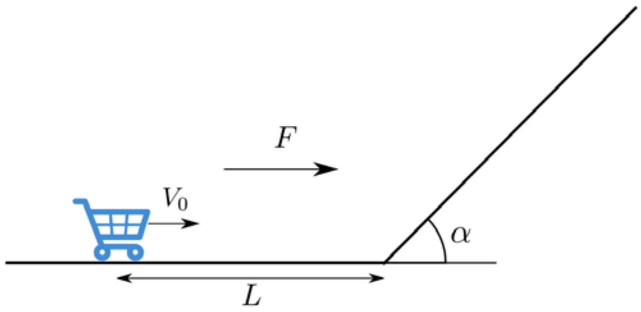
МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА

НАЦИОНАЛНО ЕСЕННО СЪСТЕЗАНИЕ ПО ФИЗИКА

25-27 ноември 2016 година

ТЕМА за възрастова група 11-12. клас

Задача 1. Механика



Фиг. 1

Количка с маса m е поставена върху повърхност, както е показано на фиг. 1. Повърхността се състои от хоризонтална и наклонена под ъгъл $\alpha = 45^0$ равнини. Духа вятър, който действа на количката с *постоянна* сила F в хоризонтално направление. Земното ускорение е $g = 10\ m/s^2$. Разстоянието между количката и началото на наклонената повърхност е $L = 1$ m. Намерете числен и аналитичен израз за:

а) началната скорост V_0, която трябва да се придаде на количката, така че тя да се качи по склона на височина $H = 1$ m при $F = 5$ N и $m = 2$ kg; **[3 т.]**

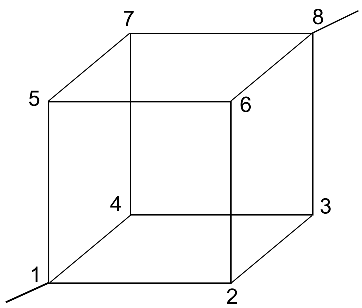
б) скоростта на количката V_2, когато тя достига до основата на наклонената равнина преди изкачването; **[2 т.]**

в) максималното разстояние $L_{\max}$, до което се връща количката назад по хоризонталната равнина след спускане; **[2 т.]**

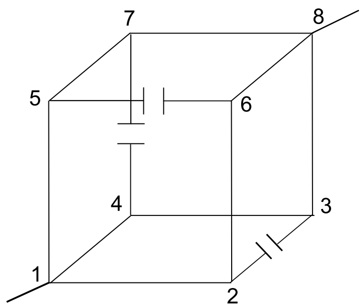
г) времето τ, за което количката достига максималната височина. **[3 т.]**

Забележка: Приемете, че триенето в системата, размерите на количката и инерчният момент на колелата са пренебрежими.

Задача 2. Електричество



Фиг. 2 а



Фиг. 2 б

На фиг. 2 а са показани 12 проводника, формиращи куб. Върховете на куба са означени с цифрите от 1 до 8. Проводниците имат следните съпротивления: $R_{12} = R_{14} = R_{15} = 1\ \Omega$, $R_{23} = R_{47} = R_{56} = 12\ \Omega$, $R_{26} = R_{34} = R_{57} = 8\ \Omega$, $R_{38} = R_{68} = R_{78} = 3\ \Omega$. Батерия с напрежение $U = 12$ волта е свързана към точки 1 и 8. Намерете:

а) съпротивлението между точки 1 и 8; **[3 т.]**

б) отделената топлина за единица време от веригата; **[1 т.]**

в) тока във всеки проводник. **[3 т.]**

Част от проводниците са заменени с еднакви кондензатори с капацитет $C = 15\,\text{mF}$, както е показано на фиг. 2 б. Намерете:

г) заряда и електростатичната енергия на всеки кондензатор, след като във веригата се установи постоянен ток. **[3 т.]**

Упътване: Точки с равни потенциали могат да се свържат с проводник с нулево съпротивление

Задача 3. Оптика

Част 1

Крушка с мощност P_1 свети с нажежаема жичка, която представлява цилиндър с дължина L_1 и радиус r_1. Трябва да се изработи нова крушка с цилиндрична жичка от същия материал, която има същото работно напрежение, излъчва светлина с идентично спектрално разпределение, но има мощност nP_1.

а) Какви са дължината L_2 и радиусът r_2 на новата жичка? **[4 т.]**

Упътване: Приемете, че температурата е равномерно разпределена по обема на жичката и че жичката не излъчва от двата си края (сеченията).

Част 2

Слънчевата константа k характеризира количеството слънчева радиация, което попада на перпендикулярна на слънчевите лъчи повърхност с площ 1 m^2 за време 1 секунда на разстояние 1 AU (средното разстояние между Земята и Слънцето). Стойността ѝ е приблизително $k = 1300\ \text{W/m}^2$. Намерете:

б) с каква мощност P излъчва Слънцето? **[2 т.]**

в) каква част от Слънчевата маса, $\Delta M / M_\odot$, се превръща в радиация, като приемете, че Слънцето свети $T_\odot \approx 10^9$ години и има маса $M_\odot \approx 2\times10^{30}$ kg? **[2 т.]**

Звездната величина е астрономическа мярка за яркостта на небесните обекти. Слънцето има звездна величина $m_\odot \approx -27$, а обекти със звездна величина 6 се считат за невидими за невъоръжено човешко око. Звездната величина се пресмята по следната формула

$$m_1 - m_2 = -2.5\log_{10}\left(\frac{I_1}{I_2}\right),$$

където I_1 и I_2 са интензитетите в две различни точки от пространството (мерени във W/m^2), а m_1 и m_2 са съответните звездни величини.

г) Намерете на какво разстояние в единици AU трябва да се отдалечим от Слънцето, за да не го виждаме? **[2 т.]**

Упътване: 1 AU = 1.5 10^8 km. Приемете, че Земната атмосфера не поглъща светлина. Скоростта на светлината във вакуум е $c = 3\times10^8\, m/s$.

МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА

НАЦИОНАЛНО ЕСЕННО СЪСТЕЗАНИЕ ПО ФИЗИКА

25-27 ноември 2016 година

РЕШЕНИЕ НА ТЕМАТА за възрастова група 11-12. клас

Задача 1. Механика

а) Тъй като отсъстват сили на триене, промяната на кинетичната енергия на количката е следствие извършената работа от страна на гравитационната сила mg и силата на вятъра F:

$$\frac{mV_0^2}{2} = mgH - F\left(L + \frac{H}{\tan\alpha}\right).\textbf{[2 т.]}$$

Така намираме

$$V_0 = \sqrt{2gH - \frac{2F}{m}\left(L + \frac{H}{\tan\alpha}\right)},\textbf{[0.5 т.]}$$

$$V_0 = \sqrt{10}\text{ m/s.}\textbf{[0.5 т.]}$$

б) По аналогичен начин намираме и скоростта на количката, когато тя достига до основата:

$$\frac{mV_0^2}{2} + FL = \frac{mV_2^2}{2}.\textbf{[1 т.]}$$

Така намираме

$$V_2 = \sqrt{V_0^2 + \frac{2FL}{m}},\textbf{[0.5 т.]}$$

$$V_2 = \sqrt{15}\text{ m/s.}\textbf{[0.5 т.]}$$

в) Отново по аналогичен начин намираме и максималното разстояние:

$$\frac{mV_0^2}{2} = F\left(L_{\max} - L\right),\textbf{[1 т.]}$$

откъдето получаваме

$$L_{\max} = L + \frac{mV_0^2}{2F}, \textbf{[0.5 т.]}$$

$$L_{\max} = 3\text{m. }\textbf{[0.5 т.]}$$

г) **Първи начин:**

Имаме $T = T_1 + T_2$, където T_1 е времето за достигане до основата, а T_2 е времето за достигане на височината H. През първия етап количката се движи с ускорение $a = F/m$ **[0.5т.]** насочено надясно. Така имаме

$$L = V_0T_1 + \frac{F}{2m}T_1^2.\textbf{[0.5 т.]}$$

Получаваме

$$T_1 = \frac{-V_0 + \sqrt{V_0^2 + 2FL/m}}{F/m},$$

$$T_1 = \frac{2}{5}\left(\sqrt{15} - \sqrt{10}\right) \approx 0.284 \text{ s.}$$ **[0.5 т.]**

По време на втория етап количката се движи равнозакъснително с ускорение

$$a_2 = g\sin\alpha - \frac{F}{m}\cos\alpha = -15/\left(2\sqrt{2}\right) \approx -5.3 \text{ m/s}^2,$$ **[0.5 т.]**

като изминава път $L_2 = H/\sin\alpha$. Аналогично на предната подточка намираме

$$T_2 = \frac{-V_2 + \sqrt{V_2^2 + 2a_2L_2}}{a} \text{ и } T_2 \approx 0.730 \text{ s.}$$ **[0.5 т.]**

Така получаваме $T \approx 1.01$ s. **[0.5 т.]**

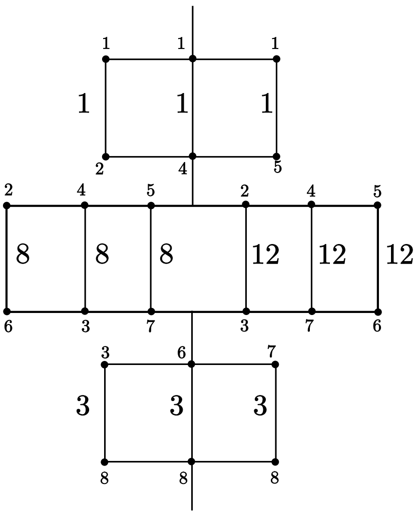
Втори начин:

Формулата $L = V_0T_1 + \frac{a}{2}T_1^2$ може да се напише като $L = \left(\frac{V_0 + V_2}{2}\right)T_1$ **[1 т.]**, като се използва, че $V_2 - V_0 = aT_1$. Така намираме $T_1 = \frac{2L}{V_0 + V_2}$ **[1 т.]**. Аналогично намираме и $T_2 = \frac{2H/\sin\alpha}{V_2}$ **[1 т.]**.

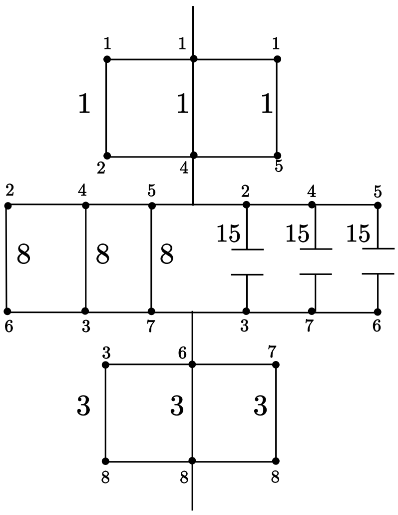
<u>Задача 2. Електричество</u>

а) Поради симетрията в схемата, имаме точки с равен потенциал, съответно 2, 4, 5 и 3, 6, 7. Свързваме ги мислено с проводник и чертаем еквивалентна схема, показана на фиг. 3 а):

[2 т.] за фиг. 3а)



Фиг. 3 а



Фиг. 3 б

Така за търсеното съпротивление получаваме

$$R = \frac{1}{1+1+1} + \frac{1}{3/8+3/12} + \frac{1}{1/3+1/3+1/3} = \frac{44}{15}\Omega \approx 2.93\,\Omega$$.**[1 т.]**

б) За отделената топлина получаваме $P = \frac{U^2}{R} = \frac{540}{11}W \approx 49.1\,\mathrm{W}$. **[1 т.]**

в) Първо намираме пълния ток:

$$I = \frac{U}{R} = \frac{45}{11}A \approx 4.1\,\mathrm{A}.$$ **[1 т.]**

Използваме схемата от фиг. 3 а), за да определим тока във всеки клон на веригата. За да намерим токовете в 6-те успоредно свързани съпротивления, намираме напрежението между точки 2 и 6, $U_{26} = \frac{1}{3/8+3/12} I = \frac{8}{5} I$. Така например за I_{26} намираме: $I_{26} = U_{26}/8 = I/5 = 9/11 \approx 0.81\,\mathrm{A}$.

Токовете са:

$$I_{12} = I_{14} = I_{15} = I/3 \approx 1.36\,\mathrm{A},$$ **[0.5 т.]**

$$I_{26} = I_{34} = I_{57} = I/5 \approx 0.81\,\mathrm{A},$$ **[0.5 т.]**

$$I_{23} = I_{47} = I_{56} = 2I/15 \approx 0.55\,\mathrm{A},$$ **[0.5 т.]**

$$I_{38} = I_{68} = I_{78} = I/3 \approx 1.36\,\mathrm{A}$$ **[0.5 т.]**

г) След достатъчно време през кондензаторите няма да тече ток. Сегментът с 6 успоредно свързани резистора от фиг. 3 а) се редуцира до 3 успоредно свързани резистора със съпротивление 8 Ω. Новото еквивалентно съпротивление е

$$R_2 = \frac{1}{1+1+1} + \frac{1}{3/8} + \frac{1}{1/3+1/3+1/3} = 4\ \Omega$$.**[1 т.]**

Токът през веригата вече е

$$I = \frac{U}{R_2} = 3\,\mathrm{A}.$$ **[0.5 т.]**

Трите клона, по които тече ток, са идентични и провеждат 1/3 от общия ток, т.е. 1 A, поради което напрежението върху всеки кондензатор е $U_C = (1A)(8\Omega) = 8\,\mathrm{V}$. **[0.5 т.]**

За зарядите получаваме

$$Q = CU_C = (15mF)(8V) = 120\,\mathrm{mC}.$$ **[0.5 т.]**

За електростатичната енергия на всеки кондензатор получаваме

$$W = \frac{CU_C^2}{2} = 480\,\mathrm{mJ}.$$ **[0.5 т.]**

<u>Задача 3. Оптика</u>

Част 1

а) Тъй като излъчената светлина е с идентично спектрално разпределение, температурата на новата жичка е равна на температурата на старата. За мощностите имаме

$$P_1 = 2\pi r_1 L_1 \sigma T^4,\quad P_2 = 2\pi r_2 L_2 \sigma T^4. \quad \textbf{[1 т.]}$$

За първата крушка имаме $P_1 = \dfrac{U^2}{R_1}$ и $R_1 = \rho \dfrac{L_1}{\pi r_1^2}$, откъдето $P_1 = \dfrac{U^2}{\rho L_1}\pi r_1^2$ **[1 т.]**. Аналогично за втората крушка имаме $P_2 = \dfrac{U^2}{\rho L_2}\pi r_2^2$ (работните напрежения U по условие са равни).

Тъй като по условие имаме $P_2 = nP_1$, от първата система получаваме $nr_1L_1 = r_2L_2$ **[0.5 т.]**, а от втората

$n\dfrac{r_1^2}{L_1} = \dfrac{r_2^2}{L_2}$. **[0.5 т.]** От тези две уравнения окончателно получаваме

$$r_2 = n^{2/3} r_1,\quad L_2 = n^{1/3} L_1. \quad \textbf{[1 т.]}$$

Част 2

б) За мощността имаме $P = 4\pi R^2 k$ **[1 т.]**, откъдето $P \approx 3.7\times 10^{26}$ W. **[1 т.]**

в) За единица време Δt маса Δm се превръща в радиация с енергия $\Delta E = \Delta m c^2$ **[0.5 т.]**, където c е скоростта на светлината във вакуум. Така намираме $P = \dfrac{\Delta E}{\Delta t} = \dfrac{\Delta m}{\Delta t} c^2$ **[0.5 т.]**, откъдето

$$\frac{\Delta m}{\Delta t} = \frac{P}{c^2} \approx 4\times 10^9 \text{ kg/s}. \quad \textbf{[0.5 т.]}$$

Пълната маса, превърната в радиация, е $\Delta M = \dfrac{\Delta m}{\Delta t} T_\odot$ и търсеното съотношение е

$$\frac{\Delta M}{M_\odot} = \frac{\Delta m}{M_\odot}\frac{T_\odot}{\Delta t} \approx 6\times 10^{-5}. \quad \textbf{[0.5 т.]}$$

г) Имаме

$$I_1 = \frac{P}{4\pi R_1^2},\ I_2 = \frac{P}{4\pi R_2^2}. \quad \textbf{[0.5 т.]}$$

Избираме $R_1 = 1$ AU, а R_2 е търсеното разстояние. Заместваме във формулата от условие в), откъдето получаваме

$$m_1 - m_2 = -2.5\log_{10}\left(\frac{R_2}{R_1}\right)^2 = -5\log_{10}\left(\frac{R_2}{R_1}\right) \quad \textbf{[0.5 т.]},$$

преобразуваме и получаваме $\dfrac{R_2}{R_1} = 10^{-5(m_1 - m_2)}$ **[0.5 т.]**. След като заместим $m_1 = -27$ и $m_2 = 6$, получаваме

$$R_2 \approx 4\times 10^6 \text{ AU}. \quad \textbf{[0.5 т.]}$$