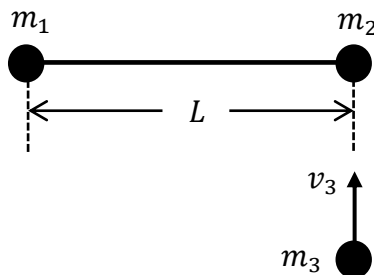


**МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА**  
**НАЦИОНАЛНО ПРОЛЕТНО СЪСТЕЗАНИЕ ПО ФИЗИКА**  
**10 - 12 март 2017 г., Вършец**  
**Решения на задачите от темата за 11.-12. клас**

**Задача 1. Движение на топчета след удар.**



а) От закона за запазване на импулса следва, че  $m_3 v_3 = m_3 u_3 + m_2 u_2$  (1.1). [0,5 т.] Тъй като ударът е абсолютно еластичен, в сила е и законът за запазване на механичната енергия:  $\frac{m_3 v_3^2}{2} = \frac{m_3 u_3^2}{2} + \frac{m_2 u_2^2}{2}$  (1.2). [0,5 т.] Решавайки съвместно (1.1) и (1.2), се получава  $u_3 = \frac{1-m_2}{1+\frac{m_2}{m_3}} v_3$ , (1.3) [1 т.]  $u_2 = \frac{2}{1+\frac{m_2}{m_3}} v_3$ . (1.4) [1 т.]

б) Положението (координатата) на центъра на масата на система от две материални точки се дава с формулата

$x_C = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2}{m_1 + m_2}$ . (1.5) [0,2 т.] Ако центърът на координатната система се избере в точка 1, тогава (1.5) се трансформира в  $r_1 = \frac{m_1 \cdot 0 + m_2 L}{m_1 + m_2} = \frac{L}{1 + \frac{m_2}{m_1}}$ . (1.6) [0,4 т.] Съответно

$$r_2 = L - r_1 = \frac{L}{1 + \frac{m_2}{m_1}}. \quad (1.7) \quad [0,4 \text{ т.}]$$

в) Скоростта  $u_C$  на центъра  $C$  на масата на системата от топчета 1 и 2 се намира по формулата  $\vec{u}_C(t) = \frac{m_1 \vec{u}_1(t) + m_2 \vec{u}_2(t)}{m_1 + m_2}$ . [0,3 т.] Тъй като след удара системата от топчета 1 и 2 не взаимодейства с външни тела,  $\vec{u}_C$  е постоянна. [0,2 т.] Веднага след удара  $u_C = \frac{m_1 \cdot 0 + m_2 u_2}{m_1 + m_2} = \frac{u_2}{1 + \frac{m_1}{m_2}} = \frac{1}{1 + \frac{m_1}{m_2}} \frac{2}{1 + \frac{m_2}{m_3}} v_3$ . (1.8) [0,5 т.]

г) Ъгловата скорост  $\omega$ , с която системата от топчета 1 и 2 се върти около центъра на масата си  $C$ , е  $\omega = \frac{u'_2}{r_2}$ , където  $u'_2$  е относителната скорост на топчето 2 спрямо центъра на масата  $C$ . [0,5 т.] Следователно  $\omega = \frac{u_2 - u_C}{r_2} = \frac{u_2}{L} = \frac{2v_3}{L(1 + \frac{m_2}{m_3})}$ . [0,5 т.]

д) Силата  $T$  на опъване на нишката, свързваща въртящите се топчета 1 и 2, е центростремителна сила и осигурява движението по окръжност на топчетата 1 и 2 около центъра на масата им  $C$ . [0,3 т.]

величина	стойност	мерна единица
$u_2$	2 [0,3 т.]	m/s [0,1 т.]
$u_3$	-1 [0,3 т.]	m/s [0,1 т.]
$r_1$	1/3 [0,3 т.]	m [0,1 т.]
$r_2$	2/3 [0,3 т.]	m [0,1 т.]
$u_C$	2/3 [0,3 т.]	m/s [0,1 т.]
$\omega$	2 [0,4 т.]	rad/s [0,1 т.]
$T$	8/3 [0,4 т.]	N [0,1 т.]

Следователно  $T = m_2 \omega^2 r_2 = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} \frac{u_2^2}{L} =$

$$\frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} \frac{\left(\frac{2}{1 + \frac{m_2}{m_3}} v_3\right)^2}{L} = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} \frac{4v_3^2}{\left(1 + \frac{m_2}{m_3}\right)^2 L}. \quad [0,7 \text{ т.}]$$

е) Изчислените стойности на търсените величини, ако  $m_1 = 2 \text{ kg}$ ,  $m_2 = 1 \text{ kg}$ ,  $m_3 = 0,5 \text{ kg}$ ,  $v_3 = 3 \text{ m/s}$ ,  $L = 1 \text{ m}$ , са дадени в таблицата.

**Задача 2. Атомни спектри на водород и He<sup>+</sup>**

а) При движението по окръжност на електрона му действа центростремителна сила, която е Кулоновата сила на привличане  $\frac{m_e v^2}{r} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Ze^2}{r^2}$ , [1 т.] откъдето  $v = \sqrt{\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Ze^2}{m_e r}}$ . (2.1) [1 т.]

б) От условието за квантуване  $m_e v_n r_n = n\hbar$  и използвайки (2.1), се получава  $m_e v_n r_n = n \frac{h}{2\pi}$ ,  $m_e \sqrt{\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Ze^2}{m_e r_n}} r_n = n \frac{h}{2\pi}$ ,  $r_n = \frac{\epsilon_0 \hbar^2 n^2}{\pi m_e Z e^2}$ . [1 т.] (2.2)

в) Пълната енергия (кинетичната + потенциалната) на електрона при движението му по  $n$ -тата орбита (с радиус  $r_n$ ) е  $E_n = E_{\text{кин}} + E_{\text{пот}} = \frac{m_e v_n^2}{2} - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Ze^2}{r_n} = [1 \text{ т.}] \frac{m_e \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Ze^2}{m_e r_n}}{2} - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Ze^2}{r_n} = -\frac{1}{2} \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Ze^2}{r_n} = -\frac{1}{2} \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Ze^2}{\frac{\epsilon_0 \hbar^2 n^2}{\pi m_e Z e^2}} = -\frac{m_e}{8} \left(\frac{Ze^2}{\epsilon_0 \hbar}\right)^2 \frac{1}{n^2}$ . [1 т.] (2.3)

г) От формулата на Ридберг следва  $\frac{1}{\lambda_{i \rightarrow j}} = R \left(\frac{1}{j^2} - \frac{1}{i^2}\right) = \frac{E_i - E_j}{hc}$ . [0,5 т.] Използвайки (2.3)

$$R \left(\frac{1}{j^2} - \frac{1}{i^2}\right) = \frac{E_i - E_j}{hc} = -\frac{m_e}{8hc} \left(\frac{Ze^2}{\epsilon_0 \hbar}\right)^2 \left(\frac{1}{i^2} - \frac{1}{j^2}\right), \text{ откъдето при } Z = 1, R = \frac{m_e}{8hc} \left(\frac{e^2}{\epsilon_0 \hbar}\right)^2. [1,5 \text{ т.}]$$

Водород			He <sup>+</sup>		
$i$	$j$	$\lambda_{i \rightarrow j}$ , nm	$i$	$j$	$\lambda_{i \rightarrow j}$ , nm
3	2	656	6	4	656
4	2	486	8	4	486
5	2	434	10	4	434
6	2	410	12	4	410

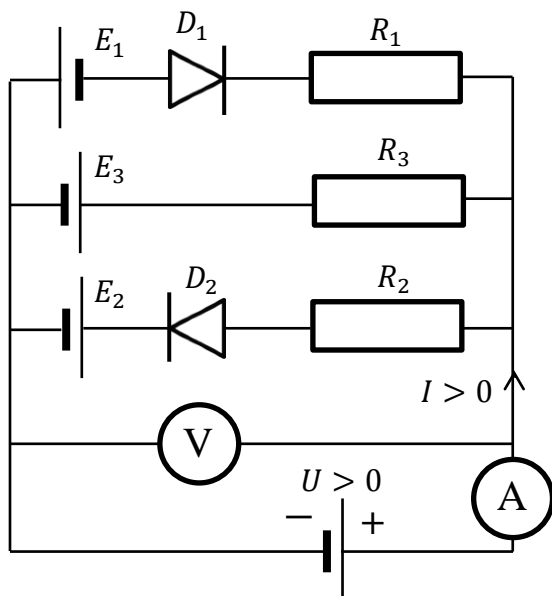
д) Дължината на вълната на линиите от Балмеровата серия на водорода във видимата област се изчисляват по формулата  $\frac{1}{\lambda_{i \rightarrow j}} = R \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{j^2}\right)$  и са представени в таблицата.

[0,8 т.] (по [0,2 т.] за всяка вярно изчислена стойност) Тъй като за He<sup>+</sup>  $Z = 2$ , то формулата на Балмер ще се модифицира до  $\frac{1}{\lambda_{i \rightarrow j}} = 4R \left(\frac{1}{j^2} - \frac{1}{i^2}\right)$  [0,3 т.] или  $\frac{1}{\lambda_{i \rightarrow j}} =$

$$R \left(\frac{1}{\left(\frac{j}{2}\right)^2} - \frac{1}{\left(\frac{i}{2}\right)^2}\right). [0,4 \text{ т.}] \text{ Следователно преходи между нива}$$

с два пъти по-големи числа в He<sup>+</sup> ще имат същата дължина на вълната като съответните във водорода. [0,3 т.] Това са преходите 6→4, [0,3 т.] 8→4, [0,3 т.] 10→4 [0,3 т.] и 12→4. [0,3 т.]

### Задача 3. Електрическа схема с диоди и батерии.



а) първи случай (участък CD) – напрежението  $U$  е достатъчно голямо ( $U > E_2$ ). Тогава диодът  $D_1$  е запушен,  $D_2$  е отпушен и токове текат само през  $R_2$  и  $R_3$  – съответно  $I_2$  и  $I_3$ . [0,5 т.] От схемата се вижда, че  $U = E_2 + R_2 I_2$  и  $U = E_3 + R_3 I_3$ . [0,5 т.] Токът през амперметъра е  $I = I_2 + I_3 =$

$$\left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}\right) U - \left(\frac{E_2}{R_2} + \frac{E_3}{R_3}\right). [0,5 \text{ т.}] (3.1)$$

втори случай (участък BC) – напрежението  $U$  има стойности  $U < E_2$  и  $|U| < E_1$ . Тогава и двата диода са запушени и ток тече само през  $R_3$  – съответно  $I_3$ . [0,5 т.] От схемата се вижда, че  $U = E_3 + R_3 I_3$ . [0,5 т.] Токът през амперметъра е  $I = I_3 = \frac{1}{R_3} U - \frac{E_3}{R_3}$ . [0,5 т.]

$$(3.2)$$

трети случай (участък AB) – напрежението  $U$  е достатъчно голямо и отрицателно ( $|U| > E_1$ ). Тогава диодът  $D_1$  е отпушен,  $D_2$  е запушен и токове текат само през  $R_1$  и  $R_3$  – съответно  $I_1$  и  $I_3$ . [0,5 т.] От схемата се вижда, че  $U = -E_1 + R_1 I_1$  и  $U = E_3 + R_3 I_3$ . [0,5 т.] Токът през амперметъра е

$$I = I_1 + I_3 = \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_3}\right) U + \frac{E_1}{R_1} - \frac{E_3}{R_3}. [0,5 \text{ т.}] (3.3)$$

б) Тъй като в точките В и С волт-амперната характеристика си сменя наклона, това означава че в тези точки някой диод си сменя състоянието (отпушва се или се запушва). Тъй като при големи положителни напрежения диодът  $D_1$  е запушен, а  $D_2$  е отпушен, следва че в точка С диодът  $D_2$  също се запушва. Това се случва когато външното напрежение  $U$  се изравни с  $E_2$ . Следователно  $E_2 = 5 \text{ V}$ . **[0,5 т.]** С аналогични разсъждения се стига до извода, че в точка В диодът  $D_1$  си сменя състоянието. Тогава големината на външното напрежение  $|U|$  (самото то е отрицателно) се изравнява с  $E_1$  и съответно  $E_1 = 1,5 \text{ V}$ . **[0,5 т.]** В точка Е и двата диода са запушени и токът през амперметъра става нула, защото външното напрежение  $U$  се изравнява с  $E_3$ . Следователно  $E_3 = 3 \text{ V}$ . **[0,5 т.]** От наклона на участъка ВС може да се изчисли  $R_3$ . От (3.2) следва, че  $R_3 = \frac{\Delta U}{\Delta I} = \frac{5\text{V} - (-1,5\text{V})}{0,04\text{A} - (-0,09\text{A})} = 50 \Omega$ . **[1 т.]** От наклона на участъка CD може да се изчисли  $R_2$ . От (3.1) следва, че  $\frac{1}{R_2} = \frac{\Delta I}{\Delta U} - \frac{1}{R_3} = \frac{0,39\text{A} - 0,04\text{A}}{10\text{V} - 5\text{V}} - \frac{1}{50\Omega} = \frac{7}{100\Omega} - \frac{1}{50\Omega}$ , откъдето  $R_2 = 20 \Omega$ . **[1 т.]** От наклона на участъка АВ може да се изчисли  $R_1$ . От (3.3) следва, че  $\frac{1}{R_1} = \frac{\Delta I}{\Delta U} - \frac{1}{R_3} = \frac{-0,09\text{A} - (-0,51\text{A})}{-1,5\text{V} - (-5\text{V})} - \frac{1}{50\Omega} = \frac{12}{100\Omega} - \frac{1}{50\Omega}$ , откъдето  $R_1 = 10 \Omega$ . **[1 т.]**

в) Ако схемата не се захранва от външно напрежение  $U$ , ток не тече през никой от резисторите  $R_1$ ,  $R_2$  и  $R_3$ , защото и двата диода са запушени. **[0,5 т.]** Волтметърът обаче ще измери напрежение  $3\text{V}$  (напрежението  $E_3$ ). **[0,5 т.]**