МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА

Национално есенно състезание по физика

Плевен, 7–9 ноември 2014 г.

Специална тема

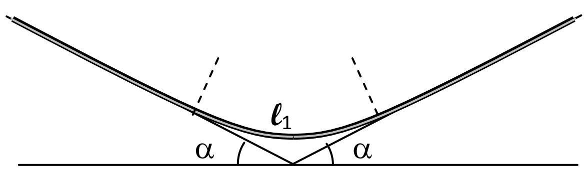
Основни константи

- земно ускорение, g = 9.8 m/s^2;
- универсална газова константа, R = 8.314 J/(mol·K);
- константа на Болцман, $k_B = 1.381\times10^{-23}$ J/K;
- скорост на светлината, $c = 3.00\times10^8$m/s;

Задача 1. Механика на тежък шнур

Задачата се състои от три независими подусловия, в които се разглеждат различни случаи на равновесие и движение на еднороден, тежък и неразтеглив шнур. Масата на шнура е m, а дължината му е ℓ. Шнурът е идеално гъвкав, т.е. за огъването му не е нужна сила. Земното ускорение е g.

А) Шнурът е поставен симетрично върху две допиращи се равнини, наклонени под еднакви ъгли α спрямо хоризонта, както е показано на фигурата. Коефициентът на триене между шнура и равнините е μ ($\mu > \tan\alpha$).



Намерете отношението $k = \ell_1/\ell$, където ℓ_1 е максималната възможна дължина на свободновисящата част от шнура, когато той е в равновесие. **[3.0 точки]**

Б) Половината от шнура се намира върху хоризонтална гладка маса (без триене), а другата му половина виси от ръба на масата, както е показано на фигурата. Шнурът е пуснат да се свлича от масата с нулева начална скорост. При това дължината x на висящата му част се изменя с времето по закона:

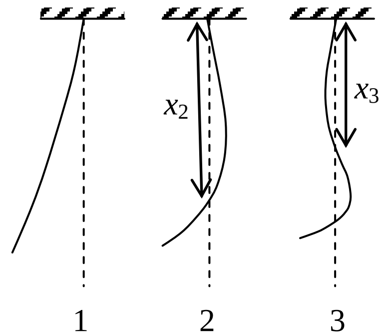
$$x = A\cosh(kt).$$

Намерете неизвестните константи A и k. За колко време τ шнурът ще падне от масата?

[4.0 точки]

Упътване. Можете да използвате математическото приложение на последната страница.

В) Шнурът е окачен в единия си край, като другият му край виси свободно. В това положение шнурът може да извършва под действие на собствената си тежест различни хармонични трептения, част от които са показани на фигурата. Съответните им кръгови честоти ω_i са дадени в таблицата по-долу. Обърнете внимание, че подобно на трептяща струна, по дължината на шнура има точки, които не трептят в напречно направление – т.нар. **възли**.



№	ω
1	$1.202\sqrt{g/\ell}$
2	$2.760\sqrt{g/\ell}$
3	$4.327\sqrt{g/\ell}$

В1. Предложете опростен модел, чрез който да оцените кръговата честота ω_1 на първото (най-нискочестотно) трептене на шнура с относителна грешка, по-малка от 5%. **[1.5 точки]**

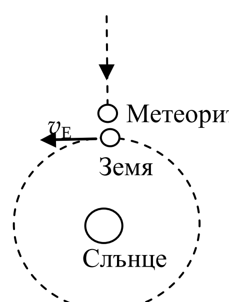
В2. Като използвате данните от таблицата, намерете разстоянията x_2 и x_3 между точката на окачване и първия възел за трептенията 2 и 3 съответно (вж. фигурата). Приемете, че трептенията са с амплитуди, много по-малки от дължината на шнура. **[1.5 точки]**

Задача 2. Изгаряне на метеорит в атмосферата

В тази задача ще разгледате опростен модел за изпарение на метеорит в земната атмосфера поради триенето му с въздуха. Метеоритът се състои от вещество с плътност $\rho_m = 7800$ kg/m^3 и специфична топлина на сублимация $L = 6.1\times10^6$ J/kg. Атмосферата е идеален газ, състоящ се от точкови молекули със средна моларна маса $\mu = 0.029$ kg/mol. Температурата на атмосферата е постоянна по цялата й височина, $T = 280$ K, а атмосферното налягане на морското ниво е $p_0 = 1.0\times10^5$ Pa. Ударите на молекулите на въздуха с метеорита са абсолютно нееластични. Влиянието на земната гравитация върху движението на метеорита се пренебрегва.

А) Оценете средната скорост $\overline{v}$ на топлинно движение на молекулите на въздуха.

[0.5 точки]



Б) Метеоритът започва движението си от състояние на покой на много голямо разстояние от Слънцето. Той се ускорява под действие на слънчевата гравитация в равнината на земната орбита, като я пресича под прав ъгъл, както е показано на фигурата. Ако е известно, че орбиталната скорост на Земята е $v_E = 30$ km/s, намерете относителната скорост v_0 спрямо Земята, с която метеоритът навлиза в атмосферата. Под какъв ъгъл θ спрямо вертикалата е насочена тази скорост? **[2.0 точки]**

Както следва от предходните две подточки, скоростта на топлинно движение на молекулите е много по-малка от скоростта, с която метеоритът навлиза в атмосферата. Затова се приема, че метеоритът се движи в газ, състоящ се от неподвижни точкови молекули. Разгледайте сферичен метеорит с радиус r, който се движи в атмосферата със скорост v спрямо въздуха. Плътността на атмосферата на дадената височина е ρ_a.

В) Получете израз за моментната топлинна мощност P, която се отделя поради ударите между метеорита и молекулите на въздуха. **[2.0 точки]**

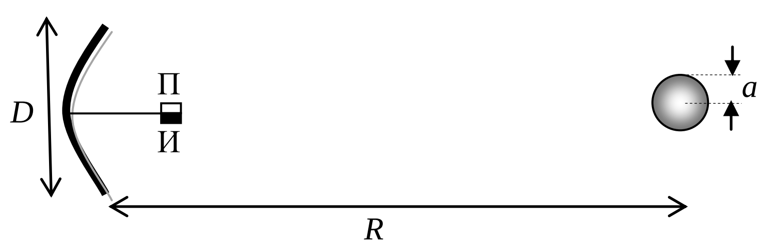
Приемете, че η = 50% от отделената поради ударите топлина, се изразходва изцяло за сублимация (изпарение от твърдо агрегатно състояние) на веществото на метеорита. Останалата част от топлината води до загряване на въздуха и до топлинно излъчване. Считайте, че изпарението е равномерно по цялата повърхност на метеорита, т.е. той запазва сферичната си форма.

Г) Получете израз за скоростта $\mathrm{d}r/\mathrm{d}t$, с която намалява радиусът на метеорита, като функция на моментния му радиус r и останалите зададени параметри. **[2.0 точки]**

Д) Измерванията показват, че метеоритите изминават по-голямата част от пътя си в атмосферата праволинейно (вж. снимката в началото) и практически с постоянна скорост. Оценете минималния радиус $r_{\min}$, който трябва да има метеорит преди да навлезе в атмосферата, за да достигне земната повърхност. **[3.5 точки]**

Задача 3. Радар

Радар се състои от малки по размер източник И и приемник П на микровълнови импулси, разположени във фокуса на идеално отразяваща параболична антена с диаметър на изходния отвор D = 2 (вж. фигурата). Източникът излъчва микровълнови импулси с дължина на вълната λ = 5 cm, продължителност τ = 1 μs и мощност P_0 = 100 kW. Докато трае излъчването на даден импулс, приемникът е изключен. След това той се включва и регистрира импулсите, отразени от обект, намиращ се на разстояние R от радара ($R \gg D$).



А) Пресметнете минималното растояние $R_{\min}$, на което радарът може да регистрира обекта. **[1.0 точка]**

Б) Радарът се характеризира с величината **яркост**, която се дефинира като:

$$B = P/\Omega,$$

където P е мощността на импулсите, а Ω е пространственият ъгъл, в който е съсредоточено излъчването на радара (виж математическото приложение). Получете израз и оценете числено максималната теоретично достижима яркост на радара. **[2.5 точки]**

В) Обектът е идеално отразяваща метална сфера с радиус a ($\lambda << a << R$). Получете израз за мощността P_r на отразената от сферата вълна. Определете пространствения ъгъл Ω_r, в който се разпространява отразената вълна. **[2.0 точки]**

Г) Получете израз за мощността P_d на вълната, която се фокусира върху приемника П. **[2.0 точки]**

Д) За да регистрира приемникът отразената вълна, е нужно енергията, която той поглъща от вълната, да бъде по-голяма от средната енергия на топлинно движение на токовите носители в регистриращата електронна верига. Определете максималното разстояние R_{max}, на което радарът може да регистрира метална сфера с радиус a = 1 m. Температурата на елементите от електронната верига на приемника е T = 300 K. **[2.5 точки]**

Математическо приложение

1) Функциите хиперболичен косинус ($\cosh$) и хиперболичен синус ($\sinh$) се дефинират с равенствата:

$$\cosh x = \frac{e^x + e^{-x}}{2} \qquad \text{и} \qquad \sinh x = \frac{e^x - e^{-x}}{2},$$

и удоволетворяват следните тъждества:

$$\cosh^2 x - \sinh^2 x = 1; \qquad (\cosh x)' = \sinh x; \qquad (\sinh x)' = \cosh x.$$

2) Пространствен ъгъл Ω е част от пространството, ограничена от сноп лъчи – образуващи на ъгъла, излизащи от обща точка O – връх на ъгъла. Ако разгледаме мислена сфера с радиус R и център в т. O, големината на пространствения ъгъл се дава с формулата:

$$\Omega = S/R^2,$$

където S е площта на сферичния сегмент, ограничен от лъчите. Пространственият ъгъл се измерва в стерадиани (strad). Пространственият ъгъл, съответстващ на конус с ъгъл θ между образуващата и оста на конуса, се дава с израза:

$$\Omega = 4\pi \sin^2(\theta/2).$$