

МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА
XVIII НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО АСТРОНОМИЯ

Национален кръг, 02 май 2015 г., Добрич

ТЕМА ЗА ВЪЗРАСТОВА ГРУПА – IX-X КЛАС

Теоретичен кръг
Решения

1 задача. В чест на Галилей. През 1971 г., докато се намира на Луната, американският космонавт Дейвид Скот демонстрира опит в чест на Галилео Галилей. Той пуска да падат свободно чук и перо от сокол, за да покаже, че падането им ще стане едновременно в безвъздушното пространство, тъй като ще имат еднакво ускорение в лунното гравитационно поле. През 2064 г., 500 години след раждението на Галилей, строители на чудновати лунни сгради работят на летяща реактивна платформа, която се намира на лунния екватор на височина 2000 м неподвижно над едно и също място над лунната повърхност. Оттам без да искат, изпускат един чук, който падайки, се удря случайно в детайл от платформата и се отклонява леко встрани. За учудване на строителите чукът пада в точката от лунната повърхност, която е точно вертикално под точката, от която са го изпуснали.

- А) Каква е била хоризонталната скорост на чука след удара в детайла от платформата? В каква посока е била насочена тази скорост?
- Б) Как ще отговорите на същите въпроси, ако платформата е на селенографска ширина 45° ?

Справочни данни:

Радиус на Луната – 1738 км

Маса на Луната – 81.2 пъти по-малка от масата на Земята

Сидеричен лунен месец – 27.3 денонощия

Решение:

Ако чукът не се беше ударил в нищо и беше паднал без да има хоризонтална скорост относно платформата, той нямаше да падне в точката от лунната повърхност, която е точно вертикално под точката, от която е бил изпуснат. Да пресметнем линейната скорост на точка от повърхността на лунния екватор. Периодът на околоосно въртене на Луната е равен на сидеричния лунен месец T . Радиусът на Луната е R . Тогава скоростта на точка от екватора е:

$$v = \frac{2\pi R}{T} \approx 4.6297 \text{ m/sec}$$

Реактивната платформа неподвижно “виси” над една и съща точка от лунния екватор на височина H . Следователно за един сидеричен лунен месец тя описва окръжност с радиус $R + H$ и се движи с малко по-голяма скорост, която е:

$$v_1 = \frac{2\pi(R + H)}{T} \approx 4.6350 \text{ m/sec}$$

Разликата между двете скорости е:

$$\Delta v = v_1 - v \approx 5.3 \text{ mm/sec}$$

С тази скорост чукът би изпреварвал в източна посока точките от лунната повърхност по време на падането. Скоростта може да изглежда съвсем нищожна, но времето за падане на чука от височина 2 км е:

$$t = \sqrt{\frac{2H}{g}} \approx 49 \text{ sec}$$

Ако чукът не се беше ударил в платформата, щеше да падне в точка от лунната повърхност, отклонена на изток от точката вертикално под мястото, откъдето е бил изпуснат и отклонението би било $t \cdot \Delta v \approx 26$ см. За да не се получи това отклонение, хоризонталната скорост на чука трябва да е била насочена на запад – в посока обратна на въртенето на Луната.

На селенографка ширина 45° разликата между линейните скорости на летящата платформа и лунната повърхност би била:

$$\Delta v' = \Delta v \frac{\sqrt{2}}{2} \approx 3.7 \text{ mm/sec}$$

На тази разлика трябва да е равна и хоризонталната скорост на чука и да е насочена на запад.

Ако трябва да сме много точни, необходимо е да отбележим и още нещо. Нека отново си представим, че чукът пада свободно без да се удря в платформата. Да приемем, че сме в северното лунно полукълбо. Тогава той ще тръгне по елиптична траектория, лежаща в равнина, която пресича центъра на Земята. Равнината на тази траектория ще сключва ъгъл 45° с плоскостта на съответния селенографски паралел. Следователно отклонението на чука няма да е точно на изток, а ще има много леко изместване на юг. Това не значи, обаче, че за да компенсираме отклонението на чука, трябва да му придаваме хоризонтална скорост с малка северна компонента. Точката на изпускане на чука представлява апогея на тази елиптична орбита. В него скоростта е точно в направление изток, а отклонението на юг започва в следващия момент от движението на чука.

Критерии за оценяване (общо 14 т.):

- За верни разсъждения за характера на движението на чука на екватора – 4 т.*
- За алгебрично пресмятане на скоростта – 4 т.*
- За правилен числен отговор за скоростта – 1 т.*
- За определяне на посоката на скоростта – 1 т.*
- За правилен метод за определяне на големината и посоката на скоростта на ширина 45° - 3 т.*
- За верен числен отговор – 1 т.*
- За разсъждения относно траекторията на чука на ширина 45° - допълнителни точки за награда.*

2 задача. Пълно лунно затъмнение. Вие ръководите Дружеството на любителите на лунни затъмнения и сте решили да поставите рекорд, с който окончателно ще сломите конкуренцията на Дружеството на любителите на слънчеви затъмнения. Планирате масови фотографски наблюдения на предстоящото лунно затъмнение на 28 септември 2015 г. и искате това да бъде затъмнението, заснето от най-много географски пунктове на Земята. За целта трябва да изпратите съобщения до всички свои привърженици по света, които ще могат да видят затъмнението.

Ето характерните моменти на лунното затъмнение:

Начало на частичната фаза – 01 ч. 07 м. UT (Гринуичко време)

Начало на пълната фаза – 02 ч. 11 м.

Момент на максимална фаза – 02 ч. 47 м.

Край на пълната фаза – 03 ч. 23 м.

Край на частичната фаза – 04 ч. 27 м.

- А) На каква географска дължина в момента на максимална фаза на затъмнението Луната ще бъде в горна кулминация?
- Б) Приблизително в каква посока ще се вижда в този момент Луната от София?
- В) Определете приблизително от какви географски дължини по Земята затъмнението ще може да се наблюдава от началото до края. А на какви географски дължини ще се вижда поне част от затъмнението?

Решение:

В момента на максимална фаза на затъмнението Луната е в положение, почти точно противоположно на положението на Слънцето по небесната сфера. За мястото, където тя е в горна кулминация в този момент, Слънцето е в долна кулминация. Следователно за това място е полунощ по местно слънчево време. За Гринуичкия меридиан по същото време е 02 ч. 47 мин. Оттук заключаваме, че въпросното място е на 02 ч. 47 м. западна дължина.

София е на около два часа източно от Гринуич. За София в този момент ще е още по-късно по местно време в сравнение с Гринуичкото време. Луната ще е минала през горната си кулминация и трябва да се вижда на юг – югозапад.

Колкото по на запад отиваме, толкова по-рано по местно време ще е затъмнението. Твърде на запад ще се случва така, че в началото на затъмнението Луната още няма да е изгряла над хоризонта. Границата на видимост ще е на географската дължина, за която началото на затъмнението е в момента на изгрева на Луната. Понеже датата е близка до есенното равноденствие, можем да считаме, че моментът на залеза на Слънцето е около 18 ч. и тогава приблизително изгрява Луната. Началото на затъмнението е в 01 ч. 07 м. по Гринуичко време. В този момент Луната е била в горна кулминация за 01 ч. 07 м. западна географска дължина и е изгрявала местата, които са на 6 часа западно от този меридиан, т.е. на 07 ч. 07 м. западна дължина.

Ако отиваме на изток, моментите на затъмнението ще са все по-късно по местно време. Твърде на изток Луната вече може да е залязла преди края на затъмнението. Източната граница на видимост на затъмнението ще е на 6 ч. източно от меридиана със западна дължина 04 ч. 27 м., т.е. на 01 ч. 33 м. източна дължина.

Затъмнението ще се вижда от началото до края в зоната между 01 ч. 33 м. източна дължина и 07 ч. 07 м. западна дължина.

Зоната, в която ще се вижда поне някаква част от затъмнението, започва на запад с меридиана, на който Луната ще изгрява в крайния момент на затъмнението, а именно 04 ч. 27 м. Този меридиан е на 6 часа западно от меридиана с 04 ч. 27 м. западна дължина. Следователно зоната на частична видимост на затъмнението започва от 10 ч. 27 м. западна дължина. Източната граница на тази зона е там, където Луната залязва в момента на началото на затъмнението – 1 ч. 07 м. Това е на 6 часа източно от меридиана с 1 ч. 07 м. западна дължина. Този меридиан е с 4 ч. 53 м. източна дължина.

Зоната, в която ще се вижда поне част от затъмнението, се простира от 4 ч. 53 м. източна дължина до 10 ч. 27 м. западна дължина.

Критерии за оценяване (общо 15 т.):

За определяне на географската дължина, на която в максималната фаза Луната ще кулминира – 2 т.

За определяне на посоката, в която Луната ще се вижда от София – 1 т.

За правилни разсъждения относно западната граница на видимост на цялото затъмнение – 2 т.

За правилна числена стойност на дължината – 1 т.

За правилни разсъждения относно източната граница на видимост на цялото затъмнение – 2 т.

За правилна числена стойност на дължината – 1 т.

За правилни разсъждения относно западната граница на частична видимост на затъмнението – 2 т.

За правилна числена стойност на дължината – 1 т.

За правилни разсъждения относно източната граница на частична видимост на затъмнението – 2 т.

За правилна числена стойност на дължината – 1 т.

3 задача. Планета около двойна звезда. През 2011 година, по наблюдения на космическия телескоп “Кеплер”, е открита затъмнително двойна звезда, състояща се от червено джудже ($M_1=0.51M_S$, $R_1=0.540R_S$, $T_1=3450K$) и бяло джудже ($M_2=0.592M_S$, $R_2=0.01345R_S$, $T_2=7100K$). Периодът на системата е $p=1^d.37865$. Представете си, че около двете звезди, обикаля планета с радиус 1.5 пъти по-голям от радиуса на Земята и се наблюдават и пасажи на планетата по дисковете на звездите. Периодът на планетата е $25^d.505025$.

- А) Пресметнете амплитудата на възможните взаимни пасажи и затъмнения в тази система. Не забравяйте, че фотометричната точност на телескопа “Кеплер” е $0^m.0001$ (една десетохилядна от звездната величина). Нарисувайте схеми на разположението на трите тела при взаимните явления.
- Б) При пасаж на бялото джудже по диска на червеното джудже е установено, че амплитудата на блясъка е забележимо по-малка от тази, която се получава от пресмятанията. Отнякъде се взема допълнително светлина, която намалява амплитудата на минимума. Това явление е получило обяснение, когато астрономите си спомнили за голямата плътност на белите джуджета. Опитайте се и вие да дадете обяснение откъде се взема допълнителната светлина.

Радиус на Земята: $R_3 = 6378 \text{ km}$

Радиус на Слънцето: $R_S = 700000 \text{ km}$

Решение:

Нека въведем следните означения: R_p – радиус на планетата, R_1 – радиус на червеното джудже, R_2 – радиус на бялото джудже, T_1 – температура на червеното джудже, T_2 – температура на бялото джудже.

Първо пресмятаме радиуса на планетата в слънчеви радиуси. Той се оказва малко по-голям от радиуса на бялото джудже:

$$R_p = 0.01367 R_S \\ R_p > R_2$$

Следователно планетата може изцяло да закрие бялото джудже.

Възможните явления, които могат да бъдат регистрирани с телескопа Кеплер и от които може да очакваме различни по амплитуда изменения на блясъка, са следните:

Затъмнение на бялото джудже от червеното джудже ;

Пасаж на бялото джудже по диска на червеното джудже;

Пасаж на планетата по диска на червеното джудже;

Едновременно преминаване на бялото джудже и планетата пред червеното;
Планетата затъмнява бялото джудже и червеното джудже;

При други взаимни явления се възпроизвеждат ситуации, при които амплитудите са същите, както на описаните по-горе явления или са много малки, за да бъдат регистрирани от телескопа “Кеплер”. Например затъмнение на бялото джудже от планетата. Тази конфигурация води до същия резултат, както и първият случай, понеже наблюдателят вижда светлина само от червеното джудже.

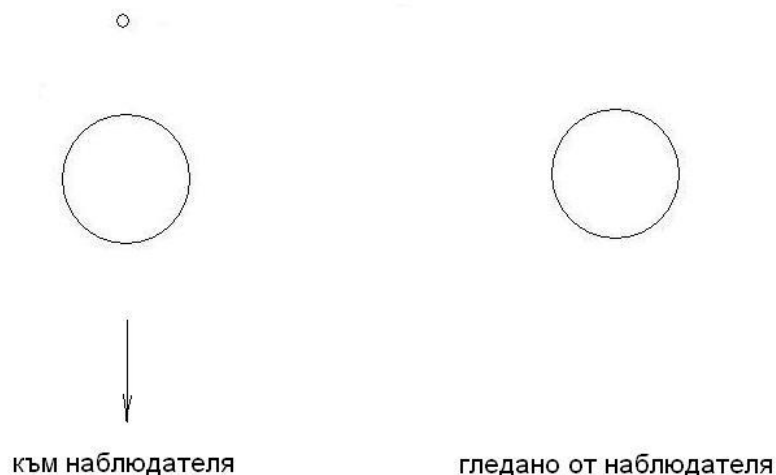
. При пресмятането на амплитудите, ние ще използваме отношенията на осветеностите, създавани от телата при всяка една от конфигурациите, към осветеността създавана от двете звезди едновременно (когато те не се затъмняват една друга или от планетата). Отношенията на осветеностите са пропорционални на отношенията на светимостите. Затова може да работим с тези отношения. Освен това осветеностите на два източника се събират, когато ги разглеждаме като един. Използвайки тези разсъждения, се получават следните резултати за разглежданите случаи:

Като основна конфигурация приемаме, че се виждат двете звезди и планетата не затъмнява нито една от тях:

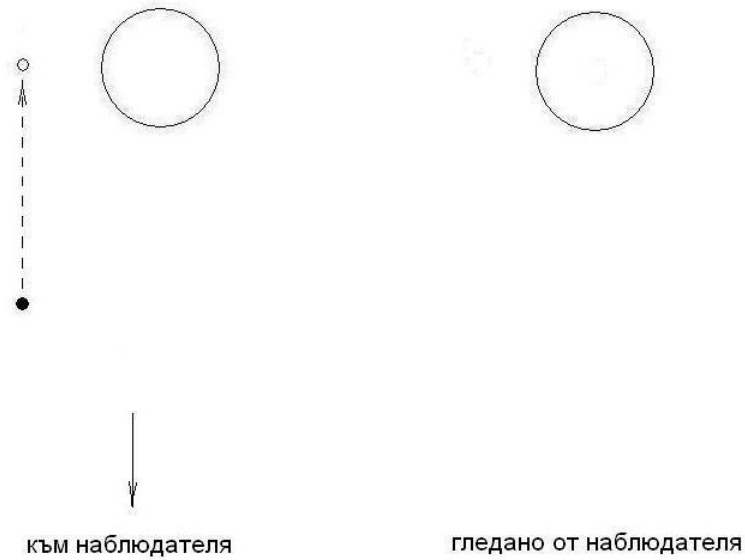


$$E = E_1 + E_2$$

Затъмнение на бялото джудже от червеното джудже.



Затъмнение на бялото джудже от планетата.



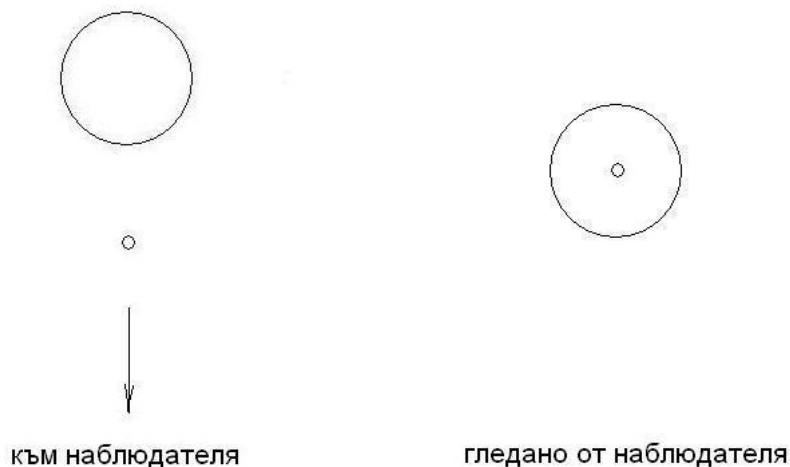
Тези два случая водят до един и същи резултат за наблюдателя. Вижда се само червеното джудже.

$$\frac{E_1}{E_1 + E_2} = \frac{1}{1 + \frac{E_2}{E_1}} = \frac{1}{1 + \left(\frac{R_2}{R_1}\right)^2 \cdot \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^4};$$

$$\Delta m = 2.5 \cdot \lg\left(\frac{E_1}{E_1 + E_2}\right) \approx 0.012$$

Формулата на Погсон използваме без знака минус, защото се интересуваме от абсолютната стойност на амплитудата. Общи съображения е ясно, че всички явления водят до намаляване на блясъка на двойната звезда.

Пасаж на бялото джудже по диска на червеното джудже.



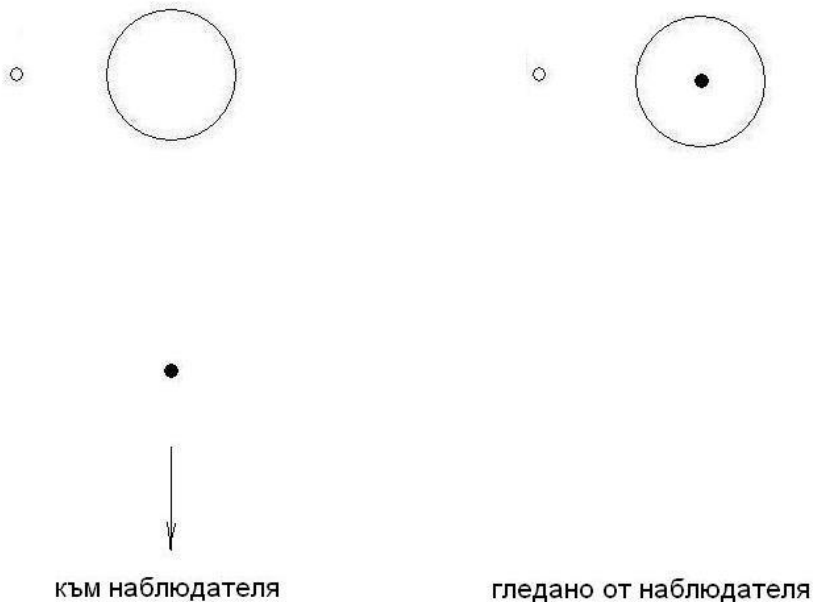
За да получим осветеността от обекта, от светещия диск на червеното джудже вадим светещ кръг, който е засенчен от бялото джудже. Това е кръг с радиус, равен на радиуса на бялото джудже и температура, равна на температурата на червеното джудже. Означаваме осветеността, която той създава с E'_1 .

$$E'_1 = E_2 \left(\frac{T_1}{T_2} \right)^4 = E_1 \left(\frac{R_2}{R_1} \right)^2$$

$$\frac{E_1 + E_2 - E'_1}{E_1 + E_2} = 1 - \frac{1}{\left(\frac{T_2}{T_1} \right)^4 + \left(\frac{R_1}{R_2} \right)^2};$$

$$\Delta m \approx 0.0007$$

Пасаж на планетата по диска на червеното джудже.



Трябва от общата осветеност, създавана от двете звезди, да извадим осветеността създавана от кръг с радиус, равен на радиуса на планетата, и температурата на червеното джудже. Осветеността, която трябва да извадим от общата осветеност е:

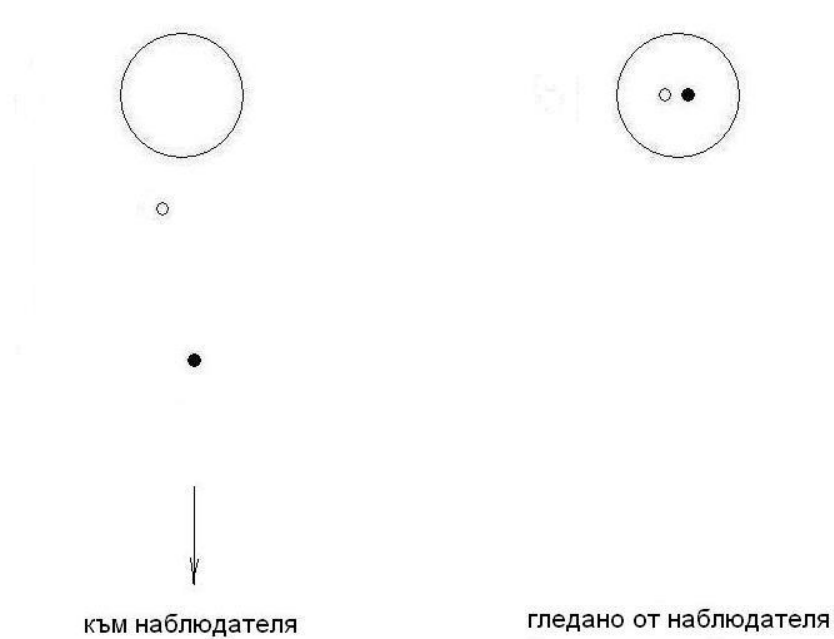
$$E''_1 = E_1 \left(\frac{R_p}{R_1} \right)^2$$

$$\frac{E_1 + E_2 + E''_1}{E_1 + E_2} = 1 - \frac{\left(\frac{R_p}{R_1} \right)^2}{\left[1 + \left(\frac{R_2}{R_1} \right)^2 \cdot \left(\frac{T_2}{T_1} \right)^4 \right]}$$

$$\Delta m \approx 0.0007$$

Получаваме практически същата амплитуда, както и в предходния случай. Това се дължи на това, че размерите на планетата много малко надвишават размерите на бялото джудже и допълнителната площ, която тя закрива, променя много малко общата осветеност. Това, обаче, е трудно да се оцени, преди да бъдат направени конкретните пресмятания.

Едновременно преминаване на бялото джудже и планетата пред червеното.

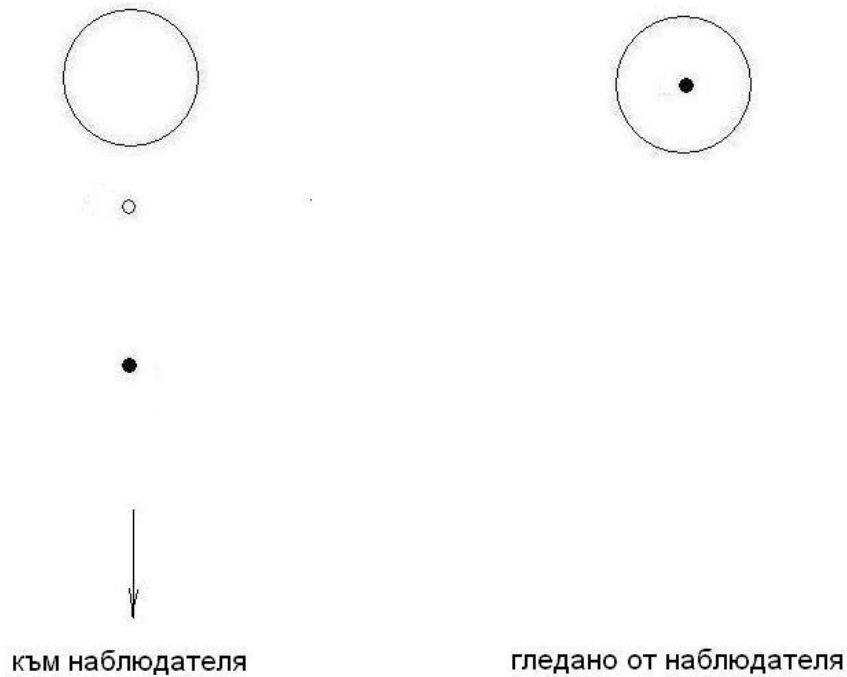


От общата осветеност, създавана от двете звезди изваждаме осветеността създавана от двете засенчени площи от диска на червената звезда:

$$\frac{E_1 + E_2 - E'_1 - E''_1}{E_1 + E_2} = 1 - \frac{1}{\left(\frac{T_2}{T_1}\right)^4 + \left(\frac{R_1}{R_2}\right)^2} - \frac{1}{\left(\frac{R_1}{R_2}\right)^2 + \left(\frac{R_2}{R_1}\right)^2 \cdot \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^4}$$

$$\Delta m \approx 0.00135$$

Планетата затъмнява бялото джудже, докато те преминават пред червеното джудже.

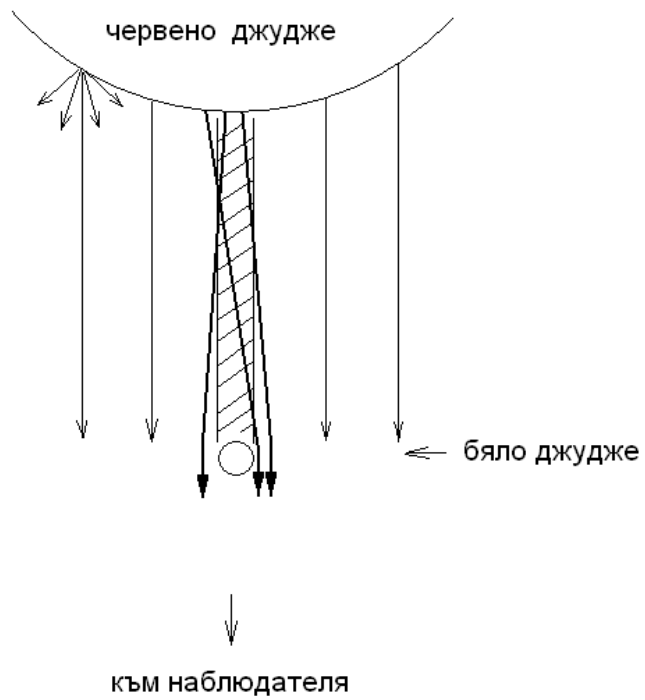


$$\frac{E_1 - E_1''}{E_1 + E_2} = \frac{1 - \left(\frac{R_p}{R_1}\right)^2}{1 + \left(\frac{R_2}{R_1}\right)^2 \cdot \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^4}$$

$$\Delta m \approx 0.0127$$

Този случай е еквивалентен на случая, когато планетата преминава пред диска на червената звезда а бялото джудже е зад нея.

Когато бялото джудже се намира пред червеното джудже, се създават условия да се прояви ефектът на т.н. гравитационна леща. Всяка точка от повърхността на червената звезда излъчва във всички посоки. Тези лъчи, които са насочени към наблюдателя, участват във формиране на изображението. Когато, обаче, пред звездата се намира компактен обект (с малки размери и голяма маса), поради силното гравитационно поле в близост до него, пространството се изкривява, което променя хода на разпространение на светлината. Част от лъчите, които тръгват в различни посоки, но преминават близо до бялото джудже, изкривяват своя ход и някои от тях се насочват към наблюдателя. В това число и лъчи излъчени от засенчената зона зад бялото джудже. Затова покрай неговото изображение се оформя пръстен от светлина, наречен пръстен на Айнщайн, която първоначално е тръгнала в леко различаваща се посока. Именно светлината от пръстена на Айнщайн е допълнителната светлина, която променя амплитудата на намаляване на блясъка на двойната звезда, при преминаване на бялото джудже пред червеното.



Критерии за оценяване (общо 16 т.):

За пресмятане на радиуса на планетата в слънчеви радиуси – 1т.

За правилни разсъждения и постановка на решението на задачата – 3т.

За правилни схеми и пресмятания на основните 5 случая – $5 \times 2т. = 10т.$

За смислен коментар относно гравитационната леща – 2т.