = T_{\text{т}}^2 \sqrt{\frac{\sigma \pi d \ell}{R}} \approx 0{,}221 \text{ A (221 mA)}$$ **(1 точка)**

г) Като вземем предвид, че $R = 4\rho_{\text{т}}\ell/\pi d^2$, получаваме, че максималният ток не зависи от дължината на проводника **(0,5 точки)** и е пропорционален на $\sqrt{d^3}$ **(0,5 точки)**. Следователно:

- максималният ток за проводник с друга дължина, но със същия диаметър, е 221 mA; **(0,5 точки)**

- максималният ток за проводник с два пъти по-голям диаметър е: $221.\sqrt{2^3} \approx 625$ mA. **(0,5 точки)**

Задача 3. Лазерна ролетка

а) От момента на излъчване до момента на приемане светлинният сигнал изминава разстояние:

$$s = 2\ell. \qquad \textbf{(1 точка)}$$

Понеже приемаме, че показателят на пречупване на въздуха е единица, следва, че скоростта на светлината във въздуха е $u = c$. **(0,5 точки)**

Съответно времето за движение на сигнала е:

$$t = \frac{2\ell}{c}. \qquad \textbf{(0,5 точки)}$$

Така получаваме: $\ell = ct/2$, откъдето окончателно намираме:

$$k = \frac{c}{2} = 1{,}5.10^8 \text{ m/s}. \qquad \textbf{(1 точка)}$$

б) Във водата светлината се движи със скорост:

$$u = \frac{c}{n}. \qquad \textbf{(1 точка)}$$

Светлинният сигнал изминава разстояние:

$$s = 2d \qquad \textbf{(0,5 точки)}$$

и се движи време:

$$t = \frac{2d}{u} = \frac{2dn}{c}. \qquad \textbf{(0,5 точки)}$$

Ролетката обаче отчита разстояние до обекта:

$$\ell = kt = dn. \qquad \textbf{(0,5 точки)}$$

Следователно действителното разстояние до обекта е:

$$d = \frac{\ell}{n} = 9 \text{ m}. \qquad \textbf{(0,5 точки)}$$

в) Ъгълът θ_0 е граничният ъгъл за пълно вътрешно отражение между водата и въздуха. При падане под граничен ъгъл, пречупеният лъч сключва ъгъл 90 градуса с вертикалата. От закона на Снелиус:

$$n \sin \theta_0 = 1.\sin 90° \qquad \textbf{(0,5 точки)}$$

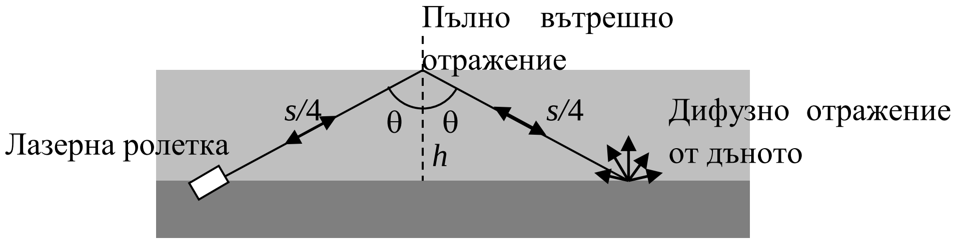
следва

$$\sin \theta_0 = \frac{1}{n} = 0{,}75 \text{ (или } \theta_0 \approx 49°). \qquad \textbf{(0,5 точки)}$$

При $\theta \geq \theta_0$ лъчът от ролетката търпи пълно вътрешно отражение от повърхността на водата, след което се отразява дифузно от дъното, и част от отразената светлина се връща в ролетката по същия път. **(0,5 точки за словесно обяснение)**

Ходът на лъча е даден на чертежа:

(0,5 точки за чертеж, на който е нарисуван пълният ход на лъча)



От чертежа следва, че светлината изминава общ път:

$$s = \frac{4h}{\cos\theta}$$ **(0,5 точки)**

за време:

$$t = \frac{s}{u} = \frac{4hn}{c\cos\theta}.$$ **(0,5 точки)**

Ролетката съответно отчита разстояние:

$$\ell = kt = \frac{2hn}{\cos\theta}.$$ **(0,5 точки)**

Следователно дълбочината на водоема е:

$$h = \frac{\ell\cos\theta}{2n} = \frac{\ell}{4n} = 6\text{ m}.$$ **(0,5 точки)**