МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА
НАЦИОНАЛНО ЕСЕННО СЪСТЕЗАНИЕ ПО ФИЗИКА
8 – 9 НОЕМВРИ 2014 Г., ПЛЕВЕН
Тема 10. клас, Решения и указания

Задача 1. Пързаляне с шейна.

Фиг. 1

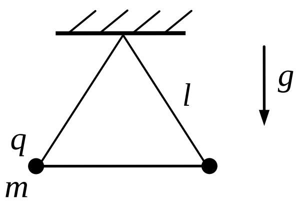
а) Шейната се движи равноускорително с ускорение $a_1 = g(\sin\alpha - k\cos\alpha)$ и нулева начална скорост. **[0,5 т]** Следователно, изминатият път до подножието на склона е $s_1 = \dfrac{h_0}{\sin\alpha} = = \dfrac{a_1 t^2}{2} = \dfrac{g(\sin\alpha - k\cos\alpha)t^2}{2}$ **[0,5 т]**, т.е. $k = \tan\alpha - \dfrac{2h_0}{\sin\alpha\cos\alpha g t^2} = \dfrac{17}{49\sqrt{3}} \approx 0{,}20$. **[1 т]**

б) Скоростта в подножието на склона е $v_1 = a_1 t = g(\sin\alpha - k\cos\alpha)t = \dfrac{2h_0}{t\sin\alpha}$. **[0,5 т]** При преминаване на хоризонталния участък на шейната действа постоянна сила на триене $f = kmg$, насочена обратно на посоката на движение. **[0,5 т]** Съществува следната връзка между скоростта в подножието на склона v_1 и скоростта в края на хоризонталния участък v_2: $\dfrac{mv_1^2}{2} = \dfrac{mv_2^2}{2} + kmgl$ **[0,5 т]**, откъдето $l = \dfrac{v_1^2 - v_2^2}{2kg} = \dfrac{v_1^2(1-0{,}8^2)}{2kg} = \dfrac{0{,}72h_0^2}{kgt^2\sin^2\alpha} \approx 12\,\mathrm{m}$. **[1,5 т]**

в) При движението по склона с неизвестен наклон на шейната действа постоянна сила на триене $f = kmg\cos\beta$, насочена обратно на посоката на движение. **[0,5 т]** Използваме следната връзка между скоростта в подножието на склона v_2 и максималната височина на издигане h: $\dfrac{mv_2^2}{2} = mgh + kmg\cos\beta\dfrac{h}{\sin\beta} = mgh + kmgh\cot\beta$. **[0,5 т]** Още едно уравнение следва от условието работата на силата на триене да е равна на изменението на механичната енергия от началото на изкачването на склона с наклон β до момента на окончателно спиране на шейната: $\dfrac{mv_2^2}{2} = 2kmgh\cot\beta + kmgl$. **[0,5 т]** От тези две уравнения се получава, че $h = \dfrac{1}{2}\left(\dfrac{v_2^2}{2g} + kl\right) = \dfrac{v_1^2}{4g} = \dfrac{h_0^2}{gt^2\sin^2\alpha} = \dfrac{kl}{0{,}72} \approx 3{,}3\,\mathrm{m}$. **[1,5 т]** От уравненията следва също така, че $\tan\beta = \dfrac{k}{0{,}28} \approx 0{,}71$. **[0,5 т]** Окончателно: $\beta \approx 36^\circ$. **[0,5 т]**

г) Работата A_f може да се намери от условието работата на силата на триене да е равна на изменението на механичната енергия от началото на първото спускане до окончателния край на движението: $mgh_0 = kmgh\cot\alpha + kmgl + 2kmgh\cot\beta + kmgl = A_f = 4\,\mathrm{kJ}$. **[1 т.]**

<u>Задача 2</u>. Заредени топчета.



Фиг. 2

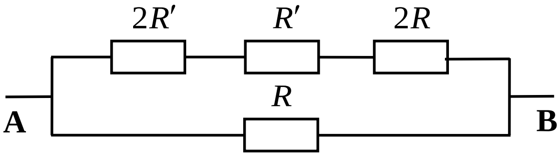
а) Интензитетът в точката на окачване е равен на векторната сума на интензитетите, създавани от отделните заряди. **[0,5 т]** Поради симетрията в разположението на зарядите интензитетът е насочен вертикално нагоре и има големина $E = 2\frac{kq}{l^2}\cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}kq}{l^2}$. **[1 т]** Електричният потенциал е сума на потенциалите, създавани от зарядите в точката: $U = \frac{2kq}{l}$. **[0,5 т]**

б) От условието за равновесие на топчетата, когато долната нишка още не е прерязана, получаваме две уравнения: $\frac{kq^2}{l^2} - T_1\cos 60^\circ - T_2 = 0$ **[0,5 т]** и $mg - T_1\sin 60^\circ = 0$ **[0,5 т]**, където с T_1 и T_2 сме означили големините на силите на опън на горните и долната нишки, съответно. Прерязването на нишката води до изчезване на члена T_2 в първото уравнение, при което ускорението в този момент ще има големина $a = \frac{kq^2}{ml^2} - \frac{T_1\cos 60^\circ}{m} = \frac{T_2}{m}$. **[0,5 т]** Изискването максималната височина на издигане на топчетата да е височината на точката на окачване се изразява чрез следното уравнение (като използваме и закона за запазване на енергията): $\frac{kq^2}{l} - 2mgh = \frac{kq^2}{2l}$ **[0,5 т]**, където $h = l\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}l}{2}$ (избираме нулевото ниво на гравитационната потенциална енергия да е при точката на окачване). Така получаваме връзката $\frac{kq^2}{l^2} = 2\sqrt{3}mg$ **[0,5 т]**, която заедно с горните две уравнения ни дава, че $T_2 = \frac{5mg}{\sqrt{3}}$ **[0,5 т]**, т.е. $a = \frac{5g}{\sqrt{3}} \approx 29\,\mathrm{m/s^2}$. **[1 т]**

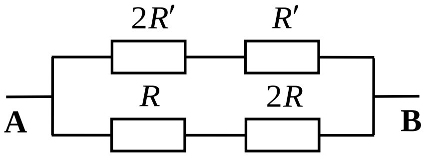
в) Когато топчетата са в най-горно положение, скоростта им е нула, и от условието за равновесие в радиално направление получаваме $T = \frac{kq^2}{4l^2} = \frac{\sqrt{3}mg}{2}$ **[1 т]**, откъдето следва, че $m = \frac{2T}{\sqrt{3}g} \approx 0{,}23\,\mathrm{kg}$ **[0,5 т]**, а $q = 2l\sqrt{\frac{T}{k}} \approx 15\ \mu\mathrm{C}$. **[0,5 т]**

г) Използваме закона за запазване на енергията, който дава: $\frac{kq^2}{l} - \frac{2\sqrt{3}mgl}{2} = \frac{2mv^2}{2} + \frac{kq^2}{\sqrt{2}l} - \frac{2mgl}{\sqrt{2}}$ **[1 т]**, откъдето следва, че $v = \sqrt{gl\left(\sqrt{2}+\sqrt{3}-\sqrt{6}\right)} \approx 1{,}9\ \mathrm{m/s}$. **[1 т]**

<u>Задача 3</u>. Електрически вериги.



Фиг. 3

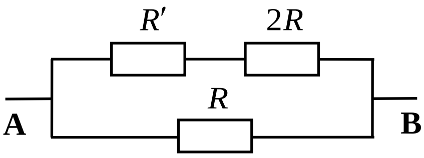


Фиг. 4

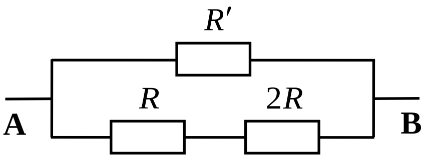
а) Еквивалентният вид на веригите е показан на фиг. 3 и фиг. 4. Общото съпротивление на веригата във фиг. 3 е $R'_{\text{AB}} = \dfrac{R(2R+3R')}{3(R+R')}$ **[1 т]**, а съпротивлението във фиг. 4 е $R''_{\text{AB}} = \dfrac{(R+2R)(2R'+R')}{3(R+R')} = \dfrac{3RR'}{R+R'}$. **[1 т]**

б) Мощността, която се отделя във веригата, е $P = \dfrac{E^2}{R_{\text{AB}}}$. **[0,5 т]** Така получаваме две уравнения за неизвестните съпротивления R и R': $\dfrac{R(2R+3R')}{3(R+R')} = \dfrac{E^2}{P_1} = 45\ \Omega$ **[0,5 т]** и $\dfrac{3RR'}{R+R'} = \dfrac{E^2}{P_2} = 90\ \Omega$. **[0,5 т]** Т.е. $R(2R+3R') = 135(R+R')$ и $RR' = 30(R+R')$. Изразяваме, например, R' от второто уравнение: $R' = \dfrac{30R}{R-30}$ **[0,5 т]**, и го заместваме в първото уравнение **[0,5 т]**, при което получаваме, че $R = 52{,}5\ \Omega$. **[1 т]** Накрая намираме, че $R' = 70\ \Omega$. **[0,5 т]**

в) Затварянето на ключовете води до липса на ток през резистора със съпротивление $2R'$. Т.е. еквивалентните схеми изглеждат по следния начин: **[1 т]**



Фиг. 5



Фиг. 6

Еквивалентните съпротивления са $\dfrac{R(2R+R')}{3R+R'}$ **[0,5 т]** и $\dfrac{3RR'}{3R+R'}$ **[0,5 т]**, съответно. За отделените мощности във веригите се получават $P'_1 = \dfrac{E^2(3R+R')}{R(2R+R')} \approx 22{,}3\,\text{W}$ **[1 т]** и $P'_2 = \dfrac{E^2(3R+R')}{3RR'} \approx$ $\approx 18{,}6\,\text{W}$. **[1 т]**