МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА
Национално пролетно състезание по физика – Варна, 7 март 2015 г.
Решения на темата за 10. клас

Задача 1. а) Идеалният газ има минимална температура T_1 в състояние 1 и максимална температура T_2 – в състояние 3 **[0,5 т.]**. За определяне на температурата T може да се използва една от двойките еднотипни изопроцеси. Например, ако означим с p_1 налягането в състояние 1, а с p_2 – налягането в състояние 2, при изохорния процес 1-2 имаме

$$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T},$$ **[0,5 т.]**

докато при изохорния процес 3-4 е в сила равенството

$$\frac{p_2}{T_2} = \frac{p_1}{T}.$$ **[0,5 т.]**

От двете равенства следва

$$T = \sqrt{T_1 T_2}\,.$$ **[0,5 т.]**

б) Нека означим с V_1 обема на газа при изохорния процес 1-2, а с V_2 – обема на газа при изохорния процес 3-4. Идеалният газ върши работа само при изобарните процеси. Тогава имаме

$$A = A_{2-3} + A_{4-1} = p_2(V_2 - V_1) + p_1(V_1 - V_2) = (p_2 - p_1)(V_2 - V_1)\,.$$ **[1 т.]**

От уравнението на състояние за определена маса идеален газ, приложено за състоянията 1, 2, 3 и 4, следва

$$p_1V_1 = BT_1, \quad p_2V_1 = BT, \quad p_2V_2 = BT_2, \quad p_1V_2 = BT,$$ **[1 т.]**

откъдето намираме

$$A = B(T_2 + T_1 - 2T) = B(\sqrt{T_2} - \sqrt{T_1})^2.$$ **[1 т.]**

в) По определение КПД се дава с израза

$$\eta = \frac{A}{Q},$$ **[0,5 т.]**

където Q е количеството топлина, което получава работното вещество за един работен цикъл. Това става при изохорното нагряване 1-2, последвано от изобарното разширение 2-3. Тогава от първия принцип на термодинамиката следва

$$Q = U_3 - U_1 + A_{2-3} = \frac{5}{2}B(T_2 - T_1) + p_2(V_2 - V_1)$$ **[1 т.]**

$$= \frac{5}{2}B(T_2 - T_1) + B(T_2 - \sqrt{T_1 T_2})$$ **[0,5 т.]**

$$= \frac{1}{2}BT_2\left(1 - \sqrt{\frac{T_1}{T_2}}\right) \times \left(7 + 5\left(\sqrt{\frac{T_1}{T_2}}\right)\right).$$ **[0,5 т.]**

Като използваме израза за A от пункт б), за КПД получаваме

$$\eta = \frac{2(1 - \sqrt{T_1 / T_2})}{7 + 5\sqrt{T_1 / T_2}}.$$ **[1 т.]**

г) КПД на топлинния двигател зависи само от възможните стойности на $x = \sqrt{T_1 / T_2}$, които удовлетворяват неравенствата $0 < x < 1$ **[0,5 т.]**. Тогава стойностите на КПД удовлетворяват неравенствата

$$0 < \eta < \frac{2}{7} \approx 0{,}29.$$ **[1 т.]**

Задача 2. Част А: а) Преди прилагането на силата F пружинното махало е в равновесие **[0,5 т.]**. Под действие на тази сила се променя равновесното му положение, което се премества надясно на разстояние

$$A = \frac{F}{k}.$$ **[1 т.]**

Така, движението на тялото представлява хармонично трептене около ново положение на равновесие с амплитуда, равна на A (при наличие на силата F движението започва от състояние на покой). Първото спиране на тялото ще стане, след като то задмине равновесното положение и се отдалечи от него на разстояние, равно на амплитудата на трептене, т.е. A **[0,5 т.]**. Следователно търсеното разстояние е

$$s = 2A = \frac{2F}{k} = 0{,}4\ \mathrm{m}.$$ **[1 т.]**

б) Изминаването на разстоянието s означава движение на махалото от крайно ляво до крайно дясно положение. Времето за изминаване на това разстояние е половин период, т.е.

$$t = \frac{T}{2} = \pi\sqrt{\frac{m}{k}} \approx 1{,}3\ \mathrm{s}.$$ **[1 т.]**

Част Б: В равновесие налягането p на въздуха в тръбичката е

$$p = p_0 + \rho g l.$$ **[1 т.]**

Ще покажем, че при отклонение x на нивото на живака в лявото коляно надолу, когато се наблюдава и отклонение x на нивото на живака в дясното коляно нагоре, възниква резултантна връщаща сила $F = kx$, действаща върху живака. Резултантната сила, която действа на живака, е $F = F_1 - F_2$, където силата

$$F_1 = p_0 S + \rho g(l + 2x)S = (p + 2\rho g x)S \qquad \textbf{[0,5 т.]}$$

се дължи на атмосферното налягане и разликата в нивата на живака в двете колена, а

$$F_2 = (p - \Delta p)S \qquad \textbf{[0,5 т.]}$$

е силата, с която въздухът в запоената част на тръбичката действа на живака.

Тогава имаме

$$F = F_1 - F_2 = (\Delta p + 2\rho g x)S\,. \qquad \textbf{[0,5 т.]}$$

За да определим Δp ще използваме уравнението на изотермния процес, който се извършва с въздуха в запоената част на тръбичката. От уравнението

$$p(x_0 S) = (p - \Delta p)(x_0 + x)S \qquad \textbf{[1 т.]}$$

получаваме

$$\Delta p = \frac{p\dfrac{x}{x_0}}{1 + \dfrac{x}{x_0}} \approx p\frac{x}{x_0}, \quad \text{при } \frac{x}{x_0} << 1\,. \qquad \textbf{[0,5 т.]}$$

Тогава имаме

$$F \approx S\left[\frac{p}{x_0} + 2\rho g\right]x = kx, \quad k = S\left[\frac{p}{x_0} + 2\rho g\right], \qquad \textbf{[1 т.]}$$

откъдето следва

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{S[p/x_0 + 2\rho g]}} \approx 0{,}2\,\text{s}\,. \qquad \textbf{[1 т.]}$$

Задача 3. Част А: а) Максималната скорост участва в уравнението на Айнщайн за фотоефекта. Тогава в първия случай имаме

$$h\nu_1 = A + \frac{m\text{v}_1^2}{2}, \qquad \textbf{[0,5 т.]}$$

а във втория случай –

$$h\nu_2 = A + \frac{m\text{v}_2^2}{2}\,. \qquad \textbf{[0,5 т.]}$$

Тъй като $\lambda_1 < \lambda_2$, имаме $\nu_1 > \nu_2$, при което $\nu_1 / \nu_2 = \eta$ **[0,5 т.]**. От уравненията следва

$$\eta^2 = \frac{h\nu_1 - A}{h\nu_2 - A}. \qquad \textbf{[0,5 т.]}$$

От това съотношение с отчитане на равенството $\nu = c/\lambda$ **[0,5 т.]** получаваме

$$A = \frac{hc}{\lambda_2}\frac{\eta^2 - \lambda_2/\lambda_1}{\eta^2 - 1} \approx 3{,}0.10^{-19}\ \mathrm{J} \approx 1{,}9\ \mathrm{eV}. \qquad \textbf{[0,5 т.]}$$

б) От уравнението на Айнщайн следва $h\nu \geq A$ **[0,5 т.]**, откъдето получаваме

$$\lambda \leq \frac{hc}{A} \approx 663\ \mathrm{nm}. \qquad \textbf{[0,5 т.]}$$

Част Б: Нека означим с R_C радиуса на Слънцето. Мощността на лъчението, излъчвано от него, се определя по закона на Стефан–Болцман и се дава с израза

$$E_0 = 4\pi R_\mathrm{C}^2 \sigma T^4. \qquad \textbf{[1 т.]}$$

Ако l е разстоянието между Земята и Слънцето и r е радиусът на медното кълбо, върху него ще попада лъчение с мощност

$$E_1 = \frac{\pi r^2}{4\pi l^2} 4\pi R_\mathrm{C}^2 \sigma T^4 = \frac{\pi r^2}{l^2} R_\mathrm{C}^2 \sigma T^4. \qquad \textbf{[1 т.]}$$

От друга страна имаме

$$R_\mathrm{C} = \frac{1}{2} l\alpha, \qquad \textbf{[1 т.]}$$

при което е изпълнено равенството

$$E_1 = \frac{\pi r^2 \alpha^2}{4} \sigma T^4. \qquad \textbf{[1 т.]}$$

Мощността на лъчението, което излъчва медното кълбо, е

$$E_1' = 4\pi r^2 \sigma T_1^4. \qquad \textbf{[1 т.]}$$

При достигане на равновесие $E_1 = E_1'$, което дава

$$T_1 = \frac{\sqrt{\alpha}}{2} T \approx 266\ \mathrm{K}. \qquad \textbf{[1 т.]}$$