МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА
НАЦИОНАЛНО ЕСЕННО СЪСТЕЗАНИЕ ПО ФИЗИКА
8 – 9 НОЕМВРИ 2014 Г., ПЛЕВЕН
Тема 11.-12. клас, Решения и указания

Задача 1. Електрически предпазител (бушон).

а) Електричното съпротивление $R_{\text{ок}}$ и $R_{\text{топ}}$ на жичката при температури $t_{\text{ок}}$ и $t_{\text{топ}}$ е равно съответно на $R_{\text{ок}} = \rho_0(1+\alpha t_{\text{ок}}).\frac{l}{\pi r^2}$ **[0,5 т.]** = 1,38 mΩ **[0,5 т.]** и $R_{\text{топ}} = \rho_0(1+\alpha t_{\text{топ}}).\frac{l}{\pi r^2}$ **[0,5 т.]** = 2,51 mΩ. **[0,5 т.]**

б) Големината $I_{\text{кр}}$ на тока, при която жичката се стапя, се намира от равенството на отделената в жичката електрична мощност и отделената в околната среда топлинна мощност: $I_{\text{кр}}{}^2 R_{\text{топ}} = h2\pi rl(t_{\text{топ}} - t_{\text{ок}})$ **[1,0 т.]**, откъдето $I_{\text{кр}} = \sqrt{\frac{h2\pi rl(t_{\text{топ}} - t_{\text{ок}})}{R_{\text{топ}}}}$ **[0,5 т.]** = 11,5 A. **[1,5 т.]**

в) Температурата t_5 на жичката, когато през нея протича ток с големина 5 A, се намира от равенството на отделената в жичката електрична мощност и отделената в околната среда топлинна мощност: $I_{5\text{A}}{}^2\rho_0(1+\alpha t_{5\text{A}}).\frac{l}{\pi r^2} = h2\pi rl(t_{5\text{A}} - t_{\text{ок}})$ **[0,5 т.]**, откъдето $1+\alpha t_{5\text{A}} = \frac{h2\pi^2 r^3}{I_{5\text{A}}{}^2\rho_0}(t_{5\text{A}} - t_{\text{ок}}) = B(t_{5\text{A}} - t_{\text{ок}})$, където $B \equiv \frac{h2\pi^2 r^3}{I_{5\text{A}}{}^2\rho_0}$. **[0,5 т.]** Тогава $t_{5\text{A}} = (1+Bt_{\text{ок}})/(B-\alpha)$ **[1,5 т.]** = 44 °C. **[1 т.]**

г) Електричната мощност P, която се отделя в жичката, когато през нея протича ток с големина 5 A, е $P = I^2R(t_{5A}) = I^2\rho_0(1+\alpha t_{5A}).\frac{l}{\pi r^2}$ **[0,5 т.]** = 37,7 mW. **[1 т.]**

Задача 2. Топче, подскачащо по наклонена равнина.

а) Скоростта v_1 на топчето в момента на първия удар в равнината се намира от закона за запазване на механичната енергия $mgh = \frac{1}{2}mv_1{}^2$ **[0.5 т.]**, откъдето $v_1 = \sqrt{2gh}$ **[0.5 т.]**.

б) Минималната скорост v_{min} на топчето в интервала време между първия и втория удар се достига, когато то се намира на най-голяма височина **[0.25 т.]**. Тогава скоростта е хоризонтална **[0.25 т.]**. Тъй като хоризонталната компонента на скоростта се запазва, а скоростта след удара сключва ъгъл 2α с вертикалата **[0.25 т.]**, то $v_{min} = v_1\sin(2\alpha) = \sqrt{2gh}.\sin(2\alpha)$ **[0.25 т.]**.

в) Максималната височина h_1, мерена спрямо нивото на първия удар, която топчето достига след първия удар, може да се изчисли от закона за запазване на механичната енергия $\frac{1}{2}mv_1{}^2 = mgh_1 + \frac{1}{2}mv_{min}{}^2$**[0.5 т.]**, откъдето $h_1 = h\cos^2(2\alpha)$ **[0.5 т.]**.

г) Разстоянието L между местата на първия и втория удар на топчето с равнината може да се намери, изчислявайки параметрите на траекторията на движение (парабола) на топчето. В случая по-лесно е да се използва координатна система с абсциса x, успоредна на наклонената равнина и надолу и ордината y, перпендикулярна на наклонената равнина и нагоре. Тогава движението на топчето може да се представи като резултат от две наложени праволинейни движения: по x с ускорение $a_x = g\sin\alpha$ и по y с ускорение $a_y = -g\cos\alpha$. **[0.25 т.]** Тогава законът за скоростта по двете оси е $v_x = v_1\sin\alpha + g\sin\alpha\, t$, $v_y = v_1\cos\alpha - g\cos\alpha\, t$ ($t = 0$, в момента на първия удар) **[0.25 т.]**, а законът за движение: $x(t) = v_0\sin\alpha t + \frac{1}{2}g\sin\alpha\, t^2$, $y(t) = v_1\cos\alpha t - \frac{1}{2}g\cos\alpha\, t^2$. **[0.5 т.]** Топчето ще се удари втори път в момента време t_2, когато

$y(t_2) = 0; t_2 \neq 0$. От закона за движение по оста y намираме $t_2 = 2v_1/g$ **[0.5 т.]**. Замествайки в закона за движение по оста x, намираме $L = x(t_2) = \frac{4{v_1}^2}{g}\sin\alpha = 8h\sin\alpha$. **[1.5 т.]**

д) Скоростта v_2 на топчето в момента на втория удар в равнината се намира от закона за запазване на механичната енергия: $\frac{1}{2}m{v_1}^2 = \frac{1}{2}m{v_2}^2 - mgL\sin\alpha$ **[0.5 т.]**, откъдето $v_2 = v_1\sqrt{1+8\sin^2\alpha} = \sqrt{2gh[1+8(\sin\alpha)^2]}$ **[0.5 т.]**.

е) За да се удари топчето перпендикулярно в преградата, в момента $t_{уд}$ на удара в избраната по-горе координатна система $v_y(t_{уд}) = v_1\cos\alpha - g\cos\alpha\, t_{уд} = 0$, **[0.5 т.]** откъдето $t_{уд} = v_1/g$. **[0.5 т.]** В този момент координатата x и следователно положението на преградата $l = x(t_{уд}) = v_1\sin\alpha t_{уд} + \frac{1}{2}g\sin\alpha\, {t_{уд}}^2 = \frac{3}{2}\frac{{v_1}^2}{g}\sin\alpha = 3h\sin\alpha$. **[1 т.]**

ж) Отношението $k = \frac{l}{L} = \frac{3}{8}$. **[1 т.]**

<u>Задача 3.</u> Спектрометър с дифракционна решетка.

а) Огледалото О1 създава успореден сноп, падащ върху дифракционната решетка. **[0.5 т.]**

б) Дифракционната решетка ДР разделя пространствено светлината на успоредни монохроматични снопове с различна дължина на вълната. **[0.5 т.]**

в) Огледалото О2 фокусира дифрактиралите снопове с различна дължина на вълната в различни точки върху CCD детектора. **[0.5 т.]**

г) Константата d на решетката ДР е $d = \frac{1}{1200}$ mm = 833 nm. **[0.5 т.]**

д) От формулата за дифракционна решетка $d\sin\alpha = k\lambda$ **[0.25 т.]** следва, че $k = \frac{d\sin\alpha}{\lambda} < \frac{d}{\lambda} = \frac{833\text{ nm}}{589\text{ nm}} < 2$. Следователно k = 1 и дифрактиралият сноп е максимум от първи порядък. **[0.75 т.]**

е) От по-горната формула $\sin\alpha = \frac{\lambda}{d} = \frac{589\,nm}{833\,nm} \approx 0{,}707$, откъдето $\alpha \approx 45°$. **[1 т.]**

ж) Първо оценяваме ъгъла $\Delta\alpha$ между двата снопа с дължини на вълните λ и $\lambda + \Delta\lambda$. Прилагайки два пъти формулата за дифракционна решетка $d\sin\alpha = k\lambda$, $d\sin(\alpha + \Delta\alpha) = k(\lambda + \Delta\lambda)$ или $d\sin\alpha\cos(\Delta\alpha) + d\cos\alpha\sin(\Delta\alpha) \approx d\sin\alpha + d\cos\alpha.\Delta\alpha \approx k(\lambda + \Delta\lambda)$, се получава $\Delta\alpha = \frac{\Delta\lambda}{d\cos\alpha}$ **[1.5 т.]**. Разстоянието x между двете спектрални линии върху CCD детектора ще бъде $x = f\Delta\alpha = \frac{f\Delta\lambda}{d\cos\alpha}$ = 0,25 mm. **[1 т.]**
Тъй като един пиксел има размер 2,5 cm/1000 = 0,025 mm, то разстоянието x е 10 пиксела. **[0.5 т.]**

з) От предното подусловие $\lambda_{max} - \lambda_{min} = d\cos\alpha\frac{L}{f} =$ **[0.5 т.]** $= 833\text{nm}.\frac{\sqrt{2}}{2}\frac{2{,}5\text{cm}}{25\text{cm}} \approx$ 59 nm. При дължина на вълната в средата на CCD от 589,3 nm, интервалът $(\lambda_{min}, \lambda_{max})$ = (560 nm, 619 nm). **[0.5 т.]**

и) За да може спектрометърът да регистрира светлина с други дължини на вълните, технически най-лесно е да се върти дифракционната решетка около вертикална ос. **[0.5 т.]**

При отговор „Да се върти огледалото О2“ - **[0.3 т.]**

При отговор „Да се мести CCD детекторът перпендикулярно на падащия сноп“ - **[0.2 т.]**

к) Сноп монохроматична светлина ще се фокусира в точка върху CCD детектора само при безкрайно тесен входен процеп ВП. При ширина l на входния процеп ВП, всяка от спектралните линии също ще има ширина l върху детектора. **[0.5 т.]** Следователно, ако l = 0.25 mm, двете линии ще се слеят. Може да се очаква, че при два пъти по-малка ширина $l \approx 0.125$ mm двете спектрални линии ще се виждат разделени. **[0.5 т.]**

л) Ориентировъчните размери на О1, О2 и ДР са дадени, защото вероятно ако тези елементи са много малки, това ще предизвика допълнителни дифракционни ефекти от крайните размери на сноповете и по-ниска разделителна способност на дифракционната решетка (заради по-малкия брой отразяващи ивици), което ще предизвика допълнително уширение на спектралните линии. Вероятно при тези размери тези дифракционни ефекти са достатъчно малки. **[0.5 т.]**