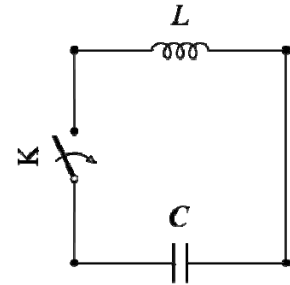


ЕКСПЕРИМЕНТАЛНА ЗАДАЧА

Изследване на LC трептящ кръг

Теоретична част

Трептящ LC кръг представлява електрическа верига с пренебрежимо малко омово съпротивление R , съставена от кондензатор с капацитет C и бобина с индуктивност L (виж фигурата). Такива вериги се използват в генератори на незатихващи трептения, в системи за обработка на сигнали, в комуникациите и други. Едно от най-разпространените им приложения е при радиопредавателите и радиоприемниците. Например, когато настройваме радиоприемник на желаната станция, променяме собствената (резонансната) честота на LC трептящ кръг, свързан с антената на приемника.



Ако в такъв трептящ кръг преди да затворим веригата, кондензаторът C е зареден до заряд q_0 , след затваряне на веригата, през бобината L започва да протича ток и в нея се индуцира магнитно поле. Така електричната енергия на заредения кондензатор преминава в магнитна енергия на намотката, след което процесът се обръща и магнитната енергия на намотката преминава в електрична енергия на заредения кондензатор. Тъй като съпротивлението R на контура е нула, това периодично преобразуване на електрична в магнитна енергия и обратно може да продължи неограничено дълго време и в контура ще се наблюдават незатихващи електромагнитни трептения.

Може да се покаже, че собствената кръгова честота на незатихващите трептения в LC кръга се определя от израза:

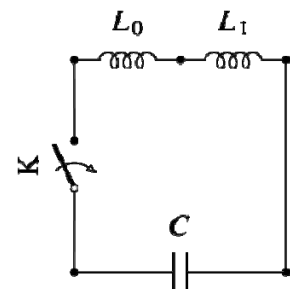
$$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}. \quad (1)$$

В един реален трептящ кръг обаче, винаги има и различно от нула омово съпротивление R , което се дължи на съпротивлението на свързващите проводници и това на намотката. При протичане на ток през R , част от електромагнитната енергия на системата се превръща в топлина и трептенията във веригата стават затихващи. В зависимост от стойността на R , времето за затихване е различно, но дори и при малко съпротивление това време не е достатъчно, ако искаме да изследваме трептящия кръг с помощта на мултицет. За да се избегне затихването може да се използва по-сложна електронна схема (генератор на хармонични трептения), която внася допълнителна енергия, равна на загубите в съпротивлението R . Част от тази схема отново представлява LC кръг, но вместо една в него се използват две последователно свързани бобини с индуктивности съответно L_0 и L_1 (на фигурата е дадена само частта от схемата, която представлява трептящия кръг). Общата индуктивност на двете последователни бобини се определя от израза:

$$L = L_0 + L_1, \quad (2)$$

така кръговата честота на трептящ кръг отново ще се определя от формула (1).

В настоящата задача бобината L_0 ще наричаме вътрешна, а L_1 външна. Вътрешната бобина има фиксирана стойност на индуктивността и тя не може да бъде променяна, за разлика от външната, която представлява соленоид, т.е. намотка чиято дължина е много



по-голяма от диаметъра ѝ. Соленоидът е изработен от меден проводник и в зависимост от това каква част от него се използва, индуктивността му може да се променя.

Измерването на честотата на трептящия кръг може да стане с помощта на мултицет и допълнителна „измерителна бобина“. Изводите на мултицета се свързват с измерителната бобина и тя се поставя на подходящо (и достъпно) място, където плътността на магнитната индукция създавана от соленоида е най-висока. По този начин, ако през соленоида тече ток с определена честота в измерителната бобина ще се индуцира електродвижешо напрежение със същата честота, а тя може да бъде измерена с мултицета.

Уреди и материали

- кондензатор 1 бр.
- меден соленоид на поставка 1 бр.
- измерителна бобина 1 бр.
- електронна схема 1 бр.
- мултицет 1 бр.
- свързващи проводници 2 бр.
- микрощипка 1 бр.
- батерия 9V 1 бр.
- милиметрова хартия 2 л.
- ролетка 1 бр.

Указания

- не се опитвайте да отваряте кутията, в която се намира ел. схемата
- не дърпайте проводниците, излизащи от кутията
- не деформирайте соленоида и не го изваждайте от поставката му
- при поставяне на измерителната бобина соленоидът не трябва да се деформира
- не включвайте осветлението на екрана на мултицета
- не натискайте бутоните REL и HOLD на мултицета, ако не знаете тяхното предназначение
- след приключване на измерванията много внимателно изключете захранването на електронната схема.
- внимавайте да не загубите кондензатора

Необходими величини и формули:

- индуктивност на соленоид с дължина l , напречно сечение S и брой навивки N

$$L = \mu_0 \mu_r N^2 \frac{S}{l}. \quad (3)$$

- относителната магнитна проницаемост на въздуха $\mu_r = 1$.
- магнитна проницаемост на вакуума $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ H/m.

Задачи:

1. Изследване на зависимостта на честотата на LC трептящия кръг от величините, определящи индуктивността на използваната част от соленоида [6т.]

1.1. Получете израз за зависимостта на честотата на LC веригата от величините, определящи индуктивността на използваната част от соленоида. [1т.]

Замествайки (3) в (2) и в (1) може да изразим честотата на LC веригата от величината N^2/l :

$$f = \frac{1}{2\pi\sqrt{L_0C + \mu_0\mu_rCS\frac{N^2}{l}}} \cdot [\text{1т.}]$$

1.2. Получете експериментално зависимостта на честотата на трептящия кръг от величините, определящи индуктивността на използваната част от соленоида. Представете данните таблично и оценете грешката на пряко измерените величини. [2т.]

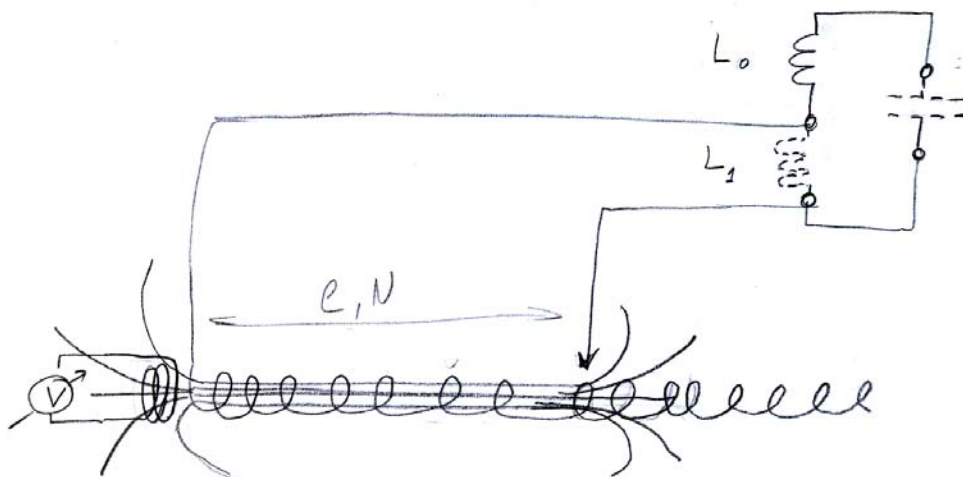
Представяне на данните таблично:
за повече от 10 измервания [1.5т.]

#	N [бр. навивки]	l [mm]	N^2/l [$\times 10^3 \text{ m}^{-1}$]	f [Hz]
1	240	793	72.60	192300
2	230	765	69.20	194000
3	220	731	66.20	197000
4	210	698	63.20	199600
5	200	663	60.30	202500
6	190	630	57.30	205500
7	180	593	54.60	208600
8	170	561	51.50	211900
9	160	527	48.60	215500
10	150	493	45.60	219400
11	140	458	42.80	223300
12	130	422	40.00	227700
13	120	392	36.70	232600
14	110	359	33.70	237700
15	100	327	30.60	243200
16	90	295	27.50	249400
17	80	265	24.20	256300
18	70	232	21.10	263300
19	60	201	17.90	270900
20	50	171	14.60	279200
21	40	137	11.70	287400
22	30	102	8.82	296800
23	20	66	6.06	309700

Грешки при измерванията: $\Delta N = 1$, $\Delta l = 1 \text{ mm}$, $\Delta f = 100 \text{ Hz}$. [0.5т.]

1.3. Направете схема (чертеж) описваща експеримента и означете мястото, където се поставя измерителната бобина. Аргументирайте се за избраната от вас позиция на бобината. [2т.]

Схематично представяне на експеримента. [1.5т.]



Измерителната бобина се поставя съсно с оста на соленоида от към края, който е свързан към схемата постоянно, така че да обхваща максимално магнитни индукционни линии от соленоида [0.5т.].

1.4. Измерете с мултицета капацитета на кондензатора от LC веригата, и направете оценка за точността на измерването. [1т.]

$$C_{\text{изм}} = (21.5 \pm 0.1) \text{ nF. [1т.]}$$

2. Обработка на експерименталните данни [10т.]

2.1. Представете зависимостта от задача 1.1. в подходящи променливи, така че да получите линейна зависимост, от която да може да се определят индуктивността на вътрешната бобина L_0 и капацитета C . [2т.]

Зависимостта може да се представи като линейна по следния начин:

$$\frac{1}{\omega^2} = L_0 C + \mu_0 \mu_r C S \frac{N^2}{l}, \text{ [2т.]}$$

ако означим с $y = 1/\omega^2$ и $x = N^2/l$ тогава зависимостта ще има вида $y = B + Ax$, където $A = \mu_0 \mu_r C S$ и $B = L_0 C$.

2.2. Използвайки експерименталните данни, представете зависимостта от задача 2.1. таблично и графично. [4т.]

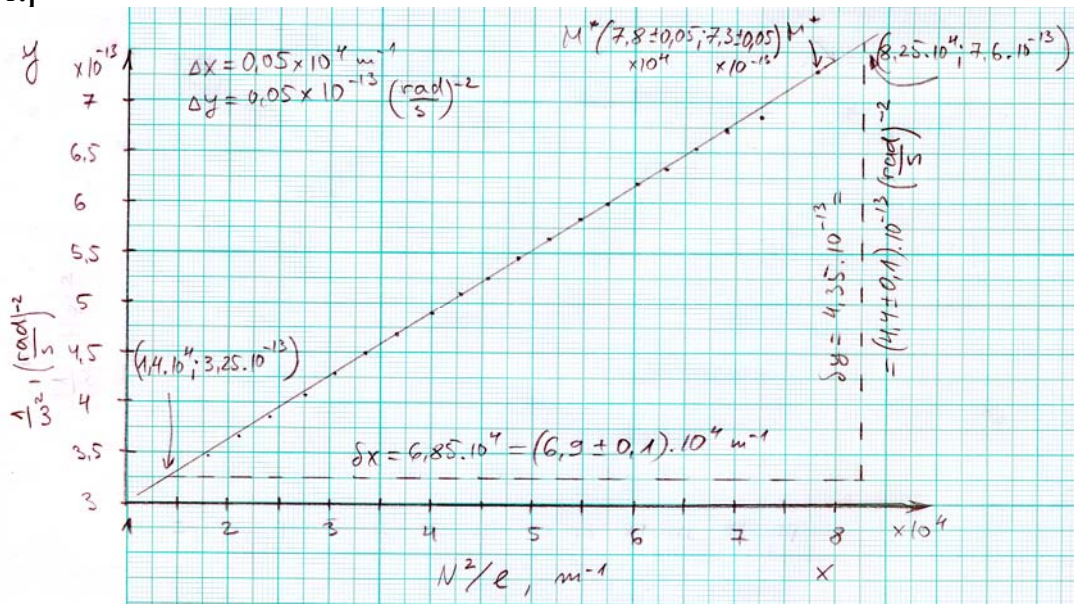
Представяне на данните таблично: [1.5т.]

#	$N^2/l [\times 10^4 \text{ m}^{-1}]$	$1/\omega^2 [\times 10^{-13} (\text{rad/s})^{-2}]$
1	7.26	6.850
2	6.92	6.730
3	6.62	6.527
4	6.32	6.358
5	6.03	6.177
6	5.73	5.998
7	5.46	5.821
8	5.15	5.641
9	4.86	5.454
10	4.56	5.262
11	4.28	5.080

12	4.00	4.886
13	3.67	4.682
14	3.37	4.483
15	3.06	4.283
16	2.75	4.072
17	2.42	3.856
18	2.11	3.654
19	1.79	3.452

Представяне на данните графично:

[2.5т.]



2.3. Определете коефициентите на линейната зависимост. Обосновете каква част от експерименталните данни на измерената зависимост е разумно да се използват. [2т.]

Поради това, че зависимостта $L = \mu_0 \mu_r N^2 \frac{S}{l}$ е за соленоид, т.е. намотка с дължина

много по-голяма от диаметъра, е разумно да използваме данните, удовлетворяващи условието: използваната част от соленоида да е по-дълга от диаметъра му. [1т.]

За зависимостта $y = Ax + B$, коефициентът A се определя от наклона на правата:

$$A = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{\delta y}{\delta x} = \frac{4.4 \times 10^{-13}}{6.9 \times 10^4} = 6.3768 \times 10^{-18} \text{ m s}^2/\text{rad}^2. \text{ [0.5т.]}$$

Коефициентът B може да се определи от ординатата при $x = 0$ или от произволна точка $M^*(x^*, y^*) = [(7.8 \pm 0.05) \times 10^4, (7.3 \pm 0.05) \times 10^{-13}]$ от правата, като $B = y^* - Ax^*$, тогава $B = (7.3 \times 10^{-13} - 6.3768 \times 10^{-18} \times 7.8 \times 10^4) \text{ (rad/s)}^{-2} = 2.3261 \times 10^{-13} \text{ (rad/s)}^{-2}. \text{ [0.5т.]}$

2.4. Определете грешките на коефициентите на линейната зависимост. [2т.]

$$\text{Относителна грешка на } A: \frac{\Delta A}{A} = \frac{\Delta \delta y}{\delta y} + \frac{\Delta \delta x}{\delta x} = \frac{0.1}{4.4} + \frac{0.1}{6.9} = 0.02 + 0.02 = 4\%. \text{ [0.5т.]}$$

$$\text{Абсолютна грешка на } A: \Delta A = A \frac{\Delta A}{A} = 6.3768 \times 10^{-18} \times 0.04 = 0.3 \times 10^{-18} \text{ m s}^2/\text{rad}^2. \text{ [0.5т.]}$$

$$A = (6.4 \pm 0.3) \times 10^{-18} \text{ m s}^2/\text{rad}^2$$

Относителна грешка на втория член на B :

$$\frac{\Delta(Ax^*)}{Ax^*} = \frac{\Delta A}{A} + \frac{\Delta x^*}{x^*} = 0.04 + \frac{0.05}{7.8} = 0.04 + 0.006 = 0.046 = 5\%$$

Абсолютна грешка на втория член на B :

$$\Delta(Ax^*) = \frac{\Delta(Ax^*)}{Ax^*} Ax^* = 0.05 \times 6.3768 \times 10^{-18} \times 7.8 \times 10^4 = 0.3 \times 10^{-13} \text{ (rad/s)}^2$$

Абсолютна грешка на B :

$$\Delta B = \Delta y^* + \Delta(Ax^*) = 0.05 \times 10^{-13} + 0.3 \times 10^{-13} = 0.4 \times 10^{-13} \text{ (rad/s)}^2. \text{ [0.5т.]}$$

$$\text{Относителна грешка на } B: \frac{\Delta B}{B} = \frac{0.4 \times 10^{-13}}{2.3261 \times 10^{-13}} = 0.17 = 17\%. \text{ [0.5т.]}$$

$$B = (2.3 \pm 0.4) \times 10^{-13} \text{ (rad/s)}^2$$

3. Определяне на индуктивността на вътрешната бобина L_0 и капацитета C на третия кръг. [4т.]

3.1. Определете стойностите на L_0 и C . [1т.]

При пресмятането на C да се използва вътрешният диаметър на соленоида $d = (17 \pm 1) \text{ mm}$.

$$C = \frac{A}{\mu_0 \mu_r S} = \frac{4A}{\mu_0 \mu_r \pi d^2} = \frac{4 \times 6.4 \times 10^{-18}}{4\pi \times 10^{-7} \pi (17 \times 10^{-3})^2} \text{ F} = \frac{6.4 \times 10^{-5}}{\pi^2 (17)^2} \text{ F} = 22.4 \times 10^{-9} \text{ F} = 22.4 \text{ nF}.$$

[0.5т.]

$$L_0 = \frac{B}{C} = \frac{2.3 \times 10^{-13}}{22.4 \times 10^{-9}} \text{ H} = 10.25 \times 10^{-6} \text{ H} = 10.25 \text{ } \mu\text{H}. \text{ [0.5т.]}$$

3.2. Определете абсолютните и относителни грешки на L_0 и C . [2т.]

$$\text{Относителна грешка: } \frac{\Delta C}{C} = \frac{\Delta A}{A} + 2 \frac{\Delta d}{d} = 0.04 + 2 \frac{1}{17} = 0.04 + 0.12 = 0.16 = 16\%. \text{ [0.5т.]}$$

$$\text{Абсолютна грешка: } \Delta C = \frac{\Delta C}{C} C = 0.16 \times 22.4 \text{ nF} = 4 \text{ nF}. \text{ [0.5т.]}$$

$$C = (22 \pm 4) \text{ nF}$$

$$\text{Относителна грешка: } \frac{\Delta L_0}{L_0} = \frac{\Delta B}{B} + \frac{\Delta C}{C} = 0.17 + 0.16 = 0.33 = 33\%. \text{ [0.5т.]}$$

$$\text{Абсолютна грешка: } \Delta L_0 = \frac{\Delta L_0}{L_0} L_0 = 0.33 \times 10.25 \text{ } \mu\text{H} = 3 \text{ } \mu\text{H}. \text{ [0.5т.]}$$

$$L_0 = (10 \pm 3) \text{ } \mu\text{H}$$

3.3. Сравнете измерената в задача 1.4. стойност за капацитета и пресметнатата в задача 3.1. [1т.]

$$C_{\text{изм}} = (21.5 \pm 0.1) \text{ nF}$$

$$C_{\text{пр}} = (22 \pm 4) \text{ nF}$$

Вижда се че измерената и пресметнатата стойност за капацитета съвпадат в рамките на грешката. [1т.]